BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ QUỐC PHÒNG **HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ** 

PHÙNG MẠNH CƯỜNG

# NGHIÊN CỨU DAO ĐỘNG THẰNG ĐỨNG CỦA Ô TÔ THEO CÁC MÔ HÌNH KHÁC NHAU CÓ TÍNH ĐẾN HIỆN TƯỢNG MẤT LIÊN KẾT GIỮA BÁNH XE VÀ MẶT ĐƯỜNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2022

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ QUỐC PHÒNG **HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ** 

PHÙNG MẠNH CƯỜNG

# NGHIÊN CỨU DAO ĐỘNG THẰNG ĐỨNG CỦA Ô TÔ THEO CÁC MÔ HÌNH KHÁC NHAU CÓ TÍNH ĐẾN HIỆN TƯỢNG MẤT LIÊN KẾT GIỮA BÁNH XE VÀ MẶT ĐƯỜNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

Chuyên ngành: CƠ KỸ THUẬT Mã số: 9 52 01 01

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

1. PGS.TS. VŨ CÔNG HÀM 2. PGS.TS. TRÀN QUANG DŨNG

HÀ NỘI - 2022

# **LỜI CAM ĐOAN**

Tôi xin cam đoan các kết quả được trình bày trong luận án là công trình nghiên cứu do tôi thực hiện dưới sự hướng dẫn khoa học của tập thể giáo viên hướng dẫn. Các số liệu, kết quả thể hiện trong luận án là hoàn toàn trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào. Các kết quả sử dụng để tham khảo đã được trích dẫn đầy đủ, theo đúng quy định.

Tác giả

Phùng Mạnh Cường

## LỜI CẢM ƠN

Luận án tiến sĩ này được thực hiện tại Học viện Kỹ thuật Quân sự dưới sự hướng dẫn khoa học của PGS. TS. Vũ Công Hàm và PGS. TS. Trần Quang Dũng.

Tác giả xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến các thầy giáo hướng dẫn đã tận tình giúp đỡ, động viên, khuyến khích, rèn luyện tác phong chuyên nghiệp, ý thức kiên trì, nghiêm túc trong việc tiếp cận và tháo gỡ các vấn đề khoa học và tiếp thêm động lực để nghiên cứu sinh có thể vượt qua khó khăn trong suốt quá trình nghiên cứu.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến Ban Giám đốc Học viện Kỹ thuật Quân sự, Phòng sau đại học, Ban Chủ nhiệm Khoa Cơ khí, tập thể cán bộ, giảng viên Bộ môn Cơ học máy đã tạo điều kiện thuận lợi và môi trường học thuật tốt để nghiên cứu sinh thực hiện luận án.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, Khoa Kỹ thuật Cơ sở, Bộ môn Cơ kỹ thuật của Trường Sĩ quan Không quân đã ủng hộ và tạo điều kiện để tác giả có cơ hội được học tập để nâng cao năng lực nghiên cứu khoa học.

Cuối cùng, tác giả xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến những người thân trong gia đình, bạn bè và đồng nghiệp đã thường xuyên động viên, chia sẻ những khó khăn trong suốt thời gian tác giả thực hiện luận án.

# MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN
LỜI CẢM ƠNii
MŲC LŲC iii
DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CHỮ VIẾT TẮTvi
DANH MỤC BẢNG BIỂU xiii
DANH MỤC HÌNH VẼ VÀ ĐỒ THỊxiv
MỞ ĐẦU1
Chương 1 TỔNG QUAN VỀ VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU6
1.1. DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ6
1.2. CÁC MÔ HÌNH KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ 8
1.2.1. Các yếu tố liên quan đến việc xây dựng mô hình 8
1.2.2. Các mô hình khảo sát dao động của ô tô9
1.2.3. Các dạng kích thích dao động của ô tô 11
1.3. HIỆN TƯỢNG MẤT LIÊN KẾT15
1.4. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA BÁNH XE16
1.5. TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU DAO ĐỘNG Ô TÔ 19
1.5.1. Nghiên cứu dao động ô tô khi không kể đến biến dạng của đường và
hiện tượng mất liên kết20
1.5.2. Nghiên cứu dao động ô tô có kể đến biến dạng đường nhưng không
kể đến hiện tượng mất liên kết25
1.5.3. Nghiên cứu dao động ô tô có kể đến hiện tượng mất liên kết giữa
bánh xe với mặt đường28
1.5.4. Một số vấn đề rút ra từ tình hình nghiên cứu dao động của ô tô 32
1.6. NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU CỦA LUẬN ÁN 34
1.7. KÉT LUÂN CHƯƠNG 1 35

Chương 2 KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ THEO MÔ HÌNH 1/4.	36
2.1. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA BÁNH XE KHI KỂ ĐẾN HI	ÊN
TƯỢNG MẤT LIÊN KẾT	. 36
2.1.1. Mô hình dao động của bánh xe khi kể đến mất liên kết	. 36
2.1.2. Các đặc trưng tiếp xúc của bánh xe trong quá trình dao động	. 39
2.2. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ	. 43
2.2.1. Các giả thiết xây dựng mô hình	.43
2.2.2. Mô hình dao động của cơ hệ	.43
2.3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ	. 45
2.3.1. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô	.45
2.3.2. Phương trình vi phân dao động của đường	.46
2.3.3. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ	. 48
2.4. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PTVP DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ	. 48
2.4.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường	. 48
2.4.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ	. 50
2.4.3. Điều kiện đầu	. 52
2.4.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ	. 53
2.4.5. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ	. 55
2.5. MỘT SỐ KẾT QUẢ KHẢO SÁT	. 56
2.5.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô	. 57
2.5.2. Khảo sát ảnh hưởng của các dạng mô tả toán học của kích thích	. 59
2.5.3. Khảo sát ảnh hưởng của các dạng quy luật phân bố áp suất	.61
2.5.4. Khảo sát ảnh hưởng của $k_S$	. 62
2.5.5. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động	. 63
2.6. KẾT LUẬN CHƯỜNG 2	. 65
Chương 3 KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ THEO MÔ HÌNH 1/2.	66
3.1. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG 1/2 DỌC	. 66
3.1.1. Mô hình dao động	. 66

3.1.2. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô	68
3.1.3. Phương trình vi phân dao động của đường	70
3.1.4. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ	70
3.1.5. Phương pháp giải hệ PTVP dao động của cơ hệ	70
3.1.5.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường	70
3.1.5.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ	73
3.1.5.3. Điều kiện đầu	74
3.1.5.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ	76
3.1.6. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ	77
3.1.7. Một số kết quả khảo sát	78
3.1.7.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô	79
3.1.7.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động	81
3.2. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG 1/2 NGANG	86
3.2.1. Mô hình dao động	86
3.2.2. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô	87
3.2.3. Phương trình vi phân dao động của đường	89
3.2.4. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ	91
3.2.5. Phương pháp giải hệ PTVP dao động của cơ hệ	91
3.2.5.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường	91
3.2.5.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ	95
3.2.5.3. Điều kiện đầu	97
3.2.5.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ	98
3.2.6. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ	100
3.2.7. Một số kết quả khảo sát	100
3.2.7.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô	101
3.2.7.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động	104
3.2.7.3. So sánh đáp ứng dao động của ô tô giữa mô hình 1/2 ngang	và mô
hình 1/4	106

3.3. KẾT LUẬN CHƯƠNG 3 109
Chương 4 KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ THEO MÔ HÌNH
KHÔNG GIAN111
4.1. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG DẠNG KHÔNG GIAN CỦA CƠ HỆ 111
4.2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ 114
4.2.1. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô114
4.2.2. Phương trình vi phân dao động của đường117
4.2.3. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ
4.3. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PTVP DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ 121
4.3.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường 121
4.3.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ 127
4.3.3. Điều kiện đầu130
4.3.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ132
4.3.5. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ134
4.4. MỘT SỐ KẾT QUẢ KHẢO SÁT134
4.4.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô135
4.4.1.1. Khi đi qua mấp mô mặt đường dạng xung135
4.4.1.2. Khi đi qua mấp mô mặt đường dạng hình sin nhiều chu kỳ liêr
tiếp139
4.4.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động141
4.4.3. So sánh đáp ứng dao động của ô tô giữa mô hình không gian với mô
hình 1/2 dọc143
4.5. KẾT LUẬN CHƯƠNG 4 146
KÉT LUẬN CHUNG148
DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ CÔNG BỐ151
TÀI LIỆU THAM KHẢO153

# DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CHỮ VIẾT TẮT

## 1. Danh mục các ký hiệu

## 1.1. Các ký hiệu bằng chữ la tinh

Ký biôu	Đơn	C:3: 4bách lvá hiện
Ky mẹu	vį	Giai tinch ky męu
A :	m <sup>2</sup>	Diện tích vết tiếp xúc của bánh xe thứ $j$ ( $j=1\div4$ ) với
J		mặt đường.
a. a.	m	Khoảng cách từ trọng tâm thân xe đến trục cầu trước
$a_1, a_2$	111	và trục cầu sau đo theo phương nằm ngang.
D	m	Chiều rộng tính toán của tấm mô tả đường biến dạng
$D_p$	111	trong mô hình không gian.
	m	Chiều rộng tính toán của dầm mô tả đường biến dạng
$D_B, D_B$		trong mô hình 1/2 dọc xe, mô hình 1/2 ngang xe.
$b_L$	m	Chiều rộng của lốp xe.
b		Khoảng cách từ khối tâm của thân xe đến vết tiếp xúc
	111	bên trái và bên phải đo theo phương nằm ngang.
	m	Khoảng cách từ khối tâm của thân xe đến mặt phẳng
С		trung bình của nhíp trái và nhíp phải thuộc hệ treo.
[C]		Ma trận cản của cơ hệ.
$c_L$	N.s/m	Hệ số cản của bánh xe (mô hình 1/4 và 1/2 ngang).
$C_{Lf}, C_{Lr}$	N.s/m	Hệ số cản của bánh xe thuộc cầu trước, cầu sau.
CLj	N.s/m	Hệ số cản của bánh xe thứ $j$ ( $j=1\div 2$ hoặc $j=1\div 4$ ).
$c_T$	N.s/m	Hệ số cản của cụm treo (mô hình 1/4 và 1/2 ngang).

Ký hiệu	Đơn vị	Giải thích ký hiệu
$C_{Tf}, C_{Tr}$	N.s/m	Hệ số cản của giảm chấn trong các cụm treo cầu trước, cầu sau.
C <sub>Tj</sub>	N.s/m	Hệ số cản của giảm chấn thuộc cụm treo thứ $j$ ( $j=1\div 2$ , hoặc $j=1\div 4$ ).
CS	N.s/m <sup>2</sup>	Hệ số cản của nền đường (nền đàn nhớt).
$D, D_c, D_k$		Hệ số độ cứng uốn và xoắn của tấm mô tả đường biến dạng.
$d_c, d_{cj}$	m	Chiều dài vết tiếp xúc của bánh xe hoặc bánh xe thứ <i>j</i> (đo theo phương chuyển động).
E	N/m <sup>2</sup>	Mô-đun đàn hồi của vật liệu dầm hoặc tấm là mô hình của đường biến dạng.
$F_L, F_{Lj}$	N	Hợp của lực lò xo, giảm chấn biểu diễn bánh xe hoặc bánh xe thứ <i>j</i> .
$F_T$ , $F_{Tj}$	N	Hợp của lực lò xo, giảm chấn thuộc cụm treo hoặc cụm treo thứ <i>j</i> .
$ec{F}$		Véc-tơ lực kích thích.
$\overline{F}, \ \overline{F}_{j}$	N	Giá trị kiểm tra của hợp lực trong cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe, hoặc bánh xe thứ <i>j</i> .
G	N/m <sup>2</sup>	Mô-đun đàn hồi trượt của dầm hoặc tấm mô tả đường biến dạng.
$G_b$	Ν	Trọng lượng thân xe.
$egin{array}{c} G_c,\ G_{cl},G_{c2} \end{array}$	N	Trọng lượng của cầu xe, hoặc cầu trước, cầu sau.

Ký hiệu	Đơn vị	Giải thích ký hiệu
$h_B$	m	Chiều cao của dầm mô tả đường biến dạng.
$h_p$	m	Chiều dày của tấm biểu diễn đường biến dạng.
Ι	kg.m <sup>2</sup>	Mômen quán tính của dầm mô tả đường biến dạng.
$h_E$	m	Chiều cao (so với mặt đường danh nghĩa) của biên dạng mặt đường.
$h_T, h_P$	m	Chiều cao (so với mặt đường danh nghĩa) của biên dạng mặt đường tại vệt bánh xe bên trái, bên phải.
$J_{bx}, J_{by}$	kg.m <sup>2</sup>	Mô men quán tính khối lượng của thân xe đối với trục dọc xe (trục <i>OX</i> ) và trục ngang xe (trục <i>OY</i> ).
$J_{c1}, J_{c2}$	kg.m <sup>2</sup>	Mô men quán tính khối lượng của cầu trước và cầu sau đối với trục dọc xe (trục <i>OX</i> ).
[ <i>K</i> ]		Ma trận độ cứng của cơ hệ.
k <sub>L</sub>	N/m	Hệ số độ cứng của bánh xe (mô hình 1/4 và 1/2 ngang).
$k_{Lf}, k_{Lr}$	N/m	Hệ số độ cứng của bánh xe cầu trước, cầu sau.
$k_{Lj}$	N/m	Hệ số độ cứng của bánh xe thứ $j$ ( $j=1\div 2$ hoặc $j=1\div 4$ ).
k <sub>T</sub>	N/m	Hệ số độ cứng của cụm treo (mô hình 1/4 và 1/2 ngang).
$k_{Tf}, k_{Tr}$	N/m	Hệ số độ cứng của cụm treo cầu trước và cầu sau.
k <sub>Tj</sub>	N/m	Hệ số độ cứng của cụm treo thứ $j$ ( $j=1\div 2$ hoặc $j=1\div 4$ ).
$k_S$	N/m <sup>2</sup>	Hệ số độ cứng của nền đường (nền đàn nhớt).
$L_B$	m	Chiều dài của dầm biểu diễn đường biến dạng trong mô hình 1/4 và mô hình 1/2 dọc xe.

Ký hiệu	Đơn vị	Giải thích ký hiệu
$L_{Bn}$	m	Chiều dài của dầm biểu diễn đường biến dạng trong mô hình 1/2 ngang.
$L_p$	m	Chiều dài của tấm biểu diễn đường biến dạng trong mô hình không gian.
$L_E$	m	Chiều dài của kích thích mặt đường dạng xung hay chiều dài bước sóng của kích thích mặt đường dạng sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp.
$l_T, l_P$	m	Chiều dài của kích thích mặt đường dạng xung tại vết bánh xe bên trái, bên phải.
[ <i>M</i> ]		Ma trận khối lượng của cơ hệ.
$m_b$	kg	Khối lượng của thân xe.
$m_{c1}, m_{c2}$	kg	Khối lượng của cầu trước và cầu sau.
$M_x, M_y,$ $M_{xy}$	N.m	Các mô men uốn và xoắn của tấm biểu diễn đường biến dạng.
p(x, y, t)	N/m <sup>2</sup>	Hàm mô tả quy luật phân bố áp suất tiếp xúc.
$P(t), P_j(t)$	N/m <sup>2</sup>	Các hàm biểu thị sự thay đổi của áp suất theo thời gian tại vết tiếp xúc, hoặc tại vết tiếp xúc thứ <i>j</i> .
$ec{q}_{_V},~ec{q}$		Véc-tơ tọa độ suy rộng của xe và của cơ hệ.
$R$ , $R_j$	N	Phản lực từ mặt đường tác dụng lên bánh xe, hoặc bánh xe thứ <i>j</i> .
$r_D, r_{Dj}$	m	Độ cao (tính từ mặt đường danh nghĩa) của tâm vết tiếp xúc, hoặc tâm vết tiếp xúc tại bánh xe thứ <i>j</i> .

Ký hiệu	Đơn vị	Giải thích ký hiệu
$r_0$	m	Bán kính của bánh xe.
$s, s_j$		Tham số trạng thái tiếp xúc của bánh xe hoặc bánh xe thứ <i>j</i> với mặt đường.
$T_k$ , $T_{mn}$		Các hàm mô tả sự thay đổi theo thời gian của hàm chuyển vị của dầm hoặc tấm (biểu thị đường biến dạng trong các mô hình phẳng và không gian).
$u_b, u_{c1}, u_{c2}$	m	Chuyển vị thẳng đứng của thân xe, cầu trước, cầu sau.
$U(x), U_j(x)$		Hàm mô tả quy luật phân bố áp suất theo phương chuyển động (phương <i>x</i> ) tại vết tiếp xúc, hoặc vết tiếp xúc của bánh xe thứ <i>j</i> .
V	km/h	Vận tốc chuyển động của xe.
$w_D(t),$ $w_{Dj}(t)$	m	Chuyển vị thẳng đứng của điểm tiếp xúc dự kiến giữa bánh xe hoặc bánh xe thứ <i>j</i> với mặt đường.
w(x, t), w(y, t), w(y, t), w(x, y, t)	m	Hàm chuyển vị của dầm hoặc tấm biểu diễn đường biến dạng.

## 1.2. Các ký hiệu bằng chữ Hy Lạp

Ký hiệu	Đơn vị	Giải thích ký hiệu
$\varphi_b,  \psi_b$	radian	Các chuyển vị góc của thân xe.
$\psi_{c1}, \psi_{c2}$	radian	Góc lắc ngang của thân, cầu trước và cầu sau của xe.
$\delta_{kl},  \delta_{mn}^{kl}$		Toán tử Cronecker.
$\delta_{_{Z}},\delta_{_{Z_{Lj}}}$	m	Khe hở tách bánh xe và tại bánh xe thứ <i>j</i> .

Ký hiệu	Đơn vị	Giải thích ký hiệu
ρ	kg/m <sup>3</sup>	Khối lượng riêng của vật liệu dầm hoặc tấm mô tả đường biến dạng.
ν		Hệ số Poission (Poát-xông).
$\Delta z_L$ , $\Delta z_{Lj}$	m	Biến dạng thẳng đứng của bánh xe và bánh xe thứ j.

## 1.3. Danh mục các chữ viết tắt

Chữ viết tắt	Giải thích chữ viết tắt
BDMĐ	Biên dạng mặt đường.
ÐLH	Động lực học.
PTVP	Phương trình vi phân.
MLK	Mất liên kết.

# DANH MỤC BẢNG BIỂU

Bảng 1. 1. Phân loại các dạng bài toán nghiên cứu dao động ô tô	19
Bảng 2. 1. Các quy luật phân bố áp suất và giá trị của đại lượng $I_0$	
Bảng 2. 2. Ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến đáp	ứng động
lực học của ô tô	60
Bảng 2. 3. Ảnh hưởng của một số dạng quy luật phân bố áp suất đế	n đáp ứng
động lực học của ô tô	61

# DANH MỤC HÌNH VẼ VÀ ĐỒ THỊ

Hình 1.1: BDMĐ kiểu sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp12
Fình 1.2: Các dạng xung đơn14
Hình 1.3: Minh họa các gờ giảm tốc15
Hình 1.4: Mô hình dao động của bánh xe khi không kể đến hiện tượng MLK
Hình 2.1: Mô hình dao động của bánh xe khi có kể đến hiện tượng MLK 37
Hình 2.2: Bánh xe bị biến dạng và các đặc trưng
Hình 2.3: Các quy luật phân bố áp suất41
Hình 2.4: Mô hình dao động của ô tô dạng 1/4 có kể đến biến dạng của đường
Hình 2.5: Sơ đồ lực của phân tố dầm biểu diễn đường biến dạng
Hình 2.6: Chuyển vị thẳng đứng thân xe57
Tình 2.7: Gia tốc thẳng đứng thân xe58
Hình 2.8: Gia tốc thẳng đứng cầu xe 58
Hình 2.10: Lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường58
Hình 2.11: Ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến gia tốc thẳng
tứng thân xe
Tình 2.12: Ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến lực tiếp xúc
giữa bánh xe với mặt đường60
Tình 2.13: Ảnh hưởng của kS đến giá trị RMS gia tốc thẳng đứng thân xe62
Tình 2.14: Ảnh hưởng của kS đến giá trị RMS lực tiếp xúc62
Tình 2.15: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS gia tốc thẳng
tứng thân xe

Hình 2.16: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max gia tốc thẳng
đứng thân xe63
Hình 2.17: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS lực tiếp xúc
Hình 2.18: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK 64
Hình 3.1: Mô hình dao động dạng 1/2 dọc của ô tô67
Hình 3.2: Sơ đồ chịu lực của các khối lượng68
Hình 3.3: Chuyển vị thẳng đứng thân xe79
Hình 3.4: Chuyển vị góc dọc thân xe79
Hình 3.5: Gia tốc thẳng đứng thân xe80
Hình 3.6: Khe hở tách bánh xe khi xảy ra MLK xét trong trường hợp tính đến
cả MLK và biến dạng của đường (TH 4)80
Hình 3.7: Lực tiếp xúc tại bánh xe cầu trước80
Hình 3.8: Lực tiếp xúc tại bánh xe cầu sau81
Hình 3.9: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của gia tốc
thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau82
Hình 3.10: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp
xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau82
Hình 3.11: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp
xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau83
Hình 3.12: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK tại
bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau83
Hình 3.13: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của gia tốc
thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau84
Hình 3.14: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của gia tốc
thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau84
Hình 3.15: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp
xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau85

Hình 3.16: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp
xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau
Hình 3.17: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK tại
bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau85
Hình 3.18: Mô hình dao động dạng 1/2 ngang của ô tô
Hình 3.19: Sơ đồ chịu lực của thân xe và cầu xe
Hình 3.20: Sơ đồ lực của phân tố dầm biểu diễn đường biến dạng 89
Hình 3.21: Xác định các cận tích phân93
Hình 3.23: Hình dạng và kích thước biên dạng mặt đường 101
Hình 3.24: Chuyển vị thẳng đứng của thân xe102
Hình 3.25: Chuyển vị góc ngang của thân xe 102
Hình 3.26: Gia tốc thẳng đứng của thân xe102
Hình 3.27: Chuyển vị thẳng đứng của cầu xe 103
Hình 3.28: Lực tiếp xúc tại bánh xe bên phải 103
Hình 3.29: Lực tiếp xúc tại bánh xe bên trái103
Hình 3.30: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS và giá trị
Max gia tốc thẳng đứng của thân xe104
Hình 3.31: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS và giá trị
Max gia tốc thẳng đứng của cầu xe105
Hình 3.32: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp
xúc tại hai bánh xe105
Hình 3.33: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp
xúc tại hai bánh xe105
Hình 3.34: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK tại
hai bánh xe106
Hình 3.35: Chuyển vị thẳng đứng của thân xe107
Hình 3.36: Chuyển vị thẳng đứng của cầu xe 108
Hình 3.37: Gia tốc thẳng đứng của thân xe108

This 3.30. Eye dep xue giud built xe voi mụt duong
Hình 4.1: Mô hình dao động dạng không gian của hệ xe - đường kết hợp 112
Hình 4.2: Sơ đồ chịu lực của thân xe (a) và cầu trước (b)114
Hình 4.3: Tấm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin biểu diễn đường117
Hình 4.4: Phân tố tấm cùng với các lực và mômen tác dụng119
Hình 4.5: Quy tắc chuyển tổng theo hai chỉ số thành tổng theo một chỉ số . 128
Hình 4.6: Chuyển vị thẳng đứng thân xe136
Hình 4.7: Chuyển vị góc dọc thân xe136
Hình 4.8: Chuyển vị góc ngang thân xe136
Hình 4.9: Gia tốc thẳng đứng thân xe137
Hình 4.10: Lực tiếp xúc tại bánh xe 1137
Hình 4.11: Lực tiếp xúc tại bánh xe 2137
Hình 4.12: Lực tiếp xúc tại bánh xe 3138
Hình 4.13: Lực tiếp xúc tại bánh xe 4138
Hình 4.14: Gia tốc thẳng đứng thân xe139
Hình 4.15: Gia tốc thẳng đứng cầu sau139
Hình 4.16: Lực tiếp xúc tại bánh xe 2140
Hình 4.17: Lực tiếp xúc tại bánh xe 3140
Hình 4.18: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS gia tốc thẳng
đứng của thân xe và hai cầu xe 141
Hình 4.19: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp
xúc tại 4 bánh xe141
Hình 4.20: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp
xúc tại 4 bánh xe142
Hình 4.21: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian mất liên
kết tại 4 bánh xe142
Hình 4.22: Chuyển vị thẳng đứng của thân xe144
Hình 4.23: Chuyển vị góc dọc của thân xe144

Hình 4.24: Gia tốc thẳng đứng của thân xe	145
Hình 4.25: Lực tiếp xúc bánh xe cầu trước	145
Hình 4.26: Lực tiếp xúc bánh xe cầu sau	145

## MỞ ĐẦU

#### 1. Lý do chọn đề tài

Ô tô là loại phương tiện giao thông phổ biến nhất hiện nay, chính vì thế mà việc nghiên cứu về nó đã, đang và sẽ nhận được sự quan tâm của nhiều nhà khoa học và nhà sản xuất. Một trong những vấn đề lớn được hướng tới khi thiết kế ô tô là đảm bảo được sự an toàn và độ êm dịu chuyển động. Dao động thẳng đứng của ô tô khi chuyển động trên đường hay địa hình không bằng phẳng là nguyên nhân chủ yếu làm giảm độ êm dịu chuyển động. Để giảm thiểu dao động một cách có cơ sở khoa học, nhiều nghiên cứu về dao động của ô tô đã được thực hiện theo những mô hình khác nhau và ngày càng được hoàn thiện.

Ở nước ta, công nghiệp ô tô được coi là một trong những ngành công nghiệp mũi nhọn, phục vụ đắc lực sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước, góp phần không nhỏ vào sự phát triển của nền kinh tế và bảo đảm an ninh quốc gia. Từ thực tế đó, việc nghiên cứu các nội dung liên quan đến ô tô đã và đang tiếp tục nhận được sự quan tâm của các nhà khoa học. Có rất nhiều công trình hay đề tài nghiên cứu khoa học về ô tô đã được công bố, một phần đáng kể trong số đó là những công trình nghiên cứu về động lực học và dao động của ô tô.

Khi ô tô chuyển động, dao động của thân xe và các bộ phận sẽ xuất hiện như một hiện tượng cố hữu. Dao động ô tô làm thay đổi giá trị áp lực mà các bánh xe tác dụng xuống mặt đường, làm tăng giá trị lớn nhất của tải trọng, dẫn đến việc làm tăng tốc độ phá hỏng của đường và các bộ phận của xe. Đường càng bị phá hỏng thì lực kích thích tác động lên xe trong quá trình chuyển động càng tăng, tốc độ bị phá hỏng của cả xe và đường lại càng lớn. Chu trình phá hỏng xe và đường này rõ ràng là một chu trình tác động tiêu cực cần được loại bỏ hoặc giảm thiểu. Áp lực tiếp xúc tại các bánh xe có quan hệ chặt chẽ với khả năng tiếp nhận lực kéo, lực phanh, cả khi chuyển động thẳng và khi quay vòng. Mặc dù dao động vừa làm tăng, vừa làm giảm áp lực tiếp xúc so với tải trọng tĩnh, nhưng xét về mặt tổng thể thì dao động làm giảm các lực nói trên. Khi mức độ dao động đủ lớn, bánh xe có thể tách ra khỏi mặt đường gây ra hiện tượng mất liên kết (thường gọi là hiện tượng tách bánh). Sự mất tiếp xúc của bánh xe với mặt đường sẽ làm mất tính điều khiển (phanh, lái, tốc độ), có thể gây mất an toàn cho người, hàng hóa và chính phương tiện. Thực tế cho thấy, hiện tượng mất liên kết là rất dễ xảy ra, ngay cả khi xe chuyển động với vận tốc khá nhỏ.

Mặc dù mất liên kết là một hiện tượng xuất hiện phổ biến trong thực tế, nhưng các nghiên cứu lý thuyết đủ chặt chẽ về mặt cơ học còn khá khiêm tốn. Xuất phát từ những phân tích nêu trên, nghiên cứu sinh đã đề xuất đề tài "Nghiên cứu dao động thẳng đứng của ô tô theo các mô hình khác nhau có tính đến hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe và mặt đường".

### 2. Đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu của luận án là các mô hình dao động của ô tô, gồm mô hình 1/4 (quarter model), mô hình 1/2 dọc (longitudinal half-car model), mô hình 1/2 ngang (lateral half-car model) và mô hình không gian (spacial/full-car model).

#### 3. Mục đích nghiên cứu

Mục đích nghiên cứu của đề tài là hoàn thiện các mô hình nghiên cứu dao động của ô tô trên các phương diện khoa học và học thuật nhờ kể đến một cách đồng thời các yếu tố gồm biến dạng của đường, hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe với mặt đường và sự thay đổi kích thước tại vết tiếp xúc của các bánh xe.

#### 4. Phạm vi nghiên cứu

 Ô tô chuyển động thẳng với vận tốc không đổi có giá trị nằm trong phạm vi tốc độ chuyển động được nhà sản xuất quy định.

- Ứng xử của các cụm lò xo - giảm chấn trong các mô hình là tuyến tính.

 Kiểu kích thích dao động là kích thích dạng tiền định. Theo đó, biên dạng mặt đường (mấp mô mặt đường) đã được biết trước, có thể mô tả bằng toán học.

- Có kể đến biến dạng của đường, hiện tượng mất liên kết, sự thay đổi kích thước của vết tiếp xúc và quy luật phân bố áp suất tại diện tích tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường.

 Sự mất mát vận tốc và năng lương do va chạm sau khi mất liên kết rồi liên kết trở lại được bỏ qua.

#### 5. Nội dung nghiên cứu

Luận án sẽ khảo sát dao động của ô tô theo 4 mô hình như đã đề cập ở trên. Mỗi mô hình sẽ triển khai các nội dung cụ thể như sau:

- Xây dựng mô hình dao động của hệ xe - đường kết hợp (mô hình vật lý).

- Thiết lập hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ.

 Chuyển hệ phương trình vi phân (PTVP) dao động có chứa phương trình đạo hàm riêng về hệ PTVP thường có thể giải được bằng phương pháp số.

 Xây dựng chương trình tính toán số của mô hình tương ứng (trong phần mềm Matlab).

- Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô (thể hiện qua các tọa độ, vận tốc, gia tốc suy rộng, lực liên kết tại vết tiếp xúc của các bánh xe) và ảnh hưởng của các yếu tố của xe, đường và tốc độ chuyển động. Kết quả khảo sát của luận án sẽ được so sánh với kết quả nhận được từ các mô hình trước đó (không kể đến hiện tượng mất liên kết và biến dạng của đường hoặc chỉ kể đến một trong hai yếu tố trên) nhằm khẳng định độ tin cậy của mô hình, đặc biệt là ý nghĩa của việc kể đến hiện tượng mất liên kết.

#### 6. Phương pháp nghiên cứu

Luận án sử dụng phương pháp lý thuyết kết hợp với tính toán và mô phỏng số. Cụ thể như sau:

 Sử dụng kiến thức chung của toán học, cơ học và lý thuyết dao động của ô tô để xây dựng mô hình vật lý và mô hình toán của cơ hệ khảo sát.

- Lập chương trình tính toán bằng số trong phần mềm Matlab để xác định, biểu diễn dao động của các bộ phận xe, lực tiếp xúc, xác định thời gian mất liên kết tại các bánh xe và khảo sát ảnh hưởng của các yếu tố.

### 7. Bố cục của luận án

Bố cục của luận án gồm các phần: mở đầu, 4 chương chính, kết luận chung, danh mục các công trình được công bố và tài liệu tham khảo. Trong đó, 4 chương chính của luận án bao gồm:

Chương 1 (tổng quan về vấn đề nghiên cứu) giới thiệu những vấn đề chung về nghiên cứu dao động ô tô; hiện tượng mất liên kết (MLK) và những tác hại của nó; tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước; định hướng và xác định mục tiêu nghiên cứu của luận án.

Chương 2 (khảo sát dao động của ô tô theo mô hình 1/4) thiết lập mô hình dao động 1/4 xe có tính đến hiện tượng MLK giữa bánh xe với mặt đường, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường. Khảo sát đáp ứng dao động của xe, kết quả khảo sát được so sánh giữa các trường hợp có kể đến hoặc không kể đến MLK và biến dạng của đường, khảo sát sự ảnh hưởng của một số đại lượng đến đáp ứng động lực học (ĐLH) của xe và tổng thời gian MLK. Nội dung của chương này được thể hiện trong bài báo số [4] đã được công bố của tác giả.

Chương 3 (khảo sát dao động của ô tô theo mô hình 1/2) trên cơ sở mô hình 1/4 xe, ở chương này xây dựng mô hình 1/2 dọc xe và mô hình 1/2

ngang xe, trong từng mô hình cũng đều tính đến hiện tượng MLK, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc. Từ hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp được thiết lập, trong từng mô hình tiến hành khảo sát đáp ứng dao động của ô tô và ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến đáp ứng ĐLH xe. Bên cạnh đó, đưa ra so sánh về đáp ứng dao động của xe giữa mô hình 1/4 với mô hình 1/2 ngang nhằm đánh giá về sự tương thích giữa hai mô hình trong cùng điều kiện kích thích từ biên dạng mặt đường. Nội dung của chương này được thể hiện trong các bài báo [1], [5] và [6] đã được công bố của tác giả.

Chương 4 (khảo sát dao động của ô tô theo mô hình không gian) thiết lập bài toán dao động ô tô theo mô hình không gian có tính đến hiện tượng MLK, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc tại các bánh xe. Tương tự như chương 3, ở chương này cũng tiến hành khảo sát đáp ứng dao động của ô tô và ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến đáp ứng ĐLH của xe, so sánh về đáp ứng dao động của xe giữa mô hình 1/2 dọc với mô hình không gian nhằm đánh giá về sự tương thích giữa hai mô hình. Nội dung của chương này được thể hiện trong các bài báo [2], [3] và [7] đã được công bố của tác giả.

Phần kết luận chung: Nêu một số kết quả chính đạt được, tính mới của luận án và định hướng tiếp tục mở rộng nội dung nghiên cứu trong tương lai.

# Chương 1 TỔNG QUAN VỀ VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

Chương này sẽ trình bày một số vấn đề chung về dao động của ô tô tình hình nghiên cứu trong nước và trên thế giới có liên quan đến đề tài luận án, từ đó rút ra những nội dung mà luận án cần tập trung giải quyết.

### 1.1. DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ

1. Khi ô tô chuyển động, nhiều nguyên nhân làm cho nó dao động như: sự không bằng phẳng của bề mặt đường, sự không tròn của các bánh xe, sự mất cân bằng của các bộ phận chuyển động có chu kỳ, sự làm việc của động cơ, các lực động xuất hiện trong quá trình vận hành như tăng tốc, phanh, quay vòng, v.v. Trong các nghiên cứu về dao động ô tô, nguồn kích thích gây bởi sự không bằng phẳng của bề mặt đường được đặc biệt quan tâm do người vận hành có thể can thiệp để giảm thiểu dao động chẳng hạn. Dao động gây bởi các nguyên nhân khác có thuộc tính cố hữu (cứ làm việc là xuất hiện). Luận án này cũng sẽ chỉ quan tâm đến dao động thẳng đứng của bề mặt đường.

2. Dao động của ô tô có ảnh hưởng tiêu cực đến con người, hàng hóa được chuyên chở, đường giao thông, độ bền và tuổi thọ của các bộ phận, tính năng điều khiển và sự an toàn chuyển động của chính nó.

Các nghiên cứu [13], [17] chỉ ra rằng khi con người phải chịu đựng lâu trong môi trường dao động của ô tô, có thể họ sẽ mắc phải những bệnh về thần kinh và não. Với những hành khách đi xe bình thường, dao động kết hợp với tiếng ồn có thể gây cho họ sự mệt mỏi. Khi chuyên chở người có sức khỏe không đảm bảo (bệnh nhân chẳng hạn), dao động của ô tô có thể làm tăng tình trạng bệnh tật của họ. Với hàng hóa được chuyên chở, dao động quá mức có thể phá hỏng hoặc làm giảm chất lượng phục vụ của nó. Dao động của ô tô làm phát sinh các tải trọng động và tải trọng thay đối tác động trực tiếp lên các bộ phận của xe gây ra sự quá tải và sự phá hỏng vì mỏi. Ngoài việc gây ra tải trọng thay đổi, dao động của ô tô cũng làm tăng giá trị lớn nhất của tải trọng tác dụng xuống đường làm tăng tốc độ phá hỏng. Sự phá hỏng của đường đến lượt mình lại làm tăng mức dao động của ô tô, dẫn đến làm tăng tốc độ phá hỏng của cả xe và đường. Chu trình "dao động - phá hỏng - dao động - v.v." cứ lặp đi lặp lại với mức độ ngày càng tăng.

Dao động của ô tô làm thay đổi giá trị của áp lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường và lực này có ảnh hưởng đến lực bám ở các bánh xe chủ động. Như đã đề cập, mặc dù dao động vừa làm tăng, vừa làm giảm áp lực tiếp xúc (so với áp lực tĩnh) theo thời gian, nhưng xét tổng thể thì sự thay đổi này là tiêu cực. Sự thay đổi lực bám làm xấu đi khả năng tiếp nhận các lực liên quan đến khả năng chuyển động và điều khiển chuyển động như lực kéo và lực phanh. Đặc biệt, khi mức độ dao động đủ lớn, bánh xe có thể mất tiếp xúc với mặt đường, làm mất tính điều khiển và gây mất an toàn cho xe. Chính vì vậy, việc nghiên cứu dao động của ô tô có kể đến hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe với mặt đường là rất cần thiết.

3. Dao động của ô tô có thể được thể hiện hoặc được biểu diễn thông qua nhiều đại lượng khác nhau, như:

- Các chuyển vị, vận tốc và gia tốc suy rộng.

- Lực liên kết hay lực tiếp xúc tại (các) bánh xe với mặt đường.

- Giá trị lớn nhất của các đại lượng kể trên.

- Giá trị trung bình bình phương (root mean square, RMS) của các đại lượng được quan tâm, đặc biệt là gia tốc dao động và lực tiếp xúc.

- Thời gian mất liên kết tại các bánh xe, v.v.

Trong các đặc trưng động học của ô tô thì chuyển vị, vận tốc và gia tốc của thân xe thường được quan tâm nhiều hơn do có liên quan trực tiếp đến con người, hàng hóa và trang thiết bị chuyên chở. Giá trị, hoặc quy luật thay đổi giá trị theo thời gian và đồ thị biểu diễn của tất cả các đại lượng kể trên sẽ nhận được một cách trực tiếp từ quá trình khảo sát dao động của ô tô theo các mô hình mà luận án đề cập, trên cơ sở của việc giải hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ bằng phương pháp số nhờ các chương trình tính tự viết.

### 1.2. CÁC MÔ HÌNH KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ

### 1.2.1. Các yếu tố liên quan đến việc xây dựng mô hình

Để có thể khảo sát dao động của ô tô, việc làm trước tiên là phải xây dựng được mô hình của nó, bao gồm mô hình vật lý và mô hình toán (hệ PTVP chuyển động của cơ hệ tương ứng). Các yếu tố ảnh hưởng đến việc xây dựng mô hình bao gồm:

 Cấu tạo thực của ô tô: các bộ phận của xe và liên kết giữa chúng, số cầu xe, tính độc lập hay phụ thuộc của hệ thống treo, v.v. (liên quan trực tiếp đến mô hình vật lý).

- Các giả thiết được áp dụng: độ cứng của các bộ phận (có thể được xem là cứng tuyệt đối hay không), ứng xử tuyến tính hay phi tuyến của các cụm lò xo - giảm chấn, quy luật phân bố áp suất trên diện tích tiếp xúc của bánh xe với mặt đường, kể đến hay bỏ qua các yếu tố như biến dạng của đường, hiện tượng mất liên kết, sự mất mát vận tốc và năng lượng va chạm khi tách bánh, v.v.

- Cách lập mô hình của bánh xe: sử dụng một hay nhiều cặp lò xo - giảm chấn, ứng xử của các lò xo là tuyến tính hay phi tuyến, có thể chịu cả kéo và nén hay chỉ chịu nén, v.v.

 Kiểu kích thích từ biên dạng mặt đường (tiền định hay ngẫu nhiên) và cách mô tả chúng (dạng xung, dạng sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp, hay dạng gờ giảm tốc).

 Mục đích và phạm vi nghiên cứu (phạm vi nghiên cứu liên quan đến các yếu tố được kể đến hoặc bỏ qua trong mô hình).  Phương pháp nghiên cứu: lý thuyết, mô phỏng hay thực nghiệm (mỗi phương pháp đòi hỏi một kiểu mô hình riêng).

Tất cả các yếu tố trên sẽ được quan tâm khi xây dựng các mô hình cụ thể ở các chương sau của luận án.

#### 1.2.2. Các mô hình khảo sát dao động của ô tô

Trong nghiên cứu dao động của ô tô, người ta sử dụng các mô hình sau [17]: mô hình 1/4 (quater-car model), mô hình 1/2 dọc và 1/2 ngang (half-car model), mô hình không gian (full-car model). Cả bốn dạng mô hình nêu trên đều có giá trị về mặt học thuật với độ xác thực và phức tạp tăng dần.

Mô hình 1/4 là mô hình đơn giản nhất. Nó được sử dụng khi chỉ quan tâm đến dao động thẳng đứng và bỏ qua các thành phần dao động góc của các khối lượng. Về mặt ứng dụng, mô hình này được dùng để nghiên cứu việc tối ưu hóa hệ thống treo, điều khiển hệ thống phanh, cũng có thể được dùng để khảo sát các dạng kích thích từ biên dạng mặt đường (BDMĐ). Hạn chế của mô hình này là chưa xác thực nên kết quả khảo sát thiếu chính xác, không đánh giá được tác động tương hỗ của các khối lượng trong quá trình dao động, không phản ánh được các dao động góc của thân xe và các cầu.

Mô hình 1/2 dùng để khảo sát dao động trong mặt phẳng dọc xe, hoặc mặt phẳng ngang xe (xét theo hướng chuyển động của xe). Theo đó, có thể gọi tên các mô hình tương ứng là mô hình 1/2 dọc và mô hình 1/2 ngang.

Trong mô hình 1/2 dọc, dao động thẳng đứng và dao động góc dọc của khối lượng được treo (gồm thân xe và các khối lượng được chuyên chở) được kể đến. Mô hình này có thể được sử dụng để nghiên cứu tương tác giữa xe và đường, hay sự phân bố tải trọng giữa các cầu khi phanh. Hạn chế của mô hình này là không đánh giá được dao động lắc ngang của các khối lượng, đồng thời không thể hiện được tác động tương hỗ theo phương ngang xe.

Mô hình 1/2 ngang phản ánh dao động thẳng đứng và dao động lắc

ngang của thân xe và cầu xe. Nó có thể được sử dụng để khảo sát tính ổn định lật của xe khi chuyển động trên đường nghiêng ngang, trên đường mà mấp mô bề mặt trên hai vệt bánh xe có sự khác biệt lớn, hoặc khi quay vòng. Hạn chế của mô hình này là không kể đến dao động dọc xe, không thể hiện được sự khác biệt về lực kéo và lực phanh trong quá trình chuyển động do không mô tả mối liên hệ dao động giữa các cầu xe.

Mô hình không gian kể đến cả dao động thẳng đứng và dao động góc (cả dọc và ngang) của thân xe và các cầu xe. Do thể hiện được đầy đủ hơn các thành phần dao động của ô tô và mối liên hệ giữa chúng nên đây là mô hình gần với hệ thực nhất trong bốn kiểu mô hình đã được đưa ra. Tuy nhiên, việc nghiên cứu theo mô hình không gian phức tạp hơn nhiều so với các mô hình trước đó cả về xây dựng mô hình và khảo sát tính toán.

Trong các mô hình khảo sát dao động của ô tô, tùy theo đặc điểm kết cấu và tính chất vật lý của từng loại đường cụ thể mà biến dạng của đường có thể được bỏ qua hay được kể đến. Với các loại đường giao thông thông thường, do lớp bề mặt và các lớp nền đường được làm theo các tiêu chuẩn kỹ thuật nên biến dạng của đường theo phương thẳng đứng là nhỏ và có thể bỏ qua. Với các loại đường có lớp bề mặt hoặc các lớp nền yếu hơn thì biến dạng thẳng đứng của đường là đáng kể và việc kể đến biến dạng này là cần thiết.

Mô hình có kế đến biến dạng của đường khi khảo sát dao động của ô tô thường là dầm hoặc tấm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin. Mô hình dầm với mặt cắt ngang hình chữ nhật trên nền đàn nhớt được sử dụng cho các mô hình 1/4 và 1/2 trong khi mô hình tấm chữ nhật trên nền đàn nhớt được áp dụng cho mô hình không gian. Liên kết của dầm trong các mô hình dao động 1/4 và 1/2 có thể được chọn là kiểu tựa đơn, bản lề hoặc ngàm trên cả hai đầu (do sự như nhau về hình học và động học của hai đầu). Liên kết của tấm trong mô hình dao động không gian cũng có thể được chọn tương tự cho cả bốn cạnh. Tuy nhiên, liên kết kiểu tựa đơn và bản lề được sử dụng phổ biến hơn [63].

Nền đàn nhớt Kelvin được lập mô hình bằng hệ lò xo - giảm chấn phân bố đều theo chiều dài của dầm, hoặc theo diện tích bề mặt của tấm chữ nhật. Mô hình dao động của xe có kể đến biến dạng của đường được gọi là mô hình xe - đường kết hợp.

Trong cả bốn mô hình khảo sát dao động của ô tô mà luận án quan tâm, biến dạng của đường đều sẽ được tính đến. Do đó, các mô hình của đường mà ở trên đã trình bày sẽ được áp dụng.

#### 1.2.3. Các dạng kích thích dao động của ô tô

Như trên đã đề cập, luận án chỉ quan tâm đến việc khảo sát dao động của ô tô khi chuyển động trên đường không bằng phẳng, trong đó các điểm thuộc thân xe và các cầu chỉ dao động theo phương thẳng đứng. Dạng kích thích dao động của ô tô là kích thích động học, gây bởi sự không bằng phẳng (mấp mô) của bề mặt đường.

Mặc dù BDMĐ trong thực tế là một hay một số mặt có dạng không gian, nhưng chỉ phần diện tích bề mặt nơi các bánh xe lăn qua mới thực sự ảnh hưởng đến dao động và đáng được quan tâm. Mặt khác, do chiều rộng của các bánh xe là tương đối nhỏ nên chiều cao của các điểm thuộc BDMĐ và nằm trên vết tiếp xúc được xem là không thay đổi theo phương trục của bánh xe. Với lý do này, biên dạng mặt đường trong các mô hình dao động của ô tô đều được quy về dạng các đường cong phẳng nằm trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua tâm của vết tiếp xúc.

Theo tài liệu [13], [17], kích thích dao động do sự không bằng phẳng của BDMĐ gây ra có thể được phân thành 4 nhóm như sau:

*Nhóm 1*: BDMĐ có dạng sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp. Đây là dạng kích thích phổ biến nhất trong nghiên cứu dao động của ô tô.

*Nhóm 2*: BDMĐ dạng xung đơn. Dạng này tương ứng với một mấp mô có chiều dài theo phương chuyển động nhỏ. Thời gian tác động của kích thích

dạng này lên các bánh xe là bé (tác dụng xung).

*Nhóm 3*: BDMĐ dạng gờ giảm tốc (speed bumps). Dạng kích thích này bao gồm một số xung đơn được bố trí gần nhau, thường là cách đều nhau và kéo dài qua cả hai bên vệt bánh xe.

*Nhóm 4*: BDMĐ kiểu ngẫu nhiên. Ở dạng này, BDMĐ thay đổi liên tục và không theo quy luật. Dữ liệu về kích thích dao động kiểu ngẫu nhiên được thu thập bằng thực nghiệm và xử lý bằng các công cụ của xác suất thống kê.

Trong bốn nhóm kích thích động học kể trên, hàm kích thích của ba nhóm đầu có thể mô tả trước bằng toán học và được gọi chung là kích thích *kiểu tiền định* (pre-determination). Vì luận án chỉ giới hạn việc nghiên cứu dao động của ô tô với kích thích kiểu tiền định nên để phục vụ việc khảo sát ở các chương tiếp theo, dưới đây trình bày chi tiết hơn về mô tả toán học của một số BDMĐ tương ứng với kích thích kiểu tiền định.

a) Biên dạng mặt đường kiểu sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp

Kiểu BDMĐ này được biểu diễn trên Hình 1.1, trong đó z=z(x) là hàm biểu diễn sự thay đổi của chiều cao sóng mấp mô mặt đường theo phương chuyển động.



Hình 1.1: BDMĐ kiểu sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp

Các đặc trưng của kích thích dạng này là: biên độ sóng  $(h_E)$ , chiều dài bước sóng hình sin hay chu kỳ sóng  $(L_E)$ , còn  $x_0$  và  $\theta = \tan^{-1} (dz/dx) \|_{x=x_0}$  lần lượt là tọa độ theo phương x (phương chuyển động) và độ dốc của biên dạng tại điểm bắt đầu của sóng.

Đại lượng  $x_0$  tương ứng với quãng đường di chuyển của ô tô từ thời điểm

ban đầu đến thời điểm mà xe bắt đầu đi vào đoạn đường không bằng phẳng. Nó được đưa vào vừa là để đảm bảo tính tổng quát của việc mô tả, vừa là để làm tăng sự rõ ràng cho các đồ thị biểu diễn kết quả khảo sát.

Phương trình biểu diễn biên dạng mặt đường trên Hình 1.1 là:

$$z = \begin{cases} 0 : (x < x_0) \\ h_E \sin\left[\frac{2\pi}{L_E}(x - x_0)\right] : (x \ge x_0) \end{cases}$$
(1.1)

Trong các thí dụ khảo sát dao động của ô tô, tọa độ x tương ứng với vị trí của điểm tiếp xúc tính toán của bánh xe với mặt đường (vị trí này thường được chọn là tâm vết tiếp xúc). Nó có quan hệ với vận tốc chuyển động V (được giả thiết không đổi) của xe theo công thức:

$$x = V \times t \tag{1.2}$$

Khi đó, tọa độ z thể hiện sự thay đổi chiều cao của tâm vết tiếp xúc (chiều cao mấp mô) so với mặt đường danh nghĩa. Nó được ký hiệu là  $r_D$  và phụ thuộc vào thời gian như sau:

$$r_{D} = \begin{cases} 0: (t < t_{0}) \\ h_{E} \sin\left[\frac{2\pi}{L_{E}}V(t - t_{0})\right]: (t \ge t_{0}) \end{cases}$$
(1.3)

trong đó  $t_0 = x_0/V$  là khoảng thời gian từ thời điểm t=0 đến thời điểm xe bắt đầu đi vào đoạn đường không bằng phẳng.

Trong các mô hình dao động có nhiều bánh xe thì các công thức (1.1)÷(1.3) sẽ được viết cho phù hợp với kích thích tại bánh xe tương ứng.

#### b) Biên dạng mặt đường kiểu xung đơn

Kích thích dạng xung đơn là kiểu kích thích khá thường gặp trong thực tế, dạng hình học thực của chúng là rất phức tạp. Vì vậy, để có thể thực hiện được các tính toán khảo sát, chúng ta phải mô tả chúng một cách gần đúng bằng biểu thức toán học tương ứng.

Hình 1.2 thể hiện một số dạng hình học tiêu biểu của biên dạng mặt đường kiểu xung đơn, được các tác giả [3], [17] đề xuất.



Hình 1.2: Các dạng xung đơn

(a. Xung hình sin nửa chu kỳ, b. Xung hình sin một chu kỳ trọn vẹn,c. Xung parabol, d. Xung cung tròn, e. Xung hình thang cân)

Các thông số đặc trưng của biên dạng mặt đường dạng xung đơn bao gồm chiều cao ( $h_E$ ), chiều dài ( $L_E$ ) và biểu thức toán học tương ứng. Chẳng hạn, với xung parabol (Hình 1.2*c*), biểu thức toán học tương ứng là:

$$z = \begin{cases} 0 : (x < x_0) \cup (x > x_0 + L_E) \\ -\frac{4h_E}{L_E^2} (x - x_0)(x - x_0 - L_E) : (x_0 \le x \le x_0 + L_E) \end{cases}$$
(1.4)

Từ công thức (1.4), chúng ta có thể viết biểu thức mô tả kích thích động học bằng cách thay z bởi  $r_D$ , x và  $x_0$  lần lượt bởi  $V \times t$  và  $V \times t_0$ . Các dạng xung đơn khác trên Hình 1.2 cũng được mô tả một cách hoàn toàn tương tự.

c) Biên dạng mặt đường kiểu gờ giảm tốc

Gờ giảm tốc là một hay một số dải nhân tạo được tạo ra trên bề mặt đường tại những vị trí cần thiết nhằm cảnh báo hoặc buộc các lái xe phải giảm tốc độ, đảm bảo sự an toàn giao thông. Gờ giảm tốc có thể được chế tạo sẵn bằng kim loại, cũng có thể là bê tông, nhựa đường, sơn, v.v. được gắn hoặc đắp thêm vào mặt đường danh nghĩa, tạo nên một hay một số dải vuông góc với phương di chuyển của các phương tiện trên đường. Kích thước của các gờ giảm tốc thường được quy định trong các tiêu chuẩn kỹ thuật.

Hình 1.3 biểu diễn một tổ hợp gồm 3 gờ giảm tốc có thể gặp trong thực tế. Các đặc trưng hình học của một tổ hợp gờ giảm tốc bao gồm: chiều cao (h) và chiều dài (l) của mỗi gờ, khoảng cách (d) giữa các gờ và hàm mô tả sự thay đổi chiều cao của gờ theo phương chuyển động.



Hình 1.3: Minh họa các gờ giảm tốc

Biên dạng mặt cắt ngang của các gờ giảm tốc là như nhau và cũng được xấp xỉ ở các dạng tương tự như ở dạng xung đơn. Vì vậy, cách mô tả các hàm biểu diễn sự thay đổi chiều cao của mỗi gờ giảm tốc theo phương chuyển động cũng tương tự như các hàm biểu diễn kích thích mặt đường dạng xung đơn. Các gờ giảm tốc chỉ khác nhau ở điểm bắt đầu của chúng.

So với BDMĐ kiểu sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp và kiểu xung đơn, kiểu gờ giảm tốc có một số đặc điểm khác biệt như sau:

 Kích thích trên cùng một gờ được xem là như nhau giữa hai vệt bánh xe bên trái và bên phải (cả về dạng hình học và thời điểm bắt đầu của gờ).

- Số lượng gờ giảm tốc có thể là một hoặc nhiều hơn.

### 1.3. HIỆN TƯỢNG MẤT LIÊN KẾT

Mất liên kết (MLK) là hiện tượng bánh xe tách ra khỏi mặt đường trong quá trình chuyển động. Hiện tượng này còn được gọi là *hiện tượng tách bánh*, hay *hiện tượng mất tiếp xúc*. Với các mô hình ô tô có nhiều bánh, hiện tượng

MLK được xem là đã xảy ra khi có ít nhất một bánh xe của nó tách ra khỏi mặt đường.

Hiện tượng MLK có thể xảy ra đối với ô tô khi mức dao động thẳng đứng của nó đủ lớn, khi chuyển động trên đường nghiêng ngang với độ dốc đủ lớn, khi quay vòng với tốc độ không phù hợp, hoặc khi kết hợp các nguyên nhân kể trên.

Nói chung, mất liên kết là hiện tượng tiêu cực. Nó làm giảm hoặc mất các tính năng điều khiển (lái, phanh, tốc độ) của xe có thể dẫn đến việc gây mất an toàn chuyển động. Ngoài ra, hiện tượng mất liên kết còn làm tăng giá trị lớn nhất của tải trọng mà đường và các bộ phận của xe phải chịu, dẫn đến làm tăng tốc độ phá hỏng và giảm tuổi thọ của chúng.

Trong các tính toán khảo sát động lực học của ô tô, hiện tượng MLK có thể được nhận biết thông qua phản lực liên kết tại vết tiếp xúc của các bánh xe với mặt đường, hoặc hiệu số chuyển vị thẳng đứng của hai đầu cụm lò xo và giảm chấn biểu diễn bánh xe.

### 1.4. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA BÁNH XE

Mô hình dao động của bánh xe là một bộ phận quan trọng trong mô hình dao động của ô tô. Dưới tác dụng của các lực gây ra biến dạng (thẳng đứng), bánh xe thể hiện cả 3 đặc tính: quán tính, đàn hồi và cản dao động. Chính vì vậy, mô hình dao dộng thẳng đứng của bánh xe thường được lập dưới dạng một hệ dao động với các phần tử khối lượng, lò xo, giảm chấn. Trong các mô hình đó, khối lượng của bánh xe được tính đến trong khối lượng của cầu xe có liên quan.

Các mô hình dao động của bánh xe khác nhau cả ở mô hình vật lý và mô hình toán. Về mô hình vật lý, mỗi bánh xe có thể được biểu diễn bằng một cụm lò xo - giảm chấn (phổ biến), hay một số cụm lò xo - giảm chấn ghép song song như trong [65], hoặc giao nhau tại tâm của bánh xe như trong [63]. Tuy nhiên, xét về lý thuyết, mỗi hệ bao gồm nhiều cặp lò xo - giảm chấn đều
có thể được thay thế bởi (quy đổi thành) một hệ gồm chỉ một lò xo và một giảm chấn dựa trên nguyên tắc đảm bảo sự tương đương về lực hay chuyển vị [16], [52]. Nhờ khả năng quy đổi đó mà nếu xét về bản chất, các mô hình khác nhau của bánh xe chỉ khác nhau ở công thức tính hợp lực trong hệ lò xo và giảm chấn tương ứng.

Ứng xử của các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn tính đàn hồi và tính cản của bánh xe có thể là tuyến tính hoặc phi tuyến. Điều này không chỉ phụ thuộc vào tính chất vật lý của bánh xe thực mà còn phụ thuộc vào cách lựa chọn mô hình bánh xe và các giả thiết được áp dụng. Các giả thiết chủ yếu có liên quan đến việc xây dựng mô hình dao động của bánh xe là:

- Quan hệ lực - biến dạng trong mô hình dao động của bánh xe là tuyến tính hay phi tuyến.

- Có hay không kể đến biến dạng của đường và hiện tượng mất liên kết.

 Có hay không kể đến sự thay đổi kích thước của vết tiếp xúc và áp suất trên vết tiếp xúc. Nếu có thì kể đến như thế nào?

- Đường tác dụng của lực đàn hồi và lực cản trong cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe có là các đường thẳng đứng và có trùng nhau hay không.

Hình 1.4 biểu diễn mô hình dao động của một bánh xe có ứng xử tuyến tính khi không kể đến hiện tượng mất liên kết. Theo đó, đầu dưới của cặp lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường.



Hình 1.4: Mô hình dao động của bánh xe khi không kể đến hiện tượng MLK

Trên hình vẽ:

m - khối lượng dao động (chứa khối lượng của bánh xe),

 $k_L$  - hệ số độ cứng của lò xo mô hình (thể hiện tính đàn hồi của bánh xe),

 $c_L$  - hệ số cản của giảm chấn mô hình (thể hiện tính cản của bánh xe),

A, B - các điểm liên kết phía trên và phía dưới (với cầu xe và mặt đường) của cụm lò xo - giảm chấn,

D - hình chiếu của A và B trên biên dạng mặt đường (D luôn trùng với B khi không kể đến hiện tượng mất liên kết),

 $u_A$  - chuyển vị thẳng đứng của điểm A so với một vị trí mốc nào đó (như vị trí cân bằng tĩnh, vị trí khi lò xo ở trạng thái tự nhiên, v.v.),

 $u_D$  - chuyển vị thẳng đứng của điểm *D* so với mặt đường danh nghĩa; với đường không bằng phẳng và có tính đến biến dạng thì  $u_D$  được xác định bởi:

$$u_D = w_D + r_D \tag{1.5}$$

trong đó  $r_D$  là chiều cao mấp mô và  $w_D$  là biến dạng thẳng đứng của đường tại điểm D ( $w_D = 0$  khi không kể đến biến dạng của đường).

Công thức tính hợp lực của cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe trong trường hợp không kể đến mất liên kết là:

$$F_{L} = k_{L}(u_{D} - u_{A}) + c_{L}(\dot{u}_{D} - \dot{u}_{A})$$
(1.6)

Công thức trên được sử dụng khi  $u_A$  được tính từ vị trí ứng với khi lò xo mô hình ở trạng thái tự nhiên của nó.

Mô hình dao động của bánh xe có kể đến hiện tượng mất liên kết đã được một số tác giả đề cập đến. Tuy nhiên, do các mô hình này khá phức tạp và không thuận tiện cho việc áp dụng nên chúng không được trình bày ở đây mà sẽ được giới thiệu chi tiết hơn ở trong chương 2. Một mô hình dao động của bánh xe sẽ được tác giả luận án đề xuất cho trường hợp có kể đến hiện tượng mất liên kết và biến dạng của đường cùng với mô hình dao động dạng 1/4 của ô tô.

## 1.5. TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU DAO ĐỘNG Ô TÔ

Bài toán về dao động của ô tô được rất nhiều các tác giả trong và ngoài nước quan tâm. Sự đa dạng trong các nghiên cứu về dao động của ô tô được quyết định bởi các yếu tố như: giả thiết về mô hình nghiên cứu, công thức bánh xe, mô hình dao động của bánh xe, giả thiết về ứng xử động lực học của các cụm lò xo - giảm chấn trong mô hình dao động, kiểu kích thích, mục đích nghiên cứu, phương pháp nghiên cứu, v.v. Bảng 1.1 trình bày các dạng bài toán (hướng nghiên cứu) dao động của ô tô dựa trên một số cơ sở phân loại tiêu biểu.

ТТ	Cơ sở phân loại	Dạng bài toán	
1	Mục đích nghiên cứu.	- Hoàn thiện mô hình nghiên cứu.	
		- Xác định đáp ứng dao động (chuyển	
		vị, vận tốc, gia tốc, lực tương tác, v.v).	
		- Điều khiển dao động.	
		- Tính toán thiết kế và kiểm nghiệm	
		xe và/hoặc đường.	
		- Đề xuất quy phạm khai thác, sử	
		dụng xe và đường.	
2	Phương pháp nghiên cứu.	- Nghiên cứu lý thuyết (giải tích).	
		- Mô phỏng bằng phần mềm.	
		- Thực nghiệm.	
		- Kết hợp lý thuyết với thực nghiệm	
		và mô phỏng.	
3	Giả thiết về mô hình nghiên	<ul> <li>Mô hình phẳng (mô hình 1/4, 1/2).</li> <li>Mô hình không gian.</li> </ul>	
	cứu.		

Bảng 1.1. Phân loại các dạng bài toán nghiên cứu dao động ô tô.

ТТ	Cơ sở phân loại	Dạng bài toán	
4	Số cầu xe.	- Xe 2 cầu.	
		- Xe nhiều cầu.	
5	Kiểu hệ thống treo.	- Hệ thống treo độc lập.	
		- Hệ thống treo phụ thuộc.	
6	Ứng xử động lực học của các	- Ứng xử tuyến tính.	
	cụm lò xo - giảm chấn.	- Ứng xử phi tuyến.	
7	Dạng kích thích.	- Kích thích kiểu tiền định.	
		- Kích thích dạng ngẫu nhiên.	
8	Biến dạng của đường.	- Có kể đến biến dạng của đường.	
		- Không kể đến biến dạng của đường.	
9	Mô hình bánh xe.	- Một cặp lò xo - giảm chấn.	
		- Nhiều cặp lò xo - giảm chấn.	
10	Hiện tượng mất liên kết giữa	- Có tính đến mất liên kết.	
	bánh xe với mặt đường.	- Không tính đến mất liên kết.	
11	Sự thay đổi kích thước vết	- Có xét sự thay đổi.	
	tiếp xúc.	- Không xét sự thay đổi.	

Sau đây sẽ trình bày một số hướng nghiên cứu tiêu biểu có liên quan đến đề tài luận án làm cơ sở cho việc xác định nội dung và phương pháp nghiên cứu của đề tài.

# 1.5.1. Nghiên cứu dao động ô tô khi không kể đến biến dạng của đường và hiện tượng mất liên kết

Việc khảo sát dao động của ô tô không kể đến biến dạng của đường được đặt ra trong trường hợp biến dạng của đường là nhỏ, có thể bỏ qua được. Lúc đó, đường được xem là cứng tuyệt đối và dao động của ô tô chủ yếu gây bởi sự không bằng phẳng của BDMĐ. Có thể áp dụng mô hình này cho các trường hợp thực tế như xe chuyển động trên các loại đường nhựa, đường bê tông đã được khai thác lâu dài, không còn tiếp tục lún. Các nghiên cứu thường tập trung vào việc tối ưu hóa và điều khiển hệ thống treo, khảo sát độ mấp mô của BDMĐ nhằm thu thập dữ liệu về kích thích, xác định lực tương tác xe - đường và đánh giá độ êm dịu chuyển động.

Trong giáo trình "Dao động của ô tô" [17], tác giả Vũ Đức Lập đã trình bày chi tiết cơ sở lý thuyết chung về nghiên cứu dao động ô tô. Tác giả đã giới thiệu các chỉ tiêu về độ an toàn và độ êm dịu chuyển động, hiện tượng tách bánh xe cũng như tác hại của hiện tượng này đến an toàn chuyển động của xe. Theo tác giả, khi xảy ra hiện tượng tách bánh (hiện tượng mất liên kết), tính điều khiển của xe sẽ bị suy giảm hoặc bị mất hoàn toàn do sự suy giảm của lực bám. Tuy nhiên, tài liệu này chưa đề cập đến việc khảo sát cụ thể hiện tượng MLK mà chỉ đưa ra điều kiện xảy ra của nó.

Luận án tiến sĩ kỹ thuật của tác giả Nguyễn Văn Hùng [15] đã nghiên cứu hiện tượng lắc ngang (dao động ngang) của ô tô, ảnh hưởng của một số thông số của xe và đường đến hiện tượng này, ảnh hưởng của dao động ngang đến lực tương tác xe - đường khi xe chuyển động thẳng đều trên đường mấp mô và khi xe chuyển làn trên đường bằng với tốc độ cao. Ở đây tác giả vẫn sử dụng giả thiết bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường. Kết quả nghiên cứu cho thấy dao động ngang làm giảm giá trị của tải trọng từ bánh xe tác dụng xuống mặt đường trong các khoảng thời gian xác định. Hiện tượng này làm tăng khả năng tách bánh dẫn đến những tác hại mà hiện tượng tách bánh gây ra.

Luận án tiến sĩ kỹ thuật của tác giả Nguyễn Ngọc Tú [23] nghiên cứu ổn định trượt và lật của đoàn xe. Ở đây, hệ phương trình Newton - Euler được sử dụng để thiết lập hệ PTVP dao động của cơ hệ, Simulink trong Matlab được sử dụng để xây dựng chương trình tính và mô phỏng dao động của cơ hệ dưới tác dụng của kích thích từ BDMĐ. Nhờ đó, luận án đã tìm ra quy luật dao động của các mô-đun và giới hạn mất ổn định của ô tô kéo moóc. Phương pháp phân chia mô-đun cho phép thay đổi một cách thuận tiện giá trị của các thông số đầu vào phù hợp với mục đích nghiên cứu.

Trong các công trình [7] ÷ [12], nhóm tác giả Vũ Công Hàm và Nguyễn Đình Dũng đã khảo sát đáp ứng dao động và lực tương tác xe - đường của ô tô hai cầu với hệ thống treo phụ thuộc, chịu kích thích động học từ mặt đường trên đường ngang và đường nghiêng, theo mô hình không gian 7 bậc tự do. Trong các công trình này, biến dạng của đường không được kể đến, kích thích từ BDMĐ là kiểu tiền định, được mô tả trước bằng các hàm giải tích. Hiện tượng mất liên kết mặc dù được đề cập trong nghiên cứu [11], nhưng với giả thiết bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường.

Các tác giả Xuan-Toan Nguyen, Van-Duc Tran và Nhat-Duc Hoang [60] đã nghiên cứu đáp ứng ĐLH của xe tải ba cầu trong hệ kết hợp giữa xe và cầu (bridge) có xét đến hiệu ứng phanh. Các tác giả đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) để khảo sát phản ứng động của cầu trong vai trò một dầm liên tục và tiến hành thực nghiệm tại hiện trường để khẳng định độ tin cậy của kết quả nghiên cứu. Các kết quả nghiên cứu cho thấy dao động uốn của cầu tăng lên đáng kể dưới tác động của các lực động (theo phương thẳng đứng), đặc biệt là khi xe được phanh gấp ở tốc độ cao. Kết quả nghiên cứu có thể được sử dụng làm tài liệu tham khảo bổ sung cho quá trình thiết kế và thi công các mã cầu hiện tại ở Việt Nam.

Các tác giả Van Liem Nguyen, Khac Tuan Nguyen [57] đã sử dụng phần mềm Matlab Simulink để đánh giá ảnh hưởng của các điều kiện làm việc (vận tốc, tải trọng) của xe tải hạng nặng chuyển động trên các mặt đường tiêu chuẩn đến độ êm dịu chuyển động và sự thân thiện đối với đường, dựa trên tiêu chuẩn ISO 2631-1. Xe được khảo sát là xe ba cầu được lập mô hình dưới dạng một hệ dao động 13 bậc tự do chuyển động với vận tốc từ 10m/s đến 30m/s. Các chế độ tải được khảo sát là đầy tải, nửa tải và quá tải. Biên dạng mặt đường được lấy theo tiêu chuẩn ISO 8068 ở 4 cấp độ A, B, C, D. Các kết quả khảo sát cho thấy độ êm dịu của xe bị giảm đi một cách rõ rệt trên mặt đường có cấp độ C, D và rất kém ở cấp độ D khi xe chở quá nửa tải. Tải trọng động tại các bánh xe thuộc cầu thứ 2 có tác động mạnh nhất đối với mặt đường và là nguyên nhân chính làm hỏng mặt đường.

Mahmoud Rababad và Atanu Bhuyan [43] đã sử dụng phương pháp Skyhook (phương pháp này cho phép thay đổi các giá trị ảo của cụm lò xo giảm chấn thuộc hệ thống treo) để xác định các đáp ứng mong muốn của ô tô, làm cơ sở thiết kế và tối ưu hóa hệ thống treo. Trước tiên, các tác giả đã mô phỏng theo mô hình 1/4 (quarter-car model) bằng phần mềm Matlab Simulink nhằm phân tích ứng xử của hệ thống treo. Sau đó, các kết quả được ngoại suy cho mô hình đầy đủ (full-car model) của xe để khảo sát đáp ứng. Từ kết quả nghiên cứu, các tác giả nhận định rằng hiện tượng MLK rất dễ xảy ra; do đó, cần khảo sát thêm hiện tượng này theo mô hình không gian nhằm nhận được các kết quả đánh giá sát với thực tiễn hơn.

A. Bala Raju và R. Venkatachalam [25] đã nghiên cứu đáp ứng tần số của ô tô với hệ thống treo bán độc lập. Các tác giả đã xây dựng mô hình dao động dạng không gian của ô tô với 7 bậc tự do chịu kích thích từ BDMĐ kiểu tiền định dạng hàm sin. Kết quả khảo sát được so sánh với các kết quả của xe tương ứng (nhưng có hệ thống treo thường) trong cùng điều kiện, từ đó rút ra kết luận về ứng xử động lực học của toàn bộ hệ thống.

A. Mitra, N. Benerjee và các cộng sự [27] đã sử dụng phần mềm Matlab Simulink để mô phỏng dao động của ô tô với hệ thống treo bị động theo mô hình không gian 7 bậc tự do chịu kích thích từ BDMĐ dưới dạng gờ giảm tốc (đã được tiêu chuẩn hóa). Các tác giả đã khảo sát ảnh hưởng của độ cứng của lò xo và hệ số cản của giảm chấn thuộc hệ treo đến chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị góc của thân xe. Kết quả nghiên cứu cho phép khảo sát các hệ thống treo với kiểu tương tự nhằm tối ưu hóa đa mục tiêu hệ thống treo.

Agostinacchio, D. Ciampa và S. Olita [26] đã sử dụng mô hình 1/4 để khảo

sát lực động từ mặt đường tác dụng lên 3 loại xe, gồm xe tải, xe con và xe buýt. Đường trong mô hình khảo sát được lấy theo tiêu chuẩn ISO - 8608. Kết quả khảo sát thể hiện dưới dạng đồ thị biên độ - tần số của lực động cho thấy xe buýt có biên độ lực động lớn nhất, sau đó đến xe tải và xe con. Nghiên cứu này được dùng làm cơ sở cho việc đề xuất giải pháp chống rung động cho các công trình nằm cạnh đường giao thông.

Vladan Ilie [58] đã tổng kết các nghiên cứu thực nghiệm trên thế giới về mối quan hệ giữa tốc độ di chuyển của xe và độ mấp mô của mặt đường. Kết quả của việc tổng kết chỉ ra rằng khi chỉ số độ nhám của đường IRI (International Roughness Index) tăng thì thời gian đi lại trên đường cũng tăng lên do tốc độ di chuyển của xe giảm. Điều này cũng ảnh hưởng tiêu cực đến sức khỏe và tâm lý của người điều khiển, hành khách và sự an toàn của hàng hóa. Bản tổng kết cũng cho thấy số lượng các công trình nghiên cứu về mối quan hệ giữa tốc độ chuyển động của xe và độ mấp mô của mặt đường còn ít. Việc so sánh các kết quả nghiên cứu trong cùng một điều kiện là gần như không thể do không thể duy trì sự như nhau của tốc độ xe giữa các lần thử nghiệm. Điều này gây khó khăn cho việc xử lý thông tin về tốc độ xe và tình trạng đường tại cùng một thời điểm hay cùng một vị trí.

Keren Chen và các cộng sự [38] đã nghiên cứu tối ưu hóa hệ thống treo có ứng xử phi tuyến của xe tải hạng nặng. Mô hình khảo sát là mô hình 1/2 dọc, với kích thích từ BDMĐ dạng điều hòa và dạng xung là các hàm có sẵn trong phần mềm Matlab Simulink. Các tác giả đã sử dụng phương pháp tích hợp đa phần mềm (integrated multi - software method) và thuật toán di truyền để tối ưu hóa trước hết là các bộ phận thuộc hệ thống treo, sau đó mở rộng cho mô hình dao động của toàn bộ xe. Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu, nhóm tác giả đã khuyến nghị việc tiếp tục hoàn thiện mô hình hệ thống treo có các cặp lò xo - giảm chấn ứng xử phi tuyến cho trường hợp kết hợp nhiều nguồn kích thích.

# 1.5.2. Nghiên cứu dao động ô tô có kể đến biến dạng đường nhưng không kể đến hiện tượng mất liên kết

Biến dạng của đường được kể đến khi ô tô chuyển động trên các đường có nền đường không ổn định (vẫn tiếp tục lún), hoặc trên các đường không được làm sẵn (như trường hợp của ô tô quân sự hoạt động trong địa hình rừng núi). Trong trường hợp này, dao động của ô tô và dao động của đường thường được khảo sát đồng thời trong cùng một cơ hệ, biến dạng của đường được kể đến nhờ việc lập mô hình của đường dưới dạng tấm chữ nhật đàn hồi trên nền đàn nhớt. Mục đích nghiên cứu thường là xác định đáp ứng dao động của các bộ phận xe và lực tương tác xe - đường.

Chương 4 của luận án tiến sĩ của tác giả Nguyễn Đình Dũng [3] đã nghiên cứu đáp ứng dao động và lực tương tác xe - đường với các dạng kích thích động học khác nhau, trong đó biến dạng của đường được kể đến. Xe ô tô hai cầu với hệ thống treo phụ thuộc được lập mô hình dưới dạng hệ dao động không gian 7 bậc tự do, còn đường được lập mô hình ở dạng tấm chữ nhật đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin. Là một trong những nghiên cứu đầu tiên ở Việt nam đã kể đến biến dạng của đường khi khảo sát tương tác ĐLH giữa xe và đường, luận án đã góp phần hoàn thiện mô hình khảo sát, đồng thời làm sâu sắc hơn nội dung và phương pháp luận trong việc tiếp cận và giải quyết bài toán. Phương pháp luận và những kết quả thu được của luận án tạo cơ sở khoa học cho việc tính toán, thiết kế và khai thác có hiệu quả cả xe và đường. Tuy nhiên, luận án vẫn sử dụng giả thiết bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường.

Lu Sun [41] đã khảo sát ứng xử ĐLH của hệ xe - đường kết hợp. Ba khía cạnh được quan tâm là mấp mô mặt đường, lực tương tác xe - đường và đáp ứng dao động của cơ hệ dưới tác dụng của tải trọng động gây bởi kích thích mặt đường dạng ngẫu nhiên. Mô hình của đường được xây dựng dưới dạng 2D (2 chiều), bề mặt đường được phân tích trong miền tần số nhờ sử dụng

phép khai triển Fourier các hàm tuần hoàn. Nghiên cứu đã chỉ ra mối liên hệ mật thiết giữa mấp mô mặt đường và tốc độ di chuyển của xe với các thông số thể hiện ứng xử của hệ thống treo.

Shaohua Li, Yongjie Lu và Haoyu Li [49] đã nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số hệ thống đến ứng xử ĐLH của hệ xe - đường kết hợp. Xe với hệ thống treo độc lập có ứng xử phi tuyến được lập mô hình dưới dạng hệ dao động 7 bậc tự do. Đường được lập mô hình dưới dạng tấm đàn hồi 2 lớp trên nền đàn nhớt phi tuyến. Các tác giả đã đưa ra những đánh giá định lượng về ảnh hưởng của các thông số hệ thống đến gia tốc thẳng đứng của thân xe và sự biến dạng thẳng đứng của đường.

Liu Yong Chen, Sunli, Liang Kun, Xulichao [40] đã khảo sát dao động của ô tô theo mô hình 1/4 có tính đến biến dạng của đường. Đường biến dạng được biểu diễn bằng dầm Euler-Bernoulli trên nền đàn nhớt Kelvin. Các tác giả đã đo độ mấp mô của mặt đường thực rồi phân tích phổ các số liệu nhận được và áp dụng vào mô hình toán. Ứng xử của hệ xe - đường kết hợp (tuyến tính) được xác định bằng cách áp dụng phép biến đổi tích phân và phương pháp chồng chất nghiệm. Nghiên cứu đã chỉ ra rằng biến dạng của đường gây bởi sự mấp mô bề mặt và chuyển vị thẳng đứng của nó trong quá trình dao động là quá trình ngẫu nhiên không ổn định.

Rong-Xia Xia, Jin-Hui Li, Jie He, Deng-Feng Shi [47] đã sử dụng mô hình 1/4 để nghiên cứu sự phá hỏng mặt đường gây bởi tải trọng của xe và tải trọng động ngẫu nhiên. Các tác giả đã sử dụng mô hình phần tử hữu hạn 3D để phân tích đáp ứng động lực của mặt đường nhựa, xác định chỉ số ứng suất của mỗi lớp đường và các tham số hiệu quả của xe đối với đáp ứng của đường được nghiên cứu. Kết quả nghiên cứu chỉ ra rằng khi chiều sâu nền đường tăng lên thì dao động của đường sẽ giảm, áp lực động của đường tăng lên khi tăng độ cứng của hệ thống treo và lốp, giảm đi khi tăng độ cản của giảm chấn hệ thống treo và giảm chấn biểu diễn bánh xe. Yang Shaopu và cộng sự [63] đã nghiên cứu đáp ứng ĐLH của hệ xe đường kết hợp theo các mô hình khác nhau, trong đó đường biến dạng được biểu diễn bởi một dầm hoặc một tấm 2 lớp trên nền đàn nhớt Kelvin (tuyến tính hoặc phi tuyến) với liên kết kiểu tựa đơn chịu kích thích động học từ BDMĐ có dạng hàm điều hòa. Các tác giả đã sử dụng phương pháp chồng chất nghiệm, phương pháp Galerkin và tích phân số để phân tích và mô phỏng hệ thống, sau đó làm các thí nghiệm kiểm chứng tại hiện trường. Kết quả nghiên cứu là một bước tiếp cận quan trọng đối với hệ thực khi tính đến dao động của đường biến dạng. Trên cơ sở đó, các tác giả đã khảo sát và đánh giá ảnh hưởng của các thông số về xe, đường và các yếu tố vận hành đến đáp ứng ĐLH của cơ hệ.

Gamaleddine Elnashar, Rama B. Bhat và Ramin Sedaghati [34] đã khảo sát ảnh hưởng của các thông số như tốc độ xe, mấp mô mặt đường, độ cứng của nền đường và hệ số cản giảm chấn của hệ thống treo đến đáp ứng ĐLH của hệ xe - đường kết hợp. Mô hình xe được chọn để nghiên cứu là mô hình 1/4, đường biến dạng được biểu diễn bằng một dầm liên tục Euler-Bernoulli tựa đơn ở cả hai đầu, còn BDMĐ được mô tả dưới dạng hàm điều hòa. Phương pháp Galerkin được các tác giả áp dụng để đưa hệ PTVP dao động có chứa phương trình đao hàm riêng về hê PTVP thường theo biến thời gian và có thể giải được bằng phương pháp số. Các kết quả khảo sát cho thấy những nền đường có độ cứng thấp ảnh hưởng đến đáp ứng ĐLH của xe nhiều hơn so với những nền đường có độ cứng cao. Ngoài ra, khi vượt một ngưỡng xác định, nếu hệ số cản của giảm chấn trong hệ thống treo càng lớn thì tác dụng giảm dao động của nó càng giảm. Do đó, điều chỉnh hệ số giảm chấn của xe là một cách để kiểm soát và giảm thiểu đáp ứng động lực học tiêu cực của cả xe và đường. Các tác giả cũng kiến nghị việc tiếp tục hoàn thiện mô hình khảo sát dao động của các xe tải hạng nặng, trong đó ngoài việc tính đến biến dạng của bánh xe, cần xét đến hiện tượng MLK và các đặc trưng tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường để nhận được kết quả chính xác hơn.

## 1.5.3. Nghiên cứu dao động ô tô có kể đến hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe với mặt đường

Xét trên phương diện cơ học thì mô hình dao động của ô tô có kể đến hiện tượng tách bánh là mô hình của cơ hệ có liên kết thay đổi theo thời gian. Do liên kết là một bộ phận cấu thành của mô hình nên sự thay đổi của liên kết kéo theo sự thay đổi của mô hình. Khó khăn lớn nhất trong xây dựng mô hình dao động của ô tô có kể đến MLK là hợp nhất việc mô tả bằng toán học liên kết giữa bánh xe với mặt đường ở hai trường hợp có và không xảy ra mất liên kết, còn khó khăn lớn nhất trong khảo sát dao động là việc xác định các thời điểm xảy ra MLK và thời điểm liên kết trở lại cần được thực hiện ngay trong quá trình khảo sát dao động. Những khó khăn kể trên có thể là nguyên nhân dẫn đến việc số lượng các nghiên cứu dao động của ô tô mà có kể đến hiện tượng MLK cho đến nay còn khá khiêm tốn, đặc biệt là những nghiên cứu đảm bảo sự chặt chẽ về mặt cơ học.

Những công bố liên quan đến việc khảo sát dao động của ô tô chuyển động trên đường hoặc trên cầu theo các mô hình có kể đến hiện tượng MLK tính đến thời điểm hiện nay thường chỉ dừng lại ở các mô hình phẳng. Trong các công bố đó, đường hoặc cầu biến dạng được biểu diễn bằng một dầm đàn hồi trên nền đàn nhớt (không có nền đàn nhớt với trường hợp xe chuyển động trên cầu), xe được lập mô hình dưới dạng hệ dao động phẳng theo mô hình 1/4 hoặc mô hình 1/2 dọc. Mục đích nghiên cứu thường là xác định đáp ứng dao động của xe, đường và lực tương tác giữa chúng. Bên cạnh đó, một số tác giả cũng khảo sát ảnh hưởng của các tham số ĐLH của xe và đường đến hiện tượng MLK.

Trong bài báo khoa học [11], các tác giả Vũ Công Hàm, Nguyễn Đình Dũng đã nghiên cứu hiện tượng MLK giữa bánh xe ô tô với mặt đường gây bởi dao động thẳng đứng. Ô tô khảo sát là ô tô hai cầu với hệ thống treo phụ thuộc được lập mô hình dưới dạng hệ dao động tuyến tính không gian 7 bậc tự do chịu kích thích động học từ BDMĐ theo kiểu tiền định. Ở đây, giả thiết bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường đã sử dụng, sự xuất hiện của hiện tượng MLK được kết luận dựa vào sự thay đổi dấu của lực liên kết giữa bánh xe với mặt đường. Các tính toán số đã chỉ ra rằng hiện tượng MLK là rất dễ xảy ra; vì thế, việc áp dụng giả thiết bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường một phạm vi khá hẹp.

Y. S. Cheng cùng các cộng sự [66] đã nghiên cứu dao động của cầu dưới tác dụng của các phương tiện di chuyển trên nó, có xét đến hiện tượng MLK giữa phương tiện với bề mặt cầu. Cầu đa nhịp được lập mô hình dưới dạng một dầm liên tục sử dụng giả thiết Euler-Bernoulli. Dầm này có thể được xem là sự ghép nối của các dầm đơn, điều kiện ghép nối tương ứng với điều kiện biên tại gối đỡ chung của hai nhịp. Mỗi phương tiện được lập mô hình dưới dạng một hệ dao động di chuyển trên dầm, hệ dao động này gồm hai khối lượng liên kết với nhau bằng một cụm lò xo - giảm chấn, giống như mô hình 1/4 nhưng bỏ qua tính đàn hồi và tính cản của bánh xe. Tác dụng của phương tiện lên cầu được thay thế bằng hàm lực tương ứng (phụ thuộc vào mô hình của phương tiện, hàm mô tả kích thích, chuyển vị của cầu tại vị trí của phương tiện). Phương trình vi phân dao động của cầu được giải bằng phương pháp tách biến số cho hai trường hợp có và không xảy ra MLK. Thời điểm MLK được xác định theo điều kiện *chuyển vị của cầu tại vị trí của phương tiện phải như nhau giữa hai trường hợp*.

Dan S. và các cộng sự [30] đã khảo sát dao động của cầu có một nhịp. Cầu được lập mô hình dưới dạng một dầm đàn hồi với liên kết tựa đơn tại hai đầu, chịu tác động của một hệ dao động hai bậc tự do (tương tự mô hình dao động của ô tô dạng 1/4) di động trên bề mặt của nó. Bề mặt của dầm được xem là hoàn toàn bằng phẳng. Di động của hệ dao động trên dầm là nguyên nhân gây ra dao động thẳng đứng của cơ hệ. Dao động của cơ hệ được khảo sát có tính đến hiện tượng MLK và sự thay đổi tốc độ do va chạm khi liên kết trở lại. Hệ PTVP dao động của cơ hệ được thiết lập và giải trong hai trường hợp khác nhau, ứng với có và không xảy ra MLK. Các kết quả nghiên cứu cho thấy, khi vận tốc của hệ dao động tăng lên thì hiện tượng MLK dễ xảy ra. Ảnh hưởng của độ cứng lò xo và tỷ số giữa các khối lượng được treo và không được treo của hệ dao động đến dao động của dầm và hiện tượng MLK cũng được khảo sát.

Từ các kết quả thu được như vừa nêu, nhóm tác giả [30] đã tiếp tục mở rộng mô hình khảo sát khi nghiên cứu dao động của cầu nhiều nhịp theo mô hình dầm liên tục (dầm với nhiều gối tựa) được kích thích bởi một hệ dao động di động khác có 4 bậc tự do (mô hình dao động 1/2 dọc của ô tô) [31]. Các kết quả khảo sát cũng khẳng định sự khác biệt đáng kể giữa việc có và không tính đến hiện tượng MLK, đặc biệt là lực tương tác giữa xe và cầu.

By Luis B. và cộng sự [28] đã khảo sát dao động của hệ xe - cầu (bridge) bằng phương pháp phần tử hữu hạn, trong đó có tính đến hiện tượng MLK và va chạm khi liên kết trở lại. Cầu được khảo sát là một kết cấu dạng khung, một nhịp, chịu liên kết bản lề ở cả hai đầu. Xe được lập mô hình dưới dạng một hệ dao động (theo mô hình 1/4). Hệ PTVP dao động được thiết lập cho hai trường hợp có và không xảy ra MLK. Thời điểm xảy ra MLK được xác định thông qua sự thay đổi về dấu của lực tiếp xúc giữa xe và cầu. Thời điểm liên kết trở lại được xác định dựa vào hiệu chuyển vị thẳng đứng của các điểm tiếp xúc dự kiến. Ảnh hưởng của va chạm được kể đến thông qua bước nhảy trong giá trị của các vận tốc suy rộng ngay trước và ngay sau thời điểm liên kết trở lại.

D.Y. Zhu và các cộng sự [33] đã đề xuất việc áp dụng phương pháp của bài toán bù tuyến tính (linear complementarity problem (LCP) để khảo sát dao động của hệ xe - cầu kết hợp theo phương pháp phần tử hữu hạn có kể đến hiện tượng MLK và mấp mô của mặt cầu. Bằng cách xây dựng mối quan hệ tuyến tính giữa chuyển vị tương đối của bánh xe và mặt cầu tại điểm tiếp xúc với áp lực tiếp xúc, các tác giả đã hợp nhất được hệ PTVP dao động của cơ hệ trong hai trường hợp có và không xảy ra hiện tượng MLK, điều này đã tạo ra sự thuận lợi nhất định cho quá trình tính toán.

Yao Zhang cùng các cộng sự [65] đã sử dụng phương pháp Newmark và phương pháp Newton-Raphson để nghiên cứu tương tác ĐLH giữa xe và cầu (vehicle-bridge interaction -VBI) gây bởi mấp mô mặt cầu, có kể đến hiện tượng MLK và va chạm đàn hồi. Cầu được lập mô hình ở dạng một dầm đàn hồi với liên kết tựa đơn ở cả hai đầu, biên dạng mấp mô mặt cầu được lấy theo tiêu chuẩn. Mô hình của xe được sử dụng là mô hình 1/4, trong đó áp dụng mô hình lốp dạng đa lò xo phi tuyến (nonlinear multi-spring tire, NMST), thực chất là một hệ lò xo ghép song song theo phương thẳng đứng. Tính phi tuyến và hiện tượngMLK được mô tả bằng cách lấy độ cứng của các lò xo là hằng số khác 0 khi MLK không xảy ra và bằng 0 khi MLK xảy ra. Các tần số riêng tính theo mô hình NMST và mô hình lốp một lò xo phi tuyến (nonlinear single-spring tire, NSST) được so sánh với nhau và với kết quả thực nghiệm. Các kết quả tính toán cho thấy mô hình lốp đa lò xo phi tuyến có tính xác thực cao hơn.

Ya Gao, Jin Shi và Chenxu Lu [62] đã phân tích tương tác ĐLH giữa xe và đường ray có kể đến hiện tượng MLK gây bởi các yếu tố bất thường trên đường ray (mấp mô). Mô hình của xe được lập theo các mô hình phẳng tương tự như mô hình ô tô. Đường ray được khảo sát như một dầm đàn hồi với mô hình toán được xây dựng theo phương pháp phần tử hữu hạn. Quan hệ tiếp xúc giữa bánh xe và đường ray được biểu diễn bằng một lò xo phi tuyến Hertz, trong đó quan hệ phi tuyến giữa lực tiếp xúc và biến dạng tương đối giữa hai đầu lò xo (theo phương thẳng đứng) được lấy theo hệ thức xác định của lý thuyết Hertz. Điều kiện MLK giữa bánh xe với đường ray cũng được mô tả hoàn toàn tương tự như trong [65]. Hệ PTVP phi tuyến của cơ hệ được giải theo sơ đồ hai bước mà bản chất của nó là phương pháp tuyến tính hóa. Kết quả khảo sát cho thấy những yếu tố bất thường trên đường ray có thể gây ra hiện tượng MLK và MLK sẽ xảy ra với tần suất cao hơn khi tăng tốc độ chuyển động của xe.

#### 1.5.4. Một số vấn đề rút ra từ tình hình nghiên cứu dao động của ô tô

Từ những tìm hiểu và phân tích ở trên, chúng ta có thể rút ra một số nhận xét sau:

1. Dao động của ô tô là một chủ đề được nhiều tác giả trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu với những mục đích khác nhau. Mô hình dao động được sử dụng để nghiên cứu bao gồm cả ba loại mô hình 1/4, mô hình 1/2 và mô hình không gian, trong đó các mô hình 1/4 và 1/2 dọc chiếm một tỷ trọng lớn. Điều này là hợp lý vì các mô hình 1/4 và 1/2 dọc là những mô hình đơn giản, có ý nghĩa lớn về mặt học thuật.

2. Kích thích động học từ BDMĐ trong các mô hình nghiên cứu được đề cập ở cả hai dạng ngẫu nhiên và tiền định. Tuy nhiên, các kích thích dạng xung, một dạng kích thích rất thường gặp trong thực tế, còn ít được đề cập đến một cách chi tiết.

3. Số các nghiên cứu có kể đến biến dạng của đường còn khá khiêm tốn, đặc biệt là các nghiên cứu theo mô hình không gian. Trong các nghiên cứu có kể đến biến dạng của đường, xe và đường được xem xét trong vai trò các bộ phận cấu thành của cùng một cơ hệ (gọi là hệ xe - đường kết hợp) mà ở đó đường được lập mô hình dưới dạng dầm hoặc tấm đồng nhất (vật liệu đồng chất và đẳng hướng, thiết diện ngang không thay đổi) có hoặc không nằm trên nền đàn nhớt.

4. Hiện tượng mất liên kết đã được một số tác giả trên thế giới và trong nước quan tâm nhưng dưới góc độ của động lực học cầu hoặc động lực học

*đường*. Ở đó, cầu hoặc đường là những đối tượng được quan tâm, còn các phương tiện chuyển động trên đường hay trên cầu (như ô tô, tàu hỏa, v.v.) thì được nhìn nhận dưới góc độ của tải trọng, chúng thường được lập mô hình dưới dạng *một tải trọng tập trung di động*, hoặc *một hệ dao động di động* (moving oscillator).

5. Với các nghiên cứu về dao động của ô tô có kể đến hiện tượng MLK nhưng không kể đến biến dạng của đường, mất liên kết thường được biểu diễn bằng cách lập mô hình của bánh xe dưới dạng một cặp lò xo - giảm chấn có độ cứng *k* và hệ số cản *c* nào đấy (khác 0) khi chưa xảy ra MLK và có cặp giá trị này cùng bằng 0 khi xảy ra MLK. Một số nghiên cứu kiểm soát hiện tượng MLK bằng cách kiểm tra giá trị của lực liên kết tại các điểm tính toán, nhưng vẫn sử dụng giả thiết bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đường, điều này là không đảm bảo sự chặt chẽ về cơ học.

6. Trong các nghiên cứu dao động của ô tô có kể đến cả MLK và biến dạng của đường (hoặc cầu), PTVP dao động của đường được lập và giải cho hai trường hợp dao động cưỡng bức (khi không xảy ra MLK) và dao động tự do (khi xảy ra MLK). Nhiệm vụ quan trọng được đặt ra ở đây là xác định các thời điểm xảy ra MLK và thời điểm liên kết trở lại tương ứng với các thời điểm PTVP này hay PTVP kia bắt đầu được sử dụng. Cách làm này dẫn đến những xử lý rất phức tạp trong quá trình tính toán khi các hệ PTVP được giải bằng phương pháp số.

7. Trong quá trình dao động của ô tô khi chuyển động trên mặt đường mấp mô, sự thay đổi của tải trọng tác dụng trên trục bánh xe kéo theo sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc và áp suất phân bố trên đó. Tuy nhiên, chưa có khảo sát cụ thể nào mà trong đó tính đến sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc và quy luật phân bố áp suất trên các vết tiếp xúc này.

8. Khi khảo sát dao động của ô tô có kể đến hiện tượng mất liên kết, trên thực tế luôn xuất hiện hiện tượng va chạm tại các thời điểm liên kết trở lại.

Một số tác giả đã kể đến tác động của va chạm bằng cách khảo sát sự cân bằng năng lượng dẫn đến sự xuất hiện bước nhảy của vận tốc dao động giữa các thời điểm ngay trước và ngay sau thời điểm liên kết trở lại. Tuy nhiên, do va chạm là hiện tượng phức tạp, khó kiểm soát và phụ thuộc vào nhiều yếu tố như độ cứng của các vật, tốc độ chuyển động, dạng hình học và trạng thái bề mặt tiếp xúc, v.v, nên việc khảo sát dao động có kể đến va chạm vừa rất phức tạp, lại vừa cho kết quả kém tin cậy. Chính vì những lý do trên, luận án sẽ bỏ sự mất mát năng lượng và vận tốc chuyển động tại các thời điểm khi các bánh xe bị mất liên kết và liên kết trở lại với mặt đường trong tất cả các mô hình khảo sát.

## 1.6. NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU CỦA LUẬN ÁN

Thông qua việc phân tích những kết quả nghiên cứu tiêu biểu trong và ngoài nước về dao động của ô tô, luận án xác định những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu như sau:

 Xây dựng mô hình dao động của bánh xe có kể đến hiện tượng MLK giữa bánh xe với mặt đường và sự thay đổi kích thước của vết tiếp xúc.

- Xây dựng các mô hình vật lý và mô hình toán của bài toán về dao động của ô tô trong cả bốn dạng 1/4, 1/2 dọc, 1/2 ngang và không gian trong đó kể đến cả hiện tượng MLK và biến dạng của đường. Một trong những nhiệm vụ quan trọng trong xây dựng mô hình toán là chuyển hệ PTVP dao động xuất phát có chứa phương trình đạo hàm riêng về hệ PTVP thường cho phép thực hiện các tính toán bằng số.

- Xây dựng chương trình tính toán số cho từng mô hình cụ thể trong phần mềm Matlab. Sử dụng chương trình đã xây dựng để khảo sát dao động của ô tô với các dạng kích thích tiền định khác nhau, đồng thời khảo sát ảnh hưởng của một số yếu tố ĐLH và khai thác (độ cứng của nền đường, quy luật phân bố áp suất, vận tốc chuyển động, v.v.) đến đáp ứng ĐLH của cơ hệ.

#### 1.7. KÉT LUẬN CHƯƠNG 1

Dao động của ô tô khi chuyển động trên đường là hiện tượng phổ biến, có ảnh hưởng tiêu cực đến sức khỏe của người lái, hành khách và sự an toàn cho hàng hóa trang thiết bị chuyên chở. Dao động của xe gây ra các lực động có giá trị lớn vừa làm giảm tuổi thọ của xe, vừa làm tăng tốc độ phá hỏng của đường, tạo nên chu trình phá hoại với mức độ tăng dần theo thời gian. Vì vậy, việc nghiên cứu dao động của ô tô là thực sự cần thiết.

Dao động của ô tô được phản ánh qua các đặc trưng chuyển vị, vận tốc, gia tốc suy rộng, lực tương tác giữa các khối lượng, hay các giá trị lớn nhất, giá trị trung bình bình phương của các đại lượng đó. Khi mức độ dao động đủ lớn sẽ dẫn đến hiện tượng mất tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường. Hiện tượng này còn được gọi là mất liên kết, hay hiện tượng tách bánh. Hiện tượng mất liên kết làm giảm khả năng bám của các bánh xe với mặt đường, gây ra sự mất an toàn trong quá trình điều khiển. Xét về mặt khoa học, hiện tượng mất liên kết gây ra sự thay đổi cấu trúc của cơ hệ theo thời gian, trong khi mỗi cấu trúc lại tương ứng với một hệ phương trình vi phân chuyển động. Do đó, nghiên cứu dao động của ô tô có kể đến hiện tượng mất liên kết vừa cần thiết, vừa mang ý nghĩa khoa học.

Dao động của ô tô đã thu hút được rất nhiều nhà khoa học trong nước và trên thế giới quan tâm nghiên cứu. Thông qua việc tìm hiểu và phân tích những công bố có thể thu thập được, luận án đã xác định được các nhiệm vụ trọng tâm cần tập trung giải quyết trong các chương tiếp theo.

# Chương 2 KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ THEO MÔ HÌNH 1/4

Chương này trình bày các nội dung liên quan đến việc khảo sát dao động của ô tô theo mô hình 1/4 trong đó kể đến cả hiện tượng MLK và biến dạng của đường, bao gồm các giả thiết được áp dụng, đề xuất mô hình vật lý, thiết lập hệ PTVP, các điều kiện biên, chuyển đổi hệ PTVP dao động có chứa phương trình đạo hàm riêng về hệ PTVP thường, các điều kiện đầu, xây dựng thuật toán và chương trình tính toán số, cuối cùng là thực hiện những khảo sát và so sánh cần thiết.

Mục đầu tiên của chương này sẽ giới thiệu mô hình dao động của bánh xe có kể đến hiện tượng MLK giữa bánh xe với mặt đường được tác giả luận án và nhóm nghiên cứu đề xuất. Trong mô hình đó, mối quan hệ giữa các đặc trưng hình học (các kích thước bánh xe và biến dạng thẳng đứng của nó, hình dạng và kích thước vết tiếp xúc) và hệ thức xác định hợp lực của cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe trong hai trường hợp có và không xảy ra hiện tượng MLK được thiết lập. Mô hình dao động của bánh xe được giới thiệu ở đây sẽ được áp dụng trong các chương 2, 3, 4 của luận án.

# 2.1. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA BÁNH XE KHI KẼ ĐẾN HIỆN TƯỢNG MẤT LIÊN KẾT

#### 2.1.1. Mô hình dao động của bánh xe khi kể đến mất liên kết

Tương tự như các nghiên cứu trước đó, mô hình dao động của bánh xe có kể đến MLK là một bộ phận quan trọng trong mô hình dao động của ô tô. Ở đây, các tính chất quán tính, đàn hồi và cản dao động của bánh xe cũng được biểu diễn bằng một hệ khối lượng - lò xo - giảm chấn. Khối lượng của bánh xe thường được kể đến trong khối lượng của cầu xe có liên quan.

Với giả thiết các cụm lò xo - giảm chấn trong mô hình dao động của ô tô

có ứng xử tuyến tính (như trong phạm vi nghiên cứu), mô hình dao động của bánh xe có kể đến hiện tượng mất liên kết được tác giả luận án đề xuất như thể hiện trên Hình 2.1.



Hình 2.1: Mô hình dao động của bánh xe khi có kể đến hiện tượng MLK

Trên hình vẽ,  $(k_L, c_L)$  lần lượt là cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe; *A*, *B* là các điểm liên kết của cụm lò xo - giảm chấn với cầu xe và mặt đường; *D* là hình chiếu theo phương thẳng đứng của các điểm *A* và *B* trên mặt đường (*D* được gọi là điểm tiếp xúc dự kiến);  $u_A$  - chuyển vị thẳng đứng của điểm *A* so với vị trí ứng với khi mất liên kết không xảy ra, đồng thời lò xo  $k_L$  nằm trong trạng thái tự nhiên;  $u_D$  - chuyển vị thẳng đứng của điểm *D* so với mặt đường danh nghĩa, gồm chuyển vị của đường ( $w_D$ ) và chiều cao mấp mô mặt đường ( $r_D$ ) tại vị trí của điểm *D*.

Khi chưa xảy ra mất liên kết, hai điểm *B* và *D* trùng nhau, đồng thời đại lượng  $\Delta z = u_D - u_A$  thể hiện biến dạng thẳng đứng của bánh xe. Khi xảy ra mất liên kết, hai điểm *B* và *D* sẽ không trùng nhau; lúc này, điểm *B* nằm cao hơn so với điểm *D* (như thể hiện trên Hình 2.1) và đại lượng  $\delta z = -\Delta z = (u_A - u_D)$ được gọi là *khe hở tách bánh*.

Gọi  $F_L$  là hợp lực của lực đàn hồi và lực cản trong cụm lò xo - giảm

chấn biểu diễn bánh xe, R là phản lực từ mặt đường lên bánh xe. Từ điều kiện cân bằng lực của bánh xe theo phương thẳng đứng, ta có:

$$F_L = R \tag{2.1}$$

Trong trường hợp không xảy ra mất liên kết, công thức tính hợp lực trong cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe hoàn toàn tương tự như ở trường hợp không xét đến mất liên kết và có dạng:

$$F_{L} = k_{L}(u_{D} - u_{A}) + c_{L}(\dot{u}_{D} - \dot{u}_{A})$$
(2.2)

Trong trường hợp xảy ra mất liên kết, phản lực liên kết từ mặt đường tác dụng lên bánh xe bằng 0 (R=0), nên theo (2.1) ta có:

$$F_L = 0 \tag{2.3}$$

Tuy nhiên, nếu sử dụng công thức (2.2) để tính cho trường hợp xảy ra mất liên kết thì ta sẽ nhận được giá trị âm của  $F_L$ . Dấu âm trong giá trị của lực mà ta nhận được ở đây thể hiện rằng mất liên kết đã xảy ra.

Như vậy, nếu đặt:

$$\overline{F} = k_L (u_D - u_A) + c_L (\dot{u}_D - \dot{u}_A)$$
(2.4)

và gọi  $\overline{F}$  là *giá trị kiểm tra* của hợp lực trong cặp lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe thì giá trị thực tế của hợp lực này trong hai trường hợp có và không xảy ra mất liên kết được xác định theo công thức sau:

$$F_{L} = \begin{cases} \overline{F} , \text{ khi } \overline{F} \ge 0\\ 0, \text{ khi } \overline{F} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow F_{L} = \begin{cases} 1.\overline{F} , \text{ khi } \overline{F} \ge 0\\ 0.\overline{F} , \text{ khi } \overline{F} < 0 \end{cases}$$
(2.5)

Theo đó, công thức (2.5) có thể được viết ở dạng gọn hơn như sau:

$$F_{L} = s\overline{F} = s\left[k_{L}(u_{D} - u_{A}) + c_{L}(\dot{u}_{D} - \dot{u}_{A})\right]$$
(2.6)

trong đó *s*=1 khi  $\overline{F} \ge 0$  (mất liên kết không xảy ra) và *s*=0 khi  $\overline{F} < 0$  (mất liên kết xảy ra). Tham số *s* trên đây được gọi là *tham số trạng thái tiếp xúc*. Việc đưa vào tham số trạng thái tiếp xúc cho phép sử dụng một công thức duy nhất để tính hợp lực trong cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe cho cả hai trường hợp mất liên kết xảy ra và không xảy ra.

Trong quá trình khảo sát dao động của ô tô, do không thể biết trước thời điểm xảy ra mất liên kết và thời điểm liên kết trở lại, nên giá trị của tham số trạng thái tiếp xúc luôn được tính lại ở tất cả các bước tính dựa vào dấu của  $\overline{F}$  theo (2.4).

### 2.1.2. Các đặc trưng tiếp xúc của bánh xe trong quá trình dao động

Các đặc trưng tiếp xúc liên quan trực tiếp đến việc khảo sát dao động của ô tô có tính đến hiện tượng mất liên kết, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước của vết tiếp xúc trong quá trình dao động. Vì vậy, chúng cần được quan tâm làm rõ.

Các đặc trưng tiếp xúc bao gồm:

- Biến dạng thẳng đứng của bánh xe (ký hiệu là  $\Delta z_L$ ).
- Hình dạng và kích thước vết tiếp xúc.
- Mối quan hệ của các đặc trưng hình học với áp lực tiếp xúc.
- Quy luật phân bố áp suất tại vết tiếp xúc của bánh xe với mặt đường.



Hình 2.2: Bánh xe bị biến dạng và các đặc trưng (*a*- Bánh xe bị biến dạng, *b*- Vết tiếp xúc, *c*- Mô hình dao động)
Hình 2.2 biểu diễn bánh xe với biến dạng theo phương thẳng đứng Δz<sub>L</sub>

và mô hình dao động của nó ở trạng thái không xảy ra mất liên kết, trong đó phần chu vi bánh xe nằm ngoài vùng tiếp xúc được thừa nhận là cung tròn với bán kính  $r_0$  không thay đổi so với trước khi bị biến dạng. Biến dạng thẳng đứng ( $\Delta z_L$ ) chỉ tồn tại khi không xảy ra mất liên kết và phụ thuộc vào tải trọng tác dụng lên trục bánh xe (Q), độ cứng của bánh xe ( $k_L$ ). Hình vẽ cũng biểu diễn hình dạng và kích thước (giả thiết) của vết tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường. Ở đây, mô hình dao động của bánh xe được biểu diễn lại cho trường hợp không xảy ra mất liên kết nhằm thuận tiện cho việc xây dựng các công thức có liên quan.

Hình dạng trên thực tế của vết tiếp xúc rất phức tạp, phụ thuộc vào hình dạng và kích thước của lốp, áp suất hơi lốp, tải trọng thẳng đứng trên trục bánh xe, các đặc trưng hình học của BDMĐ, v.v. Tuy nhiên, để đơn giản, luận án thừa nhận vết tiếp xúc có dạng hình chữ nhật với kích thước  $b_L \times d_c$ , như được giới thiệu trong các tài liệu [3], [63].

Kích thước  $b_L$  (gọi là *chiều rộng vết tiếp xúc*) được lấy bằng chiều rộng của lốp và được xem là không đổi trong quá trình dao động. Còn kích thước  $d_c$  (gọi là *chiều dài vết tiếp xúc*) là kích thước theo phương chuyển động và thay đổi cùng quá trình dao động của ô tô.

Theo Hình 2.2 và các phương trình (2.1), (2.6) ta có các hệ thức sau:

$$d_{c} = 2\sqrt{r_{0}^{2} - (r_{0} - \Delta z_{L})^{2}}$$
(2.7)

$$\Delta z_L = u_D - u_A \tag{2.8}$$

$$R = F_L = s \left[ k_L \cdot \Delta z_L + c_L \frac{d(\Delta z_L)}{dt} \right]$$
(2.9)

Các hệ thức thức trên thể hiện mối quan hệ giữa biến dạng thẳng đứng của bánh xe  $(\Delta z_L)$  với chiều dài vết tiếp xúc  $(d_c)$  và tải trọng (Q) tác dụng trên trục bánh xe. Trong quá trình dao động, do tải trọng Q luôn thay đổi nên kích thước vết tiếp xúc cũng thay đổi theo.

Phản lực liên kết từ mặt đường tác dụng lên bánh xe (lực R trong công thức (2.9) và hình 2.2) về bản chất chính là hợp lực của áp suất phân bố trên diện tích tiếp xúc. Quy luật phân bố áp suất trên diện tích tiếp xúc trên thực tế là rất phức tạp và phụ thuộc vào nhiều yếu tố như đặc điểm hình học của bánh xe, biên dạng mặt đường, tốc độ chuyển động, tải trọng tác dụng trên trục bánh xe, v.v. Tuy nhiên, để đơn giản cho việc khảo sát dao động thẳng đứng của ô tô, áp suất phân bố được các tác giả [12] giả thiết là đối xứng so với mặt phẳng thẳng đứng đi qua trục bánh xe và chỉ thay đổi theo phương chuyển động (được ký hiệu là phương x trong các mô hình dao động của luận án), không đổi theo phương của trục bánh xe (phương y). Luận án này cũng kế thừa các quy luật phân bố áp suất đó.

Hình 2.3 biểu diễn 4 quy luật phân bố áp suất đã được các tác giả [12] đề xuất, bao gồm: quy luật phân bố đều, quy luật parabol, quy luật côsin và quy luật côsin bình phương.



Hình 2.3: Các quy luật phân bố áp suất (1-Phân bố đều, 2-Parabol, 3-Côsin, 4-Bình phương côsin)

Áp dụng phương pháp tách biến số, hàm biểu diễn quy luật phân bố áp suất trên vết tiếp xúc tại mỗi bánh xe có thể được viết dưới dạng:

$$p(x, y, t) = P(t).U(x)$$
 (2.10)

trong đó P(t) là một hàm phản ánh sự thay đổi của áp suất theo thời gian, U(x) là hàm biểu diễn sự phân bố áp suất theo phương *x*. Hàm U(x) (không thứ nguyên) phụ thuộc vào quy luật phân bố áp suất mà chúng ta lựa chọn.

Vì *R* là hợp của áp lực phân bố trên diện tích tiếp xúc (diện tích  $A_c$  trên Hình 2.2*b*), nên ta có:

$$R = \int_{A_c} p(x, y, t) dA = \int_{-d_c/2}^{d_c/2} P(t) U(x) b_L dx = b_L P(t) I_0$$
(2.11)

trong đó:

$$I_0 = \int_{-d_c/2}^{d_c/2} U(x) dx$$
(2.12)

Với mỗi hàm biểu thị quy luật phân bố áp suất theo phương chuyển động U(x) được chọn như Hình 2.3, giá trị tương ứng của đại lượng  $I_0$  được xác định từ công thức (2.12) được trình bày trong bảng 2.1 như sau:

TT	Quy luật phân bố áp suất	U(x)	$I_{0}$
1	Phân bố đều	U(x) = 1	$I_0 = d_c$
2	Parabol	$U(x) = 1 - (2x/d_c)^2$	$I_0 = 2d_c/3$
3	Côsin	$U(x) = \cos(\pi x / d_c)$	$I_0 = 2d_C/\pi$
4	Bình phương côsin	$U(x) = \cos^2(\pi x / d_c)$	$I_0 = d_c/2$

Bảng 2.1. Các quy luật phân bố áp suất và giá trị của đại lượng  $I_0$ .

Các công thức (2.9) và (2.11) cho phép suy ra hệ thức mô tả mối quan hệ giữa hàm P(t) biểu diễn sự thay đổi theo thời gian với biến dạng thẳng đứng của bánh xe  $\Delta z_{L}$ :

$$P(t) = \frac{s}{I_0 b_L} \left[ k_L \Delta z_L + c_L \frac{d(\Delta z_L)}{dt} \right]$$
(2.13)

Lưu ý rằng, khi bánh xe không tiếp xúc với mặt đường (trường hợp xảy ra mất liên kết) thì cả *s* và  $I_0$  cùng bằng 0. Lúc đó, biểu thức của P(t) có dạng vô định 0/0, đồng thời R=0.

#### 2.2. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ

Mô hình dao động của ô tô dạng 1/4 có kể đến hiện tượng MLK và biến dạng của đường được xây dựng theo quan điểm hệ xe - đường kết hợp, trong đó xe được lập mô hình dưới dạng hệ dao động hai bậc tự do và đường biến dạng được biểu diễn bằng một dầm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin với liên kết tựa đơn ở hai đầu.

#### 2.2.1. Các giả thiết xây dựng mô hình

Cùng với các giả thiết thuộc phạm vi nghiên cứu và các giả thiết được đưa ra khi xây dựng mô hình bánh xe, mô hình dao động của cơ hệ được xây dựng dựa trên các giả thiết bổ sung sau:

 Trọng tâm của thân xe và cầu xe nằm trong mặt phẳng thẳng đứng chứa mặt cắt ngang đối xứng của dầm.

 Đường tác dụng của lực lò xo và lực giảm chấn trong cùng một cụm lò xo - giảm chấn (của hệ thống treo và của mô hình bánh xe) trùng nhau trên một đường thẳng thẳng đứng và đi qua trọng tâm thân xe.

 Kích thích động học từ BDMĐ (kiểu tiền định) được tính theo mấp mô tại tâm vết tiếp xúc.

#### 2.2.2. Mô hình dao động của cơ hệ

Trên cơ sở các giả thiết và mô hình bánh xe đã được trình bày ở trên, có thể xây dựng mô hình dao động của hệ xe - đường kết hợp trong trường hợp đang xét, có tính đến hiện tượng MLK và biến dạng của đường như trên Hình 2.4*a*.

Hình 2.4*a* biểu diễn mô hình của cơ hệ ở vị trí tự nhiên (vị trí ứng với khi mặt đường hoàn toàn bằng phẳng, mất liên kết chưa xảy ra, đồng thời tất cả các lò xo trong mô hình đều không bị biến dạng). Hệ trục tọa độ cố định *Oxyz* dùng để khảo sát dao động của cơ hệ được chọn sao cho gốc *O* nằm tại đầu bên trái của dầm, các mặt phẳng *Oxy* (nằm ngang) và *Oxz* (thẳng đứng) trùng với các mặt giữa của dầm khi dầm chưa biến dạng.



Hình 2.4: Mô hình dao động của ô tô dạng 1/4 có kể đến biến dạng của đường (a- Mô hình dao động; b- Sơ đồ chịu lực của thân xe và cầu xe)

Các ký hiệu trên Hình 2.4a được giải thích như sau:

 $S_b$ ,  $S_c$  - trọng tâm của thân xe và cầu xe;

 $m_b$ ,  $m_c$  - khối lượng của thân xe và cầu xe;

 $k_T$ ,  $c_T$  - hệ số độ cứng và hệ số cản của cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ thống treo của xe;

 $k_L$ ,  $c_L$  - hệ số độ cứng và hệ số cản của cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe;

 $k_{S}$ ,  $c_{S}$  - hệ số độ cứng và hệ số cản của nền đàn nhớt tính trên một đơn vị diện tích bề mặt;

 $u_b$ ,  $u_c$ ,  $u_D$  - chuyển vị của thân xe, cầu xe và điểm tiếp xúc dự kiến trên mặt đường (tính từ vị trí tự nhiên);

w(x, t) - hàm chuyển vị của dầm biểu diễn biến dạng của đường.

Lưu ý rằng, chuyển vị  $u_D$  bao gồm chuyển vị thẳng đứng của đường ( $w_D$ ) và chiều cao mấp mô ( $r_D$ ) tại điểm tiếp xúc dự kiến (điểm D) giữa bánh xe với mặt đường như thể hiện qua công thức (1.5). Tác động của chuyển động đến dao động thẳng đứng của ô tô được thể hiện qua sự thay đổi liên tục theo thời gian của chiều cao mấp mô tại điểm D của bánh xe với mặt đường. Ngoài ra, khi ô tô chuyển động trên đường thực với vận tốc V nào đó, vị trí của nó thay đổi so với đường thực; điều này dẫn đến sự thay đổi chiều cao của điểm tiếp xúc dự kiến (do sự không bằng phẳng của bề mặt đường). Chuyển vị này cùng với vận tốc chuyển động của ô tô sẽ được đưa vào mô hình qua đại lượng  $r_D$ , mà một trong những thí dụ của việc đưa vào đó là công thức (1.3).

### 2.3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ

#### 2.3.1. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô

Hệ PTVP dao động của ô tô được thiết lập dựa vào sơ đồ chịu lực theo phương thẳng đứng của thân xe và cầu xe được biểu diễn trên Hình 2.4*b*. Trên sơ đồ,  $(G_b, G_c)$  - các trọng lực,  $F_L$  - hợp của lực lò xo và giảm chấn biểu diễn bánh xe,  $(F_T, F_T')$  - hợp của lực lò xo và giảm chấn thuộc hệ thống treo.

Hợp lực trong các cụm lò xo và giảm chấn được xác định như sau:

$$F_T = F_T' = k_T (u_c - u_b) + c_T (\dot{u}_c - \dot{u}_b)$$
(2.14)

$$F_{L} = s[k_{L}(u_{D} - u_{c}) + c_{L}(\dot{u}_{D} - \dot{u}_{c})]$$
(2.15)

trong đó s là tham số trạng thái tiếp xúc.

Do  $u_D = w_D + r_D$  (theo (1.5)) nên công thức (2.15) trở thành:

$$F_{L} = s[k_{L}(w_{D} + r_{D} - u_{c}) + c_{L}(\dot{w}_{D} + \dot{r}_{D} - \dot{u}_{c})]$$
(2.16)

trong đó  $w_D$ ,  $r_D$  lần lượt là chuyển vị của dầm (đường) và chiều cao mấp mô mặt đường tại điểm tiếp xúc dự kiến giữa bánh xe với mặt đường.

Giá trị (1 hoặc 0) của tham số trạng thái tiếp xúc *s* được quyết định dựa vào dấu của giá trị kiểm tra của hợp lực lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe:

$$\overline{F} = k_L(u_D - u_c) + c_L(\dot{u}_D - \dot{u}_c) = k_L(w_D + r_D - u_c) + c_L(\dot{w}_D + \dot{r}_D - \dot{u}_c) \quad (2.17)$$

Biểu thức để xác định chuyển vị của dầm biểu diễn đường biến dạng tại điểm tiếp xúc dự kiến (D) nhận được nhờ giả thiết về vị trí của xe trên dầm:

$$w_D = w(x,t) \parallel_{x=L_R/2}, \, \dot{w}_D = \dot{w}(x,t) \parallel_{x=L_R/2}$$
(2.18)

Phương trình định luật 2 Newton viết cho hai khối lượng trên Hình 2.4b:

$$m_b \ddot{u}_b = F_T - G_b, \ m_c \ddot{u}_c = F_L - F_T' - G_c$$
 (2.19)

Kết hợp các công thức, (2.14), (2.16), (2.19) và lưu ý rằng  $G_b=m_bg$ ,  $G_c=m_cg$  ta nhận được hệ PTVP dao động của ô tô:

$$\begin{cases} m_{b}\ddot{u}_{b} + c_{T}\dot{u}_{b} - c_{T}\dot{u}_{c} + k_{T}u_{b} - k_{T}u_{c} = -m_{b}g \\ m_{c}\ddot{u}_{c} - c_{T}\dot{u}_{b} + (c_{T} + sc_{L})\dot{u}_{c} - sc_{L}\dot{w}_{D} - k_{T}u_{b} + \\ + (k_{T} + sk_{L})u_{c} - sk_{L}w_{D} = -m_{c}g + s(k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D}) \end{cases}$$
(2.20)

#### 2.3.2. Phương trình vi phân dao động của đường

Như ở trên đã giới thiệu, đường biến dạng được lập mô hình dưới dạng một dầm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin. Dầm có tiết diện ngang không đổi hình chữ nhật với chiều dài  $L_B$ , chiều rộng  $b_B$  và chiều cao  $h_B$ . Vật liệu dầm là đồng chất, đẳng hướng có khối lượng riêng  $\rho$  và mô-đun đàn hồi E.

Để thiết lập PTVP dao động của dầm, ta xét cân bằng của một phân tố dầm giới hạn bởi hai mặt cắt ngang có tọa độ theo phương x là x và (x+dx) như trên Hình 2.5.



**Hình 2.5:** Sơ đồ lực của phân tố dầm biểu diễn đường biến dạng Lực tác dụng trên phân tố dầm bao gồm:

- Trọng lực:  $dG = \rho g b_B h_B dx$ 

- Lực quán tính: 
$$dF_{qt} = \rho b_B h_B \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} dx$$

- Áp lực tại vết tiếp xúc của bánh xe:  $dQ_a = p(x, y, t)b_L dx$ , với p(x, y, t) là hàm phân bố áp suất (giả thiết không thay đổi theo phương y) tại vết tiếp xúc

của bánh xe với bề mặt đường (dầm) được xác định theo công thức (2.10).

- Hợp của lực đàn hồi và lực cản của nền đàn nhớt:

$$dF_{S} = k_{S}w(x, t)b_{B}dx + c_{S}\frac{\partial w(x, t)}{\partial t}b_{B}dx$$

- Lực dọc, lực cắt và mômen uốn trên hai mặt cắt bên trái và bên phải:

N, 
$$N + \frac{\partial N}{\partial x} dx$$
,  $Q$ ,  $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$ ,  $M$  và  $M + \frac{\partial M}{\partial x} dx$ 

Điều kiện cân bằng của phân tố dầm theo phương z:

$$-dF_{qt} - Q + \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x}dx\right) - dG - dQ_a - dF_s = 0$$
(2.21)

Thay các biểu thức lực tác dụng trên phân tố dầm đã xác định ở trên vào (2.21) và rút gọn nhận được:

$$\rho h_B \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c_S \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + k_S w(x,t) - \frac{1}{b_B} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{b_L}{b_B} P(t) U(x) = -\rho g h_B \qquad (2.22)$$

Phương trình cân bằng mômen của hệ lực tác dụng trên phân tố đối với tâm mặt cắt bên trái:

$$M - \left(M + \frac{\partial M}{\partial x}dx\right) - \left(dG + dQ_a + dF_s + dF_{qt}\right)\frac{dx}{2} + \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x}dx\right)dx = 0 \quad (2.23)$$

Bỏ qua các vô cùng bé bậc hai và rút gọn (2.23), nhận được:

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x} \tag{2.24}$$

Thay (2.24) vào (2.22), chú ý rằng  $M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  theo lý thuyết dầm Euler-Bernoulli [19], với *E* là mô-đun đàn hồi của vật liệu dầm, *I* là mômen quán tính uốn của mặt cắt ngang, ta nhận được PTVP dao động của dầm biểu diễn đường biến dạng:

$$\rho h_B \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_S \frac{\partial w}{\partial t} + k_S w + \frac{EI}{b_B} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{b_L}{b_B} P(t) U(x) = -\rho h_B g \qquad (2.25)$$

Chúng ta thấy phương trình (2.25) là một phương trình đạo hàm riêng. Nghiệm w=w(x, t) của nó cần thỏa mãn các điều kiện biên của dầm:

$$\begin{cases} w(x, t) \|_{x=0} = w(x, t) \|_{x=L_{B}} = 0 \\ \frac{\partial^{2} w(x, t)}{\partial x^{2}} \|_{x=0} = \frac{\partial^{2} w(x, t)}{\partial x^{2}} \|_{x=L_{B}} = 0 \end{cases}$$
(2.26)

#### 2.3.3. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ

Hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp đang được khảo sát là sự kết hợp của hệ PTVP dao động của xe (2.20) và PTVP dao động của đường (2.25). Đây là hệ phương trình chứa cả các PTVP thường và phương trình đạo hàm riêng.

### 2.4. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PTVP DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ

#### 2.4.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường

Như đã biết, hệ PTVP chuyển động của hệ xe - đường kết hợp có chứa phương trình đạo hàm riêng (2.25) nên chưa thể giải trực tiếp được. Để vượt qua khó khăn này, tác giả sẽ sử dụng phương pháp Bubnov-Galerkin [2] để đưa phương trình (2.25) về PTVP thường theo biến thời gian t. Trình tự thực hiện như sau:

1) Xấp xỉ hàm chuyển vị w(x, t) của dầm dưới dạng một chuỗi hàm thỏa mãn điều kiện biên (2.26). Ở đây ta sử dụng chuỗi lượng giác có dạng:

$$w(x, t) = \sum_{l=1}^{N} T_l(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_B}$$
(2.27)

trong đó  $T_l(t)$  - hàm chỉ phụ thuộc thời gian t, N - số các số hạng của chuỗi dùng để xấp xỉ hàm w(x, t).

Lưu ý rằng các hàm  $\sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_B}$  (*l* = 1, 2, ..., ) độc lập tuyến tính và có

tính trực giao, nghĩa là:

$$\int_{0}^{L_{B}} \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} \sin \frac{(2l'-1)\pi x}{L_{B}} dx = \begin{cases} 0: \ l \neq l' \\ L_{B}/2: \ l = l' \end{cases}$$
(2.28)

2) Thay biểu thức của w(x, t) theo (2.27) vào phương trình (2.25) và tính các đạo hàm để nhận được một phương trình, gọi là *phương trình dẫn xuất* của (2.25) có dạng:

$$\rho h_{B} \sum_{l=1}^{N} \ddot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + c_{S} \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + k_{S} \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + \frac{EI}{b_{B}} \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \frac{(2l-1)^{4}\pi^{4}}{L_{B}^{4}} \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + \frac{b_{L}}{b_{B}} P(t) U(x) = -\rho g h_{B}$$

$$(2.29)$$

3) Với mỗi giá trị của k = 1, 2, ..., N, chúng ta nhân hai vế (2.29) với  $X_k(x) = \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_B}$  rồi lấy tích phân hai vế của phương trình thu được theo biến *x* từ 0 đến  $L_B$  (tích phân trên toàn bộ chiều dài dầm), chú ý đến tính trực giao (2.28), ta nhận được một hệ gồm (*N*) PTVP thường có dạng:

$$\rho h_B \ddot{T}_k(t) + c_S \dot{T}_k(t) + \left[ k_S + \frac{EI}{b_B} \frac{(2k-1)^4 \pi^4}{L_B^4} \right] T_k(t) + \frac{2I_k}{L_B} \cdot \frac{b_L}{b_B} P(t) = -\frac{4\rho g h_B}{(2k-1)\pi}$$
(2.30)

trong đó k lần lượt nhận các giá trị 1, 2, ..., N và:

$$I_{k} = \int_{0}^{L_{B}} U(x) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_{B}} dx = \int_{(L_{B}-d_{c})/2}^{(L_{B}+d_{c})/2} U(x) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_{B}} dx$$
(2.31)

Trong phương trình (2.30), đại lượng P(t) là hàm biểu thị sự thay đổi theo thời gian của quy luật phân bố áp suất tại vết tiếp xúc. Sử dụng công thức (2.13) với lưu ý rằng  $\Delta z_L = u_D - u_c = w_D + r_D - u_c$ , ta nhận được:

$$P(t) = \frac{s}{I_0 b_L} [k_L (w_D + r_D - u_c) + c_L (\dot{w}_D + \dot{r}_D - \dot{u}_c)]$$
(2.32)

trong đó  $I_0$  phụ thuộc vào quy luật phân bố áp suất U(x) được chọn và được trình bày trong Bảng 2.1.

Từ (2.18) và (2.27) ta tính được  $w_D$  và  $\dot{w}_D$  (phụ thuộc vào thời gian):

$$w_{D} = \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi}{2} = \sum_{l=1}^{N} (-1)^{l+1} T_{l}(t)$$

$$\dot{w}_{D} = \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi}{2} = \sum_{l=1}^{N} (-1)^{l+1} \dot{T}_{l}(t)$$
(2.33)

Thay (2.33) vào (2.32) rồi thay biểu thức nhận được của P(t) vào (2.30), ta nhận được một hệ gồm N phương trình vi phân thường:

$$\rho h_{B} \ddot{T}_{k}(t) - \mu_{k} c_{L} \dot{u}_{c} + \sum_{l=1}^{N} \left[ \delta_{kl} c_{S} + (-1)^{l+1} \mu_{k} c_{L} \right] \dot{T}_{l}(t) - \mu_{k} k_{L} u_{c} + \sum_{l=1}^{N} \left[ \delta_{kl} H_{k} + (-1)^{l+1} \mu_{k} k_{L} \right] T_{l}(t) = -\frac{4\rho h_{B} g}{(2k-1)\pi} - \mu_{k} (k_{L} r_{D} + c_{L} \dot{r}_{D})$$
(2.34)

(k=1, 2, ..., N)

trong đó:

$$\mu_{k} = \frac{2sI_{k}}{I_{0}b_{L}L_{B}}, H_{k} = k_{S} + EI\frac{(2k-1)^{4}\pi^{4}}{b_{B}L_{B}^{4}},$$

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1, \ k = l \\ 0, \ k \neq l \end{cases} (\delta_{kl} \text{ là toán tử Cronecker}).$$
(2.35)

Ngoài ra, với  $w_D$ ,  $\dot{w}_D$  xác định theo (2.33) hệ PTVP dao động của ô tô (2.20) trở thành:

$$m_{b}\ddot{u}_{b} + c_{T}\dot{u}_{b} - c_{T}\dot{u}_{c} + k_{T}u_{b} - k_{T}u_{c} = -m_{b}g$$

$$m_{c}\ddot{u}_{c} - c_{T}\dot{u}_{b} + (c_{T} + sc_{L})\dot{u}_{c} - sc_{L}\sum_{l=1}^{N}(-1)^{l+1}\dot{T}_{l}(t) - k_{T}u_{b} + (k_{T} + sk_{L})u_{c} \qquad (2.36)$$

$$- sk_{L}\sum_{l=1}^{N}(-1)^{l+1}T_{l}(t) = -m_{c}g + s(k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D})$$

Đến đây, hệ PTVP dao động (2.20), (2.25) của cơ hệ đã được chuyển thành một hệ phương trình chỉ bao gồm các PTVP thường (2.36) và (2.34). Chúng ta gọi hệ PTVP thường này là *hệ phương trình vi phân chuyển đổi*.

#### 2.4.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Hệ phương trình chuyển đổi nói trên được viết dưới dạng ma trận:

$$[M]\vec{\dot{q}} + [C]\vec{\dot{q}} + [K]\vec{q} = \vec{F}$$
(2.37)

trong đó  $\vec{q}$  là véc-tơ tọa độ suy rộng,  $\vec{F}$  là véc-tơ lực kích thích và [M], [C], [K] lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng. Hai véctơ có kích thước  $(N+2)\times 1$ , còn 3 ma trận có kích thước  $(N+2)\times (N+2)$ . Các véc-tơ và ma trận này được xác định như sau:

$$\vec{q} = [u_{b}(t), u_{c}(t), T_{1}(t), T_{2}(t), \dots, T_{N}(t)]^{T}$$

$$(2.38)$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} -m_{b}g \\ -m_{c}g + s(k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D}) \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{\pi} - \mu_{1}(k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D}) \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{3\pi} - \mu_{2}(k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D}) \\ \dots \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{3\pi} - \mu_{N}(k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D}) \end{bmatrix}$$

$$(2.39)$$

- Ma trận khối lượng có dạng ma trận đường chéo:

$$[M] = \operatorname{diag}\left([m_b, m_c, \{\rho h_B, \rho h_B, \dots, \rho h_B\}]\right)$$
(2.40)

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{T} & -c_{T} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -c_{T} & c_{T} + sc_{L} & -sc_{L} & sc_{L} & \dots & (-1)^{N} sc_{L} \\ 0 & -\mu_{1}c_{L} & c_{S} + \mu_{1}c_{L} & -\mu_{1}c_{L} & \dots & (-1)^{N+1}\mu_{1}c_{L} \\ 0 & -\mu_{2}c_{L} & \mu_{2}c_{L} & c_{S} - \mu_{2}c_{L} & \dots & (-1)^{N+1}\mu_{2}c_{L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & -\mu_{N}c_{L} & \mu_{N}c_{L} & -\mu_{N}c_{L} & \dots & c_{S} + (-1)^{N+1}\mu_{N}c_{L} \end{bmatrix}$$
(2.41)  
$$[K] = \begin{bmatrix} k_{T} & -k_{T} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -k_{T} & k_{T} + sk_{L} & -sk_{L} & sk_{L} & \dots & (-1)^{N} sk_{L} \\ 0 & -\mu_{1}k_{L} & H_{1} + \mu_{1}k_{L} & -\mu_{1}k_{L} & \dots & (-1)^{N+1}\mu_{1}k_{L} \\ 0 & -\mu_{2}k_{L} & \mu_{2}k_{L} & H_{2} - \mu_{2}k_{L} & \dots & (-1)^{N+1}\mu_{2}k_{L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & -\mu_{N}k_{L} & \mu_{N}k_{L} & -\mu_{N}k_{L} & \dots & H_{N} + (-1)^{N+1}\mu_{N}k_{L} \end{bmatrix}$$
(2.42)

#### 2.4.3. Điều kiện đầu

Dao động của hệ được khảo sát trong trường hợp xe đang chuyển động trên mặt đường hoàn toàn bằng phẳng rồi đi vào đoạn đường có mấp mô. Điều kiện đầu sẽ được chọn tương ứng với khi xe còn chưa đi vào mấp mô. Lúc đó, do hệ không dao động nên điều kiện đầu tương ứng với giá trị của các đại lượng có liên quan ở trạng thái tĩnh.

Quy ước viết giá trị của các đại lượng ở trạng thái tĩnh kèm theo chỉ số "0" ở trên hoặc dưới. Ở trạng thái tĩnh, cơ hệ có thể được xem như đứng yên (ở khía cạnh dao động thẳng đứng) nên ta có:

$$\ddot{\vec{q}} \parallel_{t=0} = \ddot{\vec{q}}_{0} = \vec{0}, \ \dot{\vec{q}} / /_{t=0} = \dot{\vec{q}}_{0} = \vec{0}, \ \vec{q} / /_{t=0} = \vec{q}_{0}$$
 (2.43)

Véc-tơ chuyển vị tĩnh  $\vec{q}_0$  có thể được xác định bằng cách thay các giá trị (2.43) vào PTVP chuyển động dạng ma trận (2.37) và suy ra:

$$[K]_{0}\vec{q}_{0} = \vec{F}_{0} \implies \vec{q}_{0} = [K]_{0}^{-1}\vec{F}_{0}$$
(2.44)

trong đó  $[K]_0$ ,  $\vec{F}_0$  là giá trị tại thời điểm ban đầu (*t*=0) của ma trận độ cứng [K] và véc-tơ lực kích thích  $\vec{F}$ .

Tại thời điểm ban đầu, do xe chạy trên mặt đường bằng phẳng và hiện tượng mất liên kết không xảy ra, do vậy:

$$r_{\rm D} = 0, \, \dot{r}_{\rm D} = 0, \, s = 1$$
 (2.45)

Thay (2.45) vào (2.39) ta nhận được:

$$\vec{F}_{0} = \begin{bmatrix} m_{b}g & m_{c}g & -\frac{4\rho g h_{B}}{1\pi} & -\frac{4\rho g h_{B}}{3\pi} & \cdots & -\frac{4\rho g h_{B}}{(2N-1)\pi} \end{bmatrix}^{T}$$
(2.46)

Để xác định  $[K]_0$  trong (2.44), trước tiên ta phải tính được áp lực tiếp xúc (hoặc phản lực liên kết) ở trạng thái tĩnh. Từ điều kiện cân bằng tĩnh của xe:

$$F_L^0 = (m_b + m_c)g (2.47)$$

Lúc này, biến dạng tính toán của lò xo biểu diễn bánh xe ở trạng thái tĩnh được xác định bởi:
$$\Delta z_L^0 = \frac{F_L^0}{k_L} = \frac{(m_b + m_c)g}{k_L}$$
(2.48)

Từ công thức (2.7) ta xác định được chiều dài vết tiếp xúc tương ứng:

$$d_c^0 = 2\sqrt{r_0^2 - (r_0 - \Delta z_L^0)^2}$$
(2.49)

Đến đây, với quy luật phân bố áp suất U(x) chọn trước, ta sẽ tính được giá trị  $I_k^0$  của đại lượng  $I_k$  tại thời điểm ban đầu theo (2.31) và giá trị của đại lượng  $I_0$  theo Bảng 2.1. Từ đó, tính được giá trị  $[K]_0$  của ma trận [K] dựa theo các công (2.35) và (2.42). Như vậy, véc-tơ tọa độ suy rộng tại thời điểm ban đầu hoàn toàn được xác định dựa theo (2.44).

Hàm chuyển vị của dầm ở trạng thái tĩnh được suy từ công thức (2.27):

$$w_0 = w(x,t) ||_{t=0} = \sum_{l=1}^{N} T_l^0 \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_B}$$
(2.50)

trong đó  $T_l^0$  là các đại lượng từ  $T_1^0$  đến  $T_N^0$  của véc-tơ tọa độ suy rộng ở trạng thái tĩnh đã được tính theo công thức (2.44).

#### 2.4.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ

Phương trình (2.37) là hệ PTVP thường với các ma trận hệ số [C], [K] thay đổi theo thời gian. Trình tự giải bằng phương pháp số như sau:

1) Gán giá trị của các thông số về xe, đường và tốc độ chuyển động.

2) Mô tả biên dạng mặt đường dưới dạng các hàm  $r_D = r_D(t), \ \dot{r}_D = \dot{r}_D(t)$ .

3) Chọn hàm biểu diễn quy luật phân bố áp suất U(x) và giá trị của N (số các số hạng của chuỗi lượng giác dùng để xấp xỉ hàm w=w(x, t)).

4) Chọn khoảng thời gian tính toán  $[0, t_{max}]$  và bước tính  $\Delta t$ .

5) Gán *i*:=0, *t<sub>i</sub>*:=0, *s*=1,  $\dot{\vec{q}}^{(i)} \coloneqq \vec{0}$ ,  $\ddot{\vec{q}}^{(i)} \coloneqq \vec{0}$  tại bước tính ban đầu và tính giá trị  $\vec{q}^{(i)} = \vec{q}_0$  của véc-tơ tọa độ suy rộng  $\vec{q}$  tại thời *t*<sub>0</sub> theo trình tự sau:

- Tính  $\Delta z_L^0$  và  $d_c^0$  lần lượt theo công thức (2.48) và (2.49).

- Tính  $I_0$  theo (2.12) và tính các giá trị  $I_k$  (k=1÷N) theo (2.31).

- Tính các giá trị  $\mu_k$ ,  $H_k$  (k=1÷N) theo (2.35).

- Tính giá trị  $[K]^{(i)} = [K]_0$ ,  $[C]^{(i)} = [C]_0$  của các ma trận [K], [C] tại thời điểm đầu theo (2.41) và (2.42).

- Tính giá trị  $\vec{F}_0$  của véc-tơ  $\vec{F}$  tại thời điểm ban đầu theo (2.46).

- Tính giá trị  $\vec{q}^{(i)} = \vec{q}_0$  của véc-tơ  $\vec{q}$  tại thời điểm ban đầu theo (2.44).

Đến đây, ta đã có giá trị của  $\vec{q}^{(i)}$ ,  $\dot{\vec{q}}^{(i)}$ ,  $\vec{q}^{(i)}$ , [M],  $[C]^{(i)}$ ,  $[K]^{(i)}$  và  $\vec{F}^{(i)}$  ở điểm tính thứ *i*.

6) Tính các đại lượng  $\vec{q}^{(i+1)}$ ,  $\dot{\vec{q}}^{(i+1)}$ ,  $\ddot{\vec{q}}^{(i+1)}$  theo phương pháp Newmark.

7) Tính 
$$w_D^{(i+1)} = \sum_{l=1}^N (-1)^{l+1} \cdot T_l^{(i+1)}, \quad \dot{w}_D^{(i+1)} = \sum_{l=1}^N (-1)^{l+1} \cdot \dot{T}_l^{(i+1)}$$
 theo  $\vec{q}^{(i+1)}$  và

 $\dot{\vec{q}}^{(i+1)}$  đã biết.

8) Tính  $r_D^{(i+1)} = r_D(t_i + \Delta t), \ \dot{r}_D^{(i+1)} = \dot{r}_D(t_i + \Delta t)$  theo các hàm  $r_D(t)$  và  $\dot{r}_D(t)$ 

9) Tính giá trị  $\overline{F} = k_L (w_D^{(i+1)} + r_D^{(i+1)} - u_c^{(i+1)}) + c_L (\dot{w}_D^{(i+1)} + \dot{r}_D^{(i+1)} - \dot{u}_c^{(i+1)})$  tại thời điểm  $t_i + \Delta t$ . Đến đây, có hai khả năng xảy ra:

- Nếu  $\overline{F} > 0$  thì MLK không xảy ra, nên *s*=1. Với *s*=1, chúng ta có thể tính được  $\Delta z_L = w_D^{(i+1)} + r_D^{(i+1)} - u_c^{(i+1)}$  và các đại lượng  $d_c$ ,  $I_0$ ,  $I_k$ ,  $\mu_k$ ,  $H_k$  (k=1÷N) lần lượt sử dụng các công thức tương ứng (2.7), (2.12), (2.31) và (2.35).

- Nếu  $\overline{F} \le 0$  thì MLK đã thực sự xảy ra, hoặc bắt đầu xảy ra nên *s*=0 và  $F_L = 0$ . Do p(x, y, t)=0 nên các đại lượng  $d_c$ ,  $I_0$ ,  $I_k$ ,  $\mu_k$  ( $k=1\div N$ ) đều bằng 0.

10) Tính các ma trận  $[C]^{(i+1)}$ ,  $[K]^{(i+1)}$  và véc-tơ  $\vec{F}^{(i+1)}$ ở điểm tính thứ (i+1).

11) Gán i:=i+1,  $t_i:=t_i+\Delta t$  và lặp lại quá trình tính toán, bắt đầu từ bước 6.

Quá trình tính sẽ kết thúc khi  $t_i > t_{\text{max}}$ .

Bằng cách lập chương trình tính toán số theo trình tự trên, chúng ta có thể nhận được các kết quả tính toán cụ thể sau:

- 6 hàm số biểu diễn chuyển vị, vận tốc và gia tốc dao động của ô tô theo thời gian, gồm  $u_b(t), u_c(t), \dot{u}_b(t), \dot{u}_c(t), \ddot{u}_b(t), \ddot{u}_c(t)$ .

-  $(3 \times N)$  hàm số cho phép biểu diễn chuyển vị, vận tốc và gia tốc dao động của dầm biểu diễn đường biến dạng theo thời gian:

 $T_1(t), T_2(t), \dots, T_N(t); \ \dot{T}_1(t), \dot{T}_2(t), \dots, \dot{T}_N(t); \ \ddot{T}_1(t), \ddot{T}_2(t), \dots, \ddot{T}_N(t)$ 

 Lực liên kết tại hai cụm lò xo - giảm chấn, đặc biệt là cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe cho phép khảo sát mất liên kết. Thời gian mất liên kết.

Ngoài ra, chương trình tính cũng cho phép khảo sát ảnh hưởng của các yếu tố như các tham số động lực học của ô tô và của nền đường ( $k_s$ ,  $c_s$ ), vận tốc chuyển động (V), các đặc trưng hình học của kích thích và quy luật phân bố áp suất, v.v. đến ứng xử động lực học của cơ hệ.

## 2.4.5. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Để có cơ sở so sánh nhằm thấy được ý nghĩa của việc kể đến hiện tượng MLK, cần đưa ra hệ PTVP dao động của ô tô trong các trường hợp riêng của mô hình khảo sát, các trường hợp riêng này cũng tương ứng với các mô hình đã được xây dựng trước đây khi không kể đến biến dạng đường và hiện tượng MLK hoặc có kể đến một trong hai khía cạnh trên. Có bốn trường hợp riêng của bài toán được sắp xếp theo thứ tự từ đơn giản đến phức tạp như sau:

• Trường hợp 1 (TH 1): không kể đến MLK và biến dạng của đường.

Trong trường hợp này, do bỏ qua biến dạng của đường nên phương trình (2.25) sẽ không tham gia. Hệ PTVP dao động của cơ hệ thu về hệ phương trình của riêng ô tô (2.20), trong đó đặt s=1 do không kể đến mất liên kết:

$$\begin{cases} m_b \ddot{u}_b + c_T \dot{u}_b - c_T \dot{u}_c + k_T u_b - k_T u_c = -m_b g \\ m_c \ddot{u}_c - c_T \dot{u}_b + (c_T + c_L) \dot{u}_c - k_T u_b + (k_T + k_L) u_c = -m_c g + (k_L r_D + c_L \dot{r}_D) \end{cases}$$
(2.51)

 Trường hợp 2 (TH 2): có kể đến MLK nhưng không kể đến biến dạng của đường. Hệ PTVP dao động của cơ hệ lúc này chỉ còn lại hệ PTVP dao động của ô tô theo (2.20), trong đó đặt  $w_D=0$  và  $\dot{w}_D=0$ :

$$\begin{cases} m_b \ddot{u}_b + c_T \dot{u}_b - c_T \dot{u}_c + k_T u_b - k_T u_c = -m_b g \\ m_c \ddot{u}_c - c_T \dot{u}_b + (c_T + sc_L) \dot{u}_c - k_T u_b + (k_T + sk_L) u_c = -m_c g + s(k_L r_D + c_L \dot{r}_D) \end{cases}$$
(2.52)

 Trường hợp 3 (TH 3): không kể đến MLK nhưng có kể đến biến dạng của đường.

Do không kể đến hiện tượng mất liên kết nên s=1. Hệ PTVP dao động của cơ hệ trong trường hợp này trở thành:

$$m_{b}\ddot{u}_{b} + c_{T}\dot{u}_{b} - c_{T}\dot{u}_{c} + k_{T}u_{b} - k_{T}u_{c} = -m_{b}g$$

$$m_{c}\ddot{u}_{c} - c_{T}\dot{u}_{b} + (c_{T} + c_{L})\dot{u}_{c} - c_{L}\sum_{l=1}^{N}(-1)^{l+1}\dot{T}_{l}(t) - k_{T}u_{b} + (k_{T} + k_{L})u_{c}$$

$$-k_{L}\sum_{l=1}^{N}(-1)^{l+1}T_{l}(t) = -m_{c}g + (k_{L}r_{D} + c_{L}\dot{r}_{D})$$

$$\rho h_{B}\ddot{T}_{k}(t) - \mu_{k}c_{L}\dot{u}_{c} + \sum_{l=1}^{N}\left[\delta_{kl}c_{s} + (-1)^{l+1}\mu_{k}c_{L}\right]\dot{T}_{l}(t) - \mu_{k}k_{L}u_{c} +$$
(2.53)

$$\sum_{l=1}^{N} \left[ \delta_{kl} H_{k} + (-1)^{l+1} \mu_{k} k_{L} \right] T_{l}(t) = -\frac{4\rho h_{B} g}{(2k-1)\pi} - \mu_{k} (k_{L} r_{D} + c_{L} \dot{r}_{D})$$

 Trường hợp 4 (TH 4): có kể đến cả hiện tượng MLK và biến dạng của đường. Đây là trường hợp tổng quát và cũng là nội dung nghiên cứu của luận án, hệ phương trình của cơ hệ bao gồm các phương trình (2.34) và (2.36).

# 2.5. MỘT SỐ KẾT QUẢ KHẢO SÁT

Mục này sẽ giới thiệu một số kết quả tiêu biểu về khảo sát dao động của ô tô theo mô hình đã xây dựng ở trên. Bên cạnh đó, cũng khảo sát ảnh hưởng của một số yếu tố đến đáp ứng ĐLH của ô tô như: dạng hình học của kích thích dạng xung, quy luật phân bố áp suất tại vết tiếp xúc, vận tốc chuyển động của xe, độ cứng của nền đường.

Ô tô khảo sát được xem đang chuyển động trên đường bằng phẳng với vận tốc không đổi, sau đó vượt qua một mấp mô mặt đường. Các số liệu đầu vào chung dùng để khảo sát dao động được lấy như sau:

- Các thông số thuộc về xe được lấy theo xe Gaz-66 [18] và [3]:
   *m<sub>b</sub>*=1500kg, *m<sub>c</sub>*=500kg, *k<sub>T</sub>*=246×10<sup>3</sup>N/m, *c<sub>T</sub>*=1,5×10<sup>3</sup>N.s/m,
   *k<sub>L</sub>*= 800×10<sup>3</sup>N/m, *c<sub>L</sub>*=62×10<sup>3</sup>N.s/m, *b<sub>L</sub>*= 0,25m, *r*<sub>0</sub>=0,45m.
- Các thông số liên quan đến đường được lấy theo tài liệu [63]:

 $E = 1.6 \times 10^9 \text{N/m}^2$ ,  $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ,

 $k_s = 48 \times 10^6 \text{N/m}^2$ ,  $c_s = 3 \times 10^4 \text{N.s/m}^2$ ,

 $L_B = 20$ m,  $b_B = 0.45$ m,  $h_B = 0.50$ m.

- Giá trị số hạng dùng để xấp xỉ hàm chuyển vị w(x, t) của đường: N=5
- Các tham số liên quan đến tính toán số:  $t_0 = 0.5$ s,  $t_{max} = 4$ s,  $\Delta t = 0.001$ s.

## 2.5.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô

Mục này sẽ trình bày một số kết quả tiêu biểu về đáp ứng dao động của xe, các kết quả khảo sát sẽ được so sánh với kết quả cùng loại ở các trường riêng như đã nêu trong mục 2.4.5.

Khảo sát tại vận tốc xe V = 20km/h, biên dạng mặt đường dạng xung parabol (Hình 1.2*c*) với kích thước  $L_E = 0,60$ m,  $h_E = 0,12$ m, quy luật phân bố áp suất trên diện tích tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường được chọn theo dạng parabol (Hình 2.3). Một số kết quả được thể hiện ở dạng đồ thị từ Hình 2.6 đến Hình 2.9.



Hình 2.6: Chuyển vị thẳng đứng của thân xe



Hình 2.9: Lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường

Từ các kết quả nhận được có thể rút ra các nhận xét như sau:

- Với điều kiện khảo sát cho thấy mất liên kết đã xảy ra. Điều này được thể hiện trên bởi sự khác 0 của khe hở tách bánh (Hình 2.8), trên Hình 2.19 MLK được thể hiện bởi những đoạn đồ thị trùng với đường 0 của giá trị lực tiếp xúc trong trường hợp 2 và trường hợp 4.

- Có sự khác biệt rõ rệt về đáp ứng dao động của ô tô trong các trường hợp có tính đến và không tính đến mất liên kết (trường hợp 2 và 4 so với trường hợp 1 và 3).

- Khi xe đi vào vị trí mấp mô mặt đường tại t=0,5s thì biên độ dao động thân xe và lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường tăng mạnh, sau đó dao động tắt dần. Điều đó khẳng định ứng xử của cơ hệ là phù hợp với thực tế.

## 2.5.2. Khảo sát ảnh hưởng của các dạng mô tả toán học của kích thích

Mục này sẽ so sánh đáp ứng dao động của xe khi chịu kích thích động học dạng xung được mô tả theo 3 dạng hàm là parabol, hình sin nửa chu kỳ và hình sin một chu kỳ trong trường hợp có kể đến cả MLK và biến dạng của đường (trường hợp 4). Tình huống khảo sát cũng tương tự như mục 2.5.1, các kết quả cần quan tâm sẽ được trình bày ở dạng đồ thị và bảng số.



Hình 2.10: Ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến gia tốc thẳng đứng thân xe



Hình 2.11: Ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường

Bảng 2.2 trình bày một số kết quả về ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến giá trị trung bình bình phương và giá trị lớn nhất của gia tốc thẳng đứng thân xe (RMS( $\ddot{u}_b$ ), Max( $\ddot{u}_b$ )), lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường (RMS( $F_L$ ), Max( $F_L$ )) và tổng thời gian MLK giữa bánh xe với mặt đường ( $T_{LC}$ ).

Bảng 2.2. Ảnh hưởng của các kiểu kích thích dạng xung đến đáp ứng động lực học của ô tô.

Các đại lượng đặc trưng	Các kiểu kích thích BDMĐ dạng xung			
	Parabol	Sin 1/2 chu kỳ	Sin 1 chu kỳ	
$\mathbf{RMS}(\ddot{u}_b)  (\mathrm{m/s^2})$	3,8363	3,7373	3,8677	
$Max(\ddot{u}_b) (m/s^2)$	17,8037	18,1526	16,5457	
$\text{RMS}(F_L)$ (N)	21613,5707	21372,1735	21026,6194	
$Max(F_L)$ (N)	19330,3376	19351,2487	19309,5623	
$T_{LC}(s)$	0,149	0,137	0,157	

Từ các kết quả nhận được ta có một số nhận xét như sau:

- Không có sự khác biệt nhiều về gia tốc thẳng đứng thân xe và lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường giữa kiểu parabol và kiểu hình sin nửa chu

kỳ, cả hai kiểu kích thích trên đều có biên độ dao động lớn hơn so với kiểu hình sin một chu kỳ (Hình 2.10 và Hình 2.11).

- Kích thích BDMĐ kiểu hình sin một chu kỳ có giá trị  $Max(\ddot{u}_b)$  và giá trị  $RMS(F_L)$ ,  $Max(F_L)$  là nhỏ nhất nhưng tổng thời gian MLK lại lớn nhất. Điều này cho thấy, nếu xét về mặt êm dịu chuyển động thì kích thích BDMĐ kiểu hình sin một chu kỳ là tốt hơn so với hai dạng còn lại nhưng về mặt an toàn chuyển động lại không tốt bằng.

- Trong ba kiểu kích thích trên thì kiểu hình sin nửa chu kỳ có tổng thời gian MLK là nhỏ nhất, do đó xét về mặt an toàn chuyển động thì nó tốt hơn hai dạng còn lại.

# 2.5.3. Khảo sát ảnh hưởng của các dạng quy luật phân bố áp suất

Khảo sát tại vận tốc chuyển động 30km/h với dạng kích thích từ BDMĐ theo kiểu sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp (Hình 1.1) với  $L_E=8m$ ,  $h_E=0.15m$ . Các quy luật phân bố áp suất được khảo sát gồm 4 dạng (phân bố đều, prabol, hình sin nửa chu kỳ và một chu kỳ), kết quả khảo sát được áp dụng cho trường hợp 4. Một số kết quả khảo sát về ảnh hưởng của các quy luật phân bố áp suất đến đáp ứng ĐLH xe được trình bày trên bảng 2.3.

Bảng 2.3. Ảnh hưởng của một số dạng quy luật phân bố áp suất đến đáp ứng động lực học của ô tô.

Các đại lượng đặc trưng	Các quy luật phân bố áp suất					
	Đều	Parabol	Cosin	<b>BP</b> Cosin		
$\text{RMS}(\ddot{u}_b) \text{ (m/s}^2)$	7,7665	7,7666	7,7666	7,7666		
$Max(\ddot{u}_b) (m/s^2)$	20,5291	20,529	20,529	20,5289		
$RMS(F_L)$ (N)	23802,2407	23802,2721	23802,2746	23802,2884		
$Max(F_L)$ (N)	32976,1149	32976,0154	32976,0075	32975,9636		
$T_{LC}(s)$	0,411	0,411	0,411	0,411		

Các kết quả trên bảng 2.3 đã chỉ ra rằng ít có sự khác biệt về đáp ứng động lực học của xe giữa các dạng quy luật phân bố áp suất.

#### 2.5.4. Khảo sát ảnh hưởng của ks

Do chỉ có trường hợp 3 và trường hợp 4 là có tính đến biến dạng nền đường nên ta sẽ khảo sát trong hai trường hợp này. Ở đây, số liệu đầu vào được lấy như mục 2.5.3, quy luật phân bố áp suất có dạng parabol,  $k_S$  có giá trị từ  $30 \times 10^6 \div 50 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup>. Các kết quả về ảnh hưởng của  $k_S$  đến giá trị trung bình bình phương gia tốc thẳng đứng thân xe và lực tiếp xúc (RMS( $\ddot{u}_b$ ), RMS( $F_L$ )) được thể hiện ở dạng đồ thị (Hình 2.12. và Hình 2.13).



Hình 2.12: Ảnh hưởng của k<sub>s</sub> đến giá trị RMS gia tốc thẳng đứng thân xe



Hình 2.13: Ảnh hưởng của k<sub>s</sub> đến giá trị RMS lực tiếp xúc

Từ các kết quả ở dạng đồ thị trên các Hình 2.12 và 2.13, nhận thấy với bộ số liệu  $k_s$  được khảo sát thì ảnh hưởng của nó đến giá trị RMS( $\ddot{u}_b$ ) và RMS( $F_L$ ) trong hai trường hợp là không đáng kể.

## 2.5.5. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động

Vận tốc chuyển động của xe là một thông số vận hành quan trọng, do đó trong mục này sẽ khảo sát sự ảnh hưởng của nó đến một số đáp ứng ĐLH xe trong cả 4 trường hợp. Vận tốc xe được khảo sát từ 0÷80km/h, kích thích từ BDMĐ dạng xung kiểu prabol (Hình 1.2*c*) với  $L_E$ =0,6m và  $h_E$ =0.12m, quy luật phân bố áp suất có dạng prabol (Hình 2.3). Trên đây là một số kết quả cần quan tâm được thể hiện ở dạng đồ thị từ Hình 2.14 đến Hình 2.17.



Hình 2.14: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS gia tốc thẳng đứng thân xe



Hình 2.15: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max gia tốc thẳng đứng thân xe



Hình 2.16: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS lực tiếp xúc





- Đối với gia tốc thẳng đứng thân xe: khi vận tốc chuyển động tăng từ  $20 \div 80$  km/h thì với các trường hợp có kể đến hiện tượng MLK các giá trị RMS( $\ddot{u}_b$ ) và Max( $\ddot{u}_b$ ) tăng lên rõ rệt, còn các trường hợp không kể đến hiện tượng MLK giá trị RMS( $\ddot{u}_b$ ) lại giảm nhưng giá trị Max( $\ddot{u}_b$ ) có tăng nhưng không đáng kể (Hình 2.14 và Hình 2.15).

- Đối với lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường: khi vận tốc chuyển động tăng thì giá trị  $\text{RMS}(F_L)$  trong tất cả các trường hợp cũng tăng nhưng với hai trường hợp không tính đến MLK có giá trị lớn hơn, điều này là hợp lý (Hình 2.16).

- Đối với tổng thời gian MLK: khi vận tốc chuyển động tăng thì tổng thời gian MLK trong trường hợp 2 và 4 cũng tăng theo, nhưng khi vận tốc trên 60km/h thì trường hợp 2 có giá trị lớn hơn nhiều (Hình 2.17).

# 2.6. KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Chương 2 đã xây dựng mô hình dao động thẳng đứng của bánh xe có tính đến hiện tượng MLK với các đặc trưng tiếp xúc và mối quan hệ giữa chúng. Trên cơ sở đó, đã xây dựng được mô hình dao động kiểu 1/4 của hệ xe - đường kết hợp có tính đến hiện tượng MLK, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc. Hệ PTVP chuyển động của cơ hệ có chứa phương trình đạo hàm riêng đã được thiết lập và được chuyển về hệ PTVP thường bằng cách áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Trình tự giải hệ PTVP chuyển động của cơ hệ và một số kết quả khảo sát số tiêu biểu đã được trình bày cụ thể. Từ các kết quả khảo sát có thể rút ra một số kết luận như sau:

 Hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe với mặt đường rất dễ xảy ra (khi vận tốc chuyển động của xe còn rất nhỏ, khoảng 5km/h).

2) Có sự khác biệt đáng kể về đáp ứng ĐLH của xe trong các trường hợp có tính đến và không tính đến hiện tượng mất liên kết.

3) Vận tốc chuyển động có ảnh hưởng lớn đến đáp ứng ĐLH của cơ hệ.

4) Với giá trị đã chọn của bộ số liệu về xe và đường, ảnh hưởng của độ cứng nền đường ( $k_s$ ) đến gia tốc thẳng đứng của thân xe và lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường là không đáng kể.

5) Ảnh hưởng của các dạng hàm mô tả quy luật phân bố áp suất đến đáp ứng ĐLH của xe ít có sự khác biệt.

6) Trong ba kiểu kích thích dạng xung được khảo sát, các xung kiểu parabol và hình sin nửa chu kỳ gần cho kết quả như nhau về đáp ứng ĐLH của xe, trong khi kiểu hình sin một chu kỳ cho tổng thời gian MLK lớn hơn.

# Chương 3 KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ THEO MÔ HÌNH 1/2

Chương 3 sẽ khảo sát dao động của ô tô theo các mô hình 1/2, gồm mô hình 1/2 dọc (dao động phẳng dọc xe) và mô hình 1/2 ngang (dao động phẳng ngang xe), trong đó kể đến cả hiện tượng MLK, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc. Mô hình dao động của bánh xe đã trình bày trong mục 2.1 vẫn tiếp tục được sử dụng. Ô tô được lập mô hình dưới dạng các hệ dao động 4 bậc tự do và đường biến dạng được lập mô hình dưới dạng một dầm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin với liên kết tựa đơn ở cả hai đầu.

Hệ PTVP dao động của cơ hệ có chứa phương trình đạo hàm riêng cũng được đưa về hệ PTVP thường nhờ áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ sau chuyển đổi cũng được đưa ra. Chương trình tính toán số tự viết trong phần mềm Matlab cho phép xác định đáp ứng dao động của cơ hệ và khảo sát ảnh hưởng của các yếu tố cần quan tâm đến đáp ứng dao động đó.

Mặc dù cùng là mô hình dao động kiểu 1/2 nhưng hai mô hình được khảo sát trong chương này có bản chất khác nhau, cả về phương diện vật lý (số phần tử khối lượng và cách liên kết giữa chúng, dạng chuyển động và mặt phẳng chuyển động của các khối lượng, v.v), hệ PTVP dao động và phương pháp giải chúng.

## 3.1. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG 1/2 DỌC

### 3.1.1. Mô hình dao động

Trên cơ sở cấu tạo của ô tô thực và các giả thiết như đã nêu ở mục 2.2.1 trong chương 2, mô hình dao động 1/2 dọc được thể hiện như trên Hình 3.1.



Hình 3.1: Mô hình dao động dạng 1/2 dọc của ô tô có kể đến biến dạng của đường

Hình 3.1 biểu diễn cơ hệ ở vị trí tương ứng với trạng thái tự nhiên khi xe nằm trên mặt đường hoàn toàn bằng phẳng, trong đó thừa nhận trọng tâm của thân xe nằm trong mặt phẳng chứa mặt cắt ngang chính giữa của dầm. Trên hình vẽ:

 $S_b$ ,  $S_{c1}$ ,  $S_{c2}$  - trọng tâm của thân xe, cầu trước và cầu sau;

- A, B điểm gắn tại thân xe của hai cụm lò xo giảm chấn thuộc hệ treo;
- $D_1, D_2$  điểm tiếp xúc dự kiến thuộc mặt đường ứng với 2 bánh xe;
- $(m_b, J_b), (m_{c1}, m_{c2})$  các đặc trưng quán tính của thân xe và hai cầu;
- (k<sub>T1</sub>, c<sub>T1</sub>),( k<sub>T2</sub>, c<sub>T2</sub>) hệ số độ cứng của lò xo và hệ số cản của giảm chấn thuộc hệ treo cầu trước và cầu sau;
- $(k_{L1}, c_{L1})$ ,  $(k_{L2}, c_{L2})$  hệ số độ cứng của lò xo và hệ số cản của giảm chấn biểu diễn bánh xe phía trước và phía sau;

 $k_s$ ,  $c_s$  - hệ số độ cứng và hệ số cản nhớt của nền đường;

w = w(x, t) - hàm chuyển vị của dầm biểu diễn đường biến dạng;

 $u_b$ ,  $\varphi_b$  - chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị góc của thân xe;

 $(u_{c1}, u_{c2}), (u_A, u_B)$  - chuyển vị thẳng đứng của hai cầu và hai điểm A, B;  $(u_{D1}, u_{D2})$  - chuyển vị thẳng đứng của hai điểm  $D_1, D_2$ .

Từ mô hình 3.1, ta có thể biểu diễn chuyển vị thẳng đứng của các điểm *A* và *B* qua các tọa độ suy rộng:

$$u_{A} = u_{b} + a_{1}\varphi_{b}, u_{B} = u_{b} - a_{2}\varphi_{b}$$
(3.1)

Các chuyển vị  $u_b$ ,  $\varphi_b$ ,  $u_{c1}$ ,  $u_{c2}$  tạo thành véc-tơ tọa độ suy rộng của ô tô:

$$\vec{q}_V = [u_b, \varphi_b, u_{cl}, u_{c2}]^T$$
 (3.2)

#### 3.1.2. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô

Bằng cách giải phóng liên kết cho các phần tử khối lượng, ta nhận được sơ đồ chịu lực của thân xe, cầu trước và cầu sau như Hình 3.2.



Hình 3.2: Sơ đồ chịu lực của các khối lượng

Trên Hình 3.2,  $(G_b, G_{c1}, G_{c2})$  là trọng lực của thân xe và hai cầu;  $(F_{T1}, F'_{T1}, F_{T2}, F'_{T2})$  là hợp lực trong cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ treo cầu trước và cầu sau;  $(F_{L1}, F_{L2})$  là hợp lực của cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe thuộc cầu trước và cầu sau. Trị số của các thành phần lực như sau:

$$\begin{cases}
G_{b} = m_{b}g, G_{c1} = m_{c1}g, G_{c2} = m_{c2}g, \\
F_{TI} = F'_{TI} = k_{TI}(u_{c1} - u_{A}) + c_{T1}(\dot{u}_{c1} - \dot{u}_{A}) \\
= k_{TI}[u_{c1} - (u_{b} + a_{1}\varphi_{b})] + c_{TI}[\dot{u}_{c1} - (\dot{u}_{b} + a_{1}\dot{\varphi}_{b})], \\
F_{T2} = F'_{T2} = k_{T2}(u_{c2} - u_{B}) + c_{T2}(\dot{u}_{c2} - \dot{u}_{B}) \\
= k_{TI}[u_{c2} - (u_{b} - a_{2}\varphi_{b})] + c_{T2}[\dot{u}_{c2} - (\dot{u}_{b} - a_{2}\dot{\varphi}_{b})]
\end{cases}$$
(3.3)

Biến dạng tính toán  $\Delta z_{Lj}$  của các lò xo biểu diễn bánh xe và khe hở tách bánh  $\delta z_{Lj}$  tại bánh xe thứ *j* ( $\delta z_{Lj}$  tồn tại khi  $\Delta z_{Lj} < 0$ , *j*=1÷2) được xác định bởi:

$$\Delta z_{Lj} = u_{Dj} - u_{cj} = (w_{Dj} + r_{Dj}) - u_{cj}; \ \delta z_{Lj} = -\Delta z_{Lj} = -(w_{Dj} + r_{Dj}) + u_{cj}$$
(3.4)

trong đó  $w_{Dj}$ ,  $r_{Dj}$  là chuyển vị thẳng đứng của dầm biểu diễn đường biến dạng và độ cao của mấp mô mặt đường so với mặt đường danh nghĩa của điểm tiếp xúc dự kiến  $D_j$ .

Từ Hình 3.1 ta tính được tọa độ x của các điểm  $D_i$  và các đại lượng  $w_{D_i}$ :

$$x_{D1} = L_B/2 + a_1, w_{D1} = w(x_{D1}, t); x_{D2} = L_B/2 - a_2, w_{D2} = w(x_{D2}, t)$$
 (3.5)

Từ các công thức (2.6) và (3.4), ta nhận được công thức để xác định  $F_{L_j}$ :

$$F_{Lj} = s_j \overline{F}_j = s_j [k_{Lj} (w_{Dj} + r_{Dj} - u_{cj}) + c_{Lj} (\dot{w}_{Dj} + \dot{r}_{Dj} - \dot{u}_{cj})]$$
(3.6)

trong đó  $s_j$  là tham số trạng thái tiếp xúc của bánh xe thứ j.

Giá trị của *s<sub>j</sub>* (bằng 0 hay bằng 1) được quyết định dựa vào dấu của giá trị kiểm tra của hợp lực trong cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn các bánh xe:

$$\overline{F}_{j} = k_{Lj}(w_{Dj} + r_{Dj} - u_{cj}) + c_{Lj}(\dot{w}_{Dj} + \dot{r}_{Dj} - \dot{u}_{cj}), (j=1\div2)$$
(3.7)

Áp dụng định luật 2 Newton cho các phần tử khối lượng ta nhận được:

$$\begin{cases} m_b \ddot{u}_b = -G_b + F_{TI} + F_{T2}; J_b \ddot{\varphi}_b = F_{TI} a_1 - F_{T2} a_2; \\ m_{cI} \ddot{u}_{cI} = -G_{cI} - F_{TI}' + F_{LI}; m_{c2} \ddot{u}_{c2} = -G_{c2} - F_{T2}' + F_{L2} \end{cases}$$
(3.8)

Thay (3.3) và (3.6) vào (3.8) và thực hiện những biến đổi cần thiết ta nhận được hệ PTVP dao động của ô tô:

$$\begin{cases} m_{b}\ddot{u}_{b} + (c_{TI} + c_{T2})\dot{u}_{b} + (c_{TI}a_{1} - c_{T2}a_{2})\dot{\phi}_{b} - c_{TI}\dot{u}_{cI} - c_{T2}\dot{u}_{c2} \\ + (k_{TI} + k_{T2})u_{b} + (k_{TI}a_{1} - k_{T2}a_{2})\varphi_{b} - k_{TI}u_{cI} - k_{T2}u_{c2} = -m_{b}g \\ J_{b}\ddot{\phi}_{b} + (c_{TI}a_{1} - c_{T2}a_{2})\dot{u}_{b} + (c_{TI}a_{1}^{2} + c_{T2}a_{2}^{2})\dot{\phi}_{b} - c_{TI}a_{1}\dot{u}_{cI} + c_{T2}a_{2}\dot{u}_{c2} \\ + (k_{TI}a_{1} - k_{T2}a_{2})u_{b} + (k_{TI}a_{1}^{2} + k_{T2}a_{2}^{2})\varphi_{b} - k_{TI}a_{1}u_{cI} + k_{T2}a_{2}u_{c2} = 0 \\ m_{cI}\ddot{u}_{cI} - c_{TI}\dot{u}_{b} - c_{TI}a_{1}\dot{\phi}_{b} + (c_{TI} + s_{1}c_{LI})\dot{u}_{cI} - k_{TI}u_{b} - k_{TI}a_{1}\varphi_{b} + (k_{TI} + s_{1}k_{LI})u_{cI} \\ = -m_{cI}g + s_{1}[k_{LI}(w_{DI} + r_{DI}) + c_{LI}(\dot{w}_{DI} + \dot{r}_{DI})] \\ m_{c2}\ddot{u}_{c2} - c_{T2}\dot{u}_{b} + c_{T2}a_{2}\dot{\phi}_{b} + (c_{T2} + s_{2}c_{L2})\dot{u}_{c2} - k_{T2}u_{b} + k_{T2}a_{2}\varphi_{b} + (k_{T2} + s_{2}k_{L2})u_{c2} \\ = -m_{c2}g + s_{2}[k_{L2}(w_{D2} + r_{D2}) + c_{L2}(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2})] \end{cases}$$

$$(3.9)$$

#### 3.1.3. Phương trình vi phân dao động của đường

Vì đường biến dạng vẫn được lập mô hình dưới dạng dầm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin với liên kết tựa đơn ở cả hai đầu, dao động trong mặt phẳng thẳng đứng  $Ox_z$ , nên PTVP dao động của đường vẫn có dạng (2.25):

$$\rho h_B \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_S \frac{\partial w}{\partial t} + k_S w + \frac{EI}{b_B} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{b_L}{b_B} P(t) U(x) = -\rho h_B g$$
(3.10)

Nghiệm w=w(x, t) của phương trình đạo hàm riêng (3.10) cần thỏa mãn các điều kiện biên (2.26):

$$\begin{cases} w(x, t) \|_{x=0} = w(x, t) \|_{x=L_{B}} = 0 \\ \frac{\partial^{2} w(x, t)}{\partial x^{2}} \|_{x=0} = \frac{\partial^{2} w(x, t)}{\partial x^{2}} \|_{x=L_{B}} = 0 \end{cases}$$
(3.11)

### 3.1.4. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ

Hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp trong mô hình dao động dọc đang xét là sự kết hợp của hệ PTVP dao động của ô tô (3.9) và PTVP dao động của đường (3.10).

## 3.1.5. Phương pháp giải hệ PTVP dao động của cơ hệ

# 3.1.5.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường

Việc chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ có chứa phương trình đạo hàm riêng (3.10) cũng được thực hiện bằng cách áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin [2]. Tuy nhiên, do ở đây áp dụng cho mô hình 1/2 dọc nên nội dung và kết quả của việc áp dụng có nhiều khác biệt so với chương 2.

Trình tự tiến hành như sau:

1) Xấp xỉ hàm chuyển vị w(x, t) của dầm thỏa mãn điều kiện biên (3.11) dưới dạng:

$$w(x, t) = \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}}$$
(3.12)

2) Thay biểu thức của w(x, t) ở trên vào phương trình (3.10) ta nhận được phương trình dẫn xuất:

$$\rho h_{B} \sum_{l=1}^{N} \ddot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + c_{S} \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + k_{S} \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + \frac{EI}{b_{B}} \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \frac{(2l-1)^{4}\pi^{4}}{L_{B}^{4}} \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}} + \frac{b_{L}}{b_{B}} P(t) . U(x) = -\rho g h_{B}$$
(3.13)

3) Với mỗi giá trị của k = 1, 2, ..., N, đem nhân hai vế của phương trình (3.13) với  $X_k(x) = \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_B}$  rồi lấy tích phân hai vế của phương trình

thu được theo biến x từ 0 đến  $L_B$  (tích phân trên toàn bộ chiều dài dầm), chú ý đến tính trực giao (2.28), ta nhận được một hệ PTVP thường có dạng:

$$\rho h_B \ddot{T}_k(t) + c_S \dot{T}_k(t) + \left[ k_S + \frac{EI}{b_B} \frac{(2k-1)^4 \pi^4}{L_B^4} \right] T_k(t) + \frac{2b_L}{L_B b_B} (I_k^{(1)} P_1(t) + I_k^{(2)} P_2(t)) = -\frac{4\rho g h_B}{(2k-1)\pi} \quad (3.14)$$

trong đó:

$$\begin{cases} I_{k}^{(1)} = \int_{x_{DI}-0.5d_{cl}}^{x_{DI}+0.5d_{cl}} U_{1}(x) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_{B}} dx \\ I_{k}^{(2)} = \int_{x_{D2}-0.5d_{c2}}^{x_{D2}+0.5d_{c2}} U_{2}(x) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_{B}} dx \end{cases}$$
(3.15)

Các hàm  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$  trong phương trình (3.14) được xác định theo công thức (2.13), trong đó  $\Delta z_L$  được lấy tương ứng với hai bánh xe của mô hình đang xét và được xác định theo công thức (3.4):

$$\begin{cases} P_{1}(t) = \frac{S_{1}}{I_{0}^{(1)}b_{L}}[k_{1}(w_{DI} + r_{DI} - u_{cI}) + c_{1}(\dot{w}_{D1} + \dot{r}_{D1} - \dot{u}_{c1})] \\ P_{2}(t) = \frac{S_{2}}{I_{0}^{(2)}b_{L}}[k_{2}(w_{D2} + r_{D2} - u_{c2}) + c_{2}(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2} - \dot{u}_{c2})] \end{cases}$$
(3.16)

với  $I_0^{(1)}$ ,  $I_0^{(2)}$  được xác định dựa theo quy luật phân bố áp suất được áp dụng đã được trình bày trong Bảng 2.1.

Với w(x, t) được xấp xỉ bằng chuỗi lượng giác theo (3.12), ta tính được:

$$\begin{cases} w_{DI} = w(x_{DI}, t) = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(1)} T_{l}(t), \ \dot{w}_{DI} = \frac{\partial w(x_{DI}, t)}{\partial t} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(1)} \dot{T}_{l}(t) \\ w_{D2} = w(x_{D2}, t) = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(2)} T_{l}(t), \ \dot{w}_{D2} = \frac{\partial w(x_{D2}, t)}{\partial t} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(2)} \dot{T}_{l}(t) \end{cases}$$
(3.17)

trong đó:

$$\chi_l^{(1)} = \sin \frac{(2l-1)\pi x_{Dl}}{L_B}; \ \chi_l^{(2)} = \sin \frac{(2l-1)\pi x_{D2}}{L_B} \ (l = 1 \div N)$$
(3.18)

Thay (3.17) vào (3.16), rồi đặt biểu thức nhận được của  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$  vào (3.14) và sắp xếp lại, ta nhận được một hệ gồm *N* phương trình vi phân thường:

$$\rho h_{B} \ddot{T}_{k}(t) - \mu_{k}^{(1)} c_{Ll} \dot{u}_{cl} - \mu_{k}^{(2)} c_{L2} \dot{u}_{c2} + \sum_{l=1}^{N} \left( \delta_{kl} c_{S} + \mu_{k}^{(1)} c_{Ll} \chi_{l}^{(1)} + \mu_{k}^{(2)} c_{L2} \chi_{l}^{(2)} \right) \dot{T}_{l}(t) - \mu_{k}^{(1)} k_{Ll} u_{c1} - \mu_{k}^{(2)} k_{L2} u_{c2} + \sum_{l=1}^{N} \left( \delta_{kl} H_{k} + \mu_{k}^{(1)} k_{Ll} \chi_{l}^{(1)} + \mu_{k}^{(2)} k_{L2} \chi_{l}^{(2)} \right) T_{l}(t)$$
(3.19)  
$$= -\frac{4\rho g h_{B}}{(2k-1)\pi} - \mu_{k}^{(1)} (k_{Ll} r_{Dl} + c_{Ll} \dot{r}_{Dl}) - \mu_{k}^{(2)} (k_{L2} r_{D2} + c_{L2} \dot{r}_{D2})$$

trong đó:

$$\mu_{k}^{(1)} = \frac{2s_{1}I_{k}^{(1)}}{I_{0}^{(1)}b_{B}L_{B}}, \ \mu_{k}^{(2)} = \frac{2s_{2}I_{k}^{(2)}}{I_{0}^{(2)}b_{B}L_{B}}, \ H_{k} = k_{S} + \frac{EI(2k-1)^{4}\pi^{4}}{b_{B}L_{B}^{4}}$$
(3.20)

 $(\delta_{kl}$  là toán tử Cronecker)

Ngoài ra, từ công thức (3.17) hệ PTVP dao động (3.9) của ô tô trở thành:

$$\begin{cases} m_{b}\ddot{u}_{b} + (c_{TI} + c_{T2})\dot{u}_{b} + (c_{TI}a_{1} - c_{T2}a_{2})\dot{\phi}_{b} - c_{TI}\dot{u}_{cI} - c_{T2}\dot{u}_{c2} \\ + (k_{TI} + k_{T2})u_{b} + (k_{TI}a_{1} - k_{T2}a_{2})\varphi_{b} - k_{TI}u_{cI} - k_{T2}u_{c2} = -m_{b}g \\ J_{b}\ddot{\phi}_{b} + (c_{TI}a_{1} - c_{T2}a_{2})\dot{u}_{b} + (c_{TI}a_{1}^{2} + c_{T2}a_{2}^{2})\dot{\phi}_{b} - c_{TI}a_{1}\dot{u}_{cI} + c_{T2}a_{2}\dot{u}_{c2} \\ + (k_{TI}a_{1} - k_{T2}a_{2})u_{b} + (k_{TI}a_{1}^{2} + k_{T2}a_{2}^{2})\varphi_{b} - k_{TI}a_{1}u_{cI} + k_{T2}a_{2}u_{c2} = 0 \\ m_{cI}\ddot{u}_{cI} - c_{TI}\dot{u}_{b} - c_{TI}a_{1}\dot{\phi}_{b} + (c_{TI} + s_{1}c_{LI})\dot{u}_{cI} - s_{1}c_{LI}\sum_{l=1}^{N}\chi_{l}^{(1)}\dot{T}_{l}(t) - k_{TI}u_{b} - k_{TI}a_{1}\varphi_{b} \\ + (k_{TI} + s_{1}k_{LI})u_{cI} - s_{1}k_{LI}\sum_{l=1}^{N}\chi_{l}^{(1)}T_{l}(t) = -m_{cI}g + s_{1}(k_{LI}r_{DI} + c_{LI}\dot{r}_{DI}) \\ m_{c2}\ddot{u}_{c2} - c_{T2}\dot{u}_{b} + c_{T2}a_{2}\dot{\phi}_{b} + (c_{T2} + s_{2}c_{L2})\dot{u}_{c2} - s_{2}c_{L2}\sum_{l=1}^{N}\chi_{l}^{(2)}\dot{T}_{l}(t) - k_{T2}u_{b} + k_{T2}a_{2}\varphi_{b} \\ + (k_{T2} + s_{2}k_{L2})u_{c2} - s_{2}k_{L2}\sum_{l=1}^{N}\chi_{l}^{(2)}T_{l}(t) = -m_{c2}g + s_{2}(k_{L2}r_{D2} + c_{L2}\dot{r}_{D2}) \end{cases}$$

Đến đây, hệ PTVP chuyển động (3.9) và (3.10) của cơ hệ khảo sát có chứa phương trình đạo hàm riêng đã được đưa về hệ PTVP chuyển đổi (3.21) và (3.19), gồm (4+N) PTVP thường có thể giải được bằng phương pháp số.

# 3.1.5.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Hệ PTVP chuyển đổi (3.21), (3.19) có thể được viết dưới dạng ma trận:

$$[M]\ddot{\vec{q}} + [C]\dot{\vec{q}} + [K]\vec{q} = \vec{F}$$
(3.22)

trong đó  $\vec{q}$  là véc-tơ tọa độ suy rộng,  $\vec{F}$  là véc-tơ lực kích thích, còn [*M*], [*C*], [*K*] lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng, cùng cỡ  $(4+N)\times(4+N)$ .

Các véc-tơ và ma trận trên được viết một cách cụ thể như sau:

- Véc-tơ tọa độ suy rộng:

$$\vec{q} = [u_b(t), \varphi_b(t), u_{c1}(t), u_{c2}(t), T_1(t), T_2(t), T_3(t), \dots, T_N(t)]^T$$
(3.23)

- Véc-tơ lực kích thích:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} -m_{b}g \\ 0 \\ -m_{cl}g + s_{1}(k_{Ll}r_{Dl} + c_{Ll}\dot{r}_{Dl}) \\ -m_{c2}g + s_{2}(k_{L2}r_{D2} + c_{L2}\dot{r}_{D2}) \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{1\pi} - \mu_{1}^{(1)}(k_{Ll}r_{Dl} + c_{Ll}\dot{r}_{Dl}) - \mu_{1}^{(2)}(k_{L2}r_{D2} + c_{L2}\dot{r}_{D2}) \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{3\pi} - \mu_{2}^{(1)}(k_{Ll}r_{Dl} + c_{Ll}\dot{r}_{Dl}) - \mu_{2}^{(2)}(k_{L2}r_{D2} + c_{L2}\dot{r}_{D2}) \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{5\pi} - \mu_{3}^{(1)}(k_{Ll}r_{Dl} + c_{Ll}\dot{r}_{Dl}) - \mu_{3}^{(2)}(k_{L2}r_{D2} + c_{L2}\dot{r}_{D2}) \\ \dots \\ -\frac{4\rho gh_{B}}{(2N-1)\pi} - \mu_{N}^{(1)}(k_{Ll}r_{Dl} + c_{Ll}\dot{r}_{Dl}) - \mu_{N}^{(2)}(k_{L2}r_{D2} + c_{L2}\dot{r}_{D2}) \end{bmatrix}$$
(3.24)

- Ma trận khối lượng (là ma trận đường chéo):

$$[M] = \operatorname{diag}([m_b, J_b, m_{cl}, m_{c2}, \{\rho h_B, \rho h_B, \dots, \rho h_B\}])$$
(3.25)

- Ma trận độ cứng [K] với (4+N) hàng (mỗi hàng gồm (4+N) phần tử) được viết như sau:

$$\begin{split} & [K_{Ii}] = [k_{TI} + k_{T2}, -k_{TI}a_{1} + k_{T2}a_{2}, -k_{TI}, -k_{T2}, 0, 0, 0, ..., 0]; \\ & [K_{2i}] = [-k_{TI}a_{1} + k_{T2}a_{2}, k_{TI}a_{1}^{2} + k_{T2}a_{2}^{2}, -k_{TI}a_{1}, k_{T2}a_{2}, 0, 0, 0, ..., 0]; \\ & [K_{3i}] = [-k_{TI}, -k_{TI}a_{1}, k_{TI} + s_{1}k_{LI}, 0, -s_{1}\chi_{1}^{(1)}k_{LI}, -s_{1}\chi_{2}^{(1)}k_{LI}, -s_{1}\chi_{3}^{(1)}k_{LI}, \\ & ,..., -s_{1}\chi_{N}^{(1)}k_{LI}]; \\ & [K_{4i}] = [-k_{T2}, k_{T2}a_{2}, 0, k_{T2} + s_{2}k_{L2}, -s_{2}\chi_{1}^{(2)}k_{L2}, -s_{2}\chi_{2}^{(2)}k_{L2}, -s_{2}\chi_{3}^{(2)}k_{L2}, \\ & ,..., -s_{2}\chi_{N}^{(2)}k_{L2}]; \\ & [K_{5i}] = [0, 0, -\mu_{1}^{(1)}k_{LI}, -\mu_{1}^{(2)}k_{L2}\chi_{2}^{(2)}, \mu_{1}^{(1)}k_{LI}\chi_{3}^{(1)} + \mu_{1}^{(2)}k_{L2}\chi_{1}^{(2)}, \\ & \mu_{1}^{(1)}k_{LI}\chi_{2}^{(1)} + \mu_{1}^{(2)}k_{L2}\chi_{2}^{(2)}, \mu_{1}^{(1)}k_{LI}\chi_{3}^{(1)} + \mu_{1}^{(2)}k_{L2}\chi_{3}^{(2)}, \\ & ,..., \mu_{1}^{(1)}k_{LI}\chi_{N}^{(1)} + \mu_{1}^{(2)}k_{L2}\chi_{N}^{(2)}]; \\ & [K_{6i}] = [0, 0, -\mu_{2}^{(1)}k_{LI}, -\mu_{2}^{(2)}k_{L2}, \mu_{2}^{(1)}k_{LI}\chi_{1}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}k_{L2}\chi_{1}^{(2)}, \\ & H_{2} + \mu_{2}^{(1)}k_{LI}\chi_{2}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}k_{L2}\chi_{2}^{(2)}, \mu_{2}^{(1)}k_{LI}\chi_{3}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}k_{L2}\chi_{3}^{(2)}, \\ & ,..., \mu_{2}^{(1)}k_{LI}\chi_{1}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}k_{L2}\chi_{2}^{(2)}]; \end{aligned}$$

$$[K_{4+N,i}] = [0,0,-\mu_N^{(1)}k_{LI},-\mu_N^{(2)}k_{L2},\mu_N^{(1)}k_{LI}\chi_1^{(1)} + \mu_N^{(2)}k_{L2}\chi_1^{(2)},$$
  
$$\mu_N^{(1)}k_{LI}\chi_2^{(1)} + \mu_N^{(2)}k_{L2}\chi_2^{(2)},\mu_N^{(1)}k_{LI}\chi_3^{(1)} + \mu_N^{(2)}k_{L2}\chi_3^{(2)},$$
  
$$,...,H_N + \mu_N^{(1)}k_{LI}\chi_N^{(1)} + \mu_N^{(2)}k_{L2}\chi_N^{(2)}];$$

- Ma trận cản [*C*] có dạng tương tự như ma trận độ cứng [*K*]. Có thể nhận được ma trận [*C*] từ ma trận [*K*] bằng cách thay các ký hiệu { $H_k$ ,  $k_{T1}$ ,  $k_{T2}$ ,  $k_{L1}$ ,  $k_{L2}$ } lần lượt bởi các ký hiệu { $c_s$ ,  $c_{T1}$ ,  $c_{T2}$ ,  $c_{L1}$ ,  $c_{L2}$ }.

# 3.1.5.3. Điều kiện đầu

. . . . .

Điều kiện đầu được chọn tương tự như bài toán khảo sát dao động theo mô hình 1/4 trong chương 2, tương ứng với giá trị các đại lượng ở trạng thái tĩnh. Do đó ta có:

$$\ddot{\vec{q}}\Big\|_{t=0} = \vec{0}, \, \dot{\vec{q}}\Big\|_{t=0} = \vec{0}, \, \vec{q}\Big\|_{t=0} = \vec{q}_0$$
(3.27)

Véc-tơ chuyển vị tĩnh  $\vec{q}_0$  có thể được xác định bằng cách thay (3.27) vào PTVP dao động dạng ma trận (3.22) của hệ và suy ra:

$$[K]_{0}\vec{q}_{0} = \vec{F}_{0} \implies \vec{q}_{0} = [K]_{0}^{-1}\vec{F}_{0}$$
(3.28)

trong đó  $[K]_0$ ,  $\vec{F}_0$  là giá trị tại thời điểm ban đầu (*t*=0) của ma trận độ cứng [K] và véc-tơ lực kích thích  $\vec{F}$ .

Tại thời điểm ban đầu, do xe chạy trên mặt đường bằng phẳng nên ta có:

$$s_1 = s_2 = 1, r_{D1} = r_{D2} = 0, \dot{r}_{D1} = \dot{r}_{D2} = 0$$
 (3.29)

Thay (3.26) vào (3.21) ta nhận được:

$$\vec{F}_{0} = \left[-m_{b}g, 0, -m_{c1}g, -m_{c2}g, -\frac{4\rho g h_{B}}{1\pi}, -\frac{4\rho g h_{B}}{3\pi}, -\frac{4\rho g h_{B}}{5\pi}, \dots, -\frac{4\rho g h_{B}}{(2N-1)\pi}\right]^{\mathrm{T}} (3.30)$$

Hợp lực trong hai cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn các bánh xe và phản lực từ mặt đường tác dụng lên hai bánh xe được xác định từ điều kiện cân bằng tĩnh của ô tô:

$$F_{Ll}^{0} = R_{1} = \left(m_{cl} + m_{b} \frac{a_{2}}{a_{1} + a_{2}}\right)g, \ F_{L2}^{0} = R_{2} = \left(m_{c2} + m_{b} \frac{a_{1}}{a_{1} + a_{2}}\right)g$$
(3.31)

Đến đây, có thể tính được giá trị ở trạng thái tĩnh của các đại lượng có liên quan đến các phần tử của ma trận  $[K]_0$ , như biến dạng tĩnh của lò xo biểu diễn các bánh xe  $(\Delta z_{LI}^0, \Delta z_{L2}^0)$ , chiều dài các vết tiếp xúc  $(d_{cI}^0, d_{c2}^0)$ :

$$\Delta z_{LI}^{0} = \frac{F_{LI}^{0}}{k_{LI}}, \ \Delta z_{L2}^{0} = \frac{F_{L2}^{0}}{k_{L2}}$$
(3.32)

$$d_{c1}^{0} = 2\sqrt{r_{0}^{2} - (r_{0} - \Delta z_{L1}^{0})^{2}} , \ d_{c2}^{0} = 2\sqrt{r_{0}^{2} - (r_{0} - \Delta z_{L2}^{0})^{2}}$$
(3.33)

Đến đây chúng ta có thể tính được tất cả các phần tử của ma trận  $[K]_0$  và tính được  $\vec{q}_0$  theo (3.28). Từ đó, có thể tìm được hàm chuyển vị của dầm ở trạng thái tĩnh bằng cách sử dụng công thức (3.12):

$$w^{0} = \sum_{l=1}^{N} T_{l}^{0}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi x}{L_{B}}$$
(3.34)

với các đại lượng  $T_l^0$  trong (3.34) là các thành phần từ thứ 5 đến thứ (4+N) của vécto  $\vec{q}_0$ .

#### 3.1.5.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ

Hệ PTVP chuyển đổi dạng ma trận (3.22) có thể được giải bằng phương pháp số theo trình tự như sau:

1) Gán giá trị các thông số thuộc về xe, đường và tốc độ chuyển động. Tính các tọa độ  $x_{DI} = L_B/2 + a_1$  và  $x_{D2} = L_B/2 - a_2$ .

2) Mô tả biên dạng mặt đường  $r_{Dj} = r_{Dj}(t)$ ,  $\dot{r}_{Dj} = \dot{r}_{Dj}(t)$ .

3) Chọn dạng của hàm  $U_j(x)$  biểu diễn quy luật phân bố áp suất tại các vết tiếp xúc và số các số hạng *N* của chuỗi dùng để xấp xỉ hàm w=w(x, t).

4) Chọn khoảng thời gian tính toán  $[0, t_{max}]$  và bước tính  $\Delta t$ .

5) Tính giá trị  $\vec{q}_0$  của véc-tơ tọa độ suy rộng  $\vec{q}$  tại thời điểm ban đầu theo trình tự sau:

 - Xác định phản lực tại các vết tiếp xúc và hợp lực trong các cụm lò xo giảm chấn biểu diễn hai bánh xe theo (3.31). Tính biến dạng của các lò xo và chiều dài các vết tiếp xúc theo (3.32) và (3.33).

- Tính các giá trị  $I_0^{(1)}$ ,  $I_0^{(2)}$  theo các công thức trong Bảng 2.1 và các giá trị  $I_k^{(1)}$ ,  $I_k^{(2)}$  ( $k=1\div N$ ) theo (3.15).

- Tính các giá trị  $\mu_k^{(1)}$ ,  $\mu_k^{(2)}$ ,  $H_k$  ( $k=1 \div N$ ) tại thời điểm ban đầu theo (3.20).

- Tính giá trị các phần tử của ma trận  $[K]_0$  theo (3.26).

- Tính giá trị của  $\vec{F}_0$  theo (3.30).

- Tính giá trị  $\vec{q}_0$  của véc-tơ  $\vec{q}$  tại thời điểm ban đầu theo (3.28).

6) Gán *i*:=0,  $t_i$ :=0,  $s_1$ = $s_2$ =1.

7) Gán  $\dot{\vec{q}}^{(i)} := \vec{0}, \ \ddot{\vec{q}}^{(i)} := \vec{0}, \ \vec{q}^{(i)} = \vec{q}_0.$ 

8) Tính  $\vec{q}^{(i+1)}$ ,  $\dot{\vec{q}}^{(i+1)}$ ,  $\ddot{\vec{q}}^{(i+1)}$  theo phương pháp Newmark.

9) Sử dụng các công thức (3.12) với (j=1, 2), để tính:

$$w_{Dj}^{(i+1)} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l+1}^{(j)} T_{l}^{(i+1)}, \ \dot{w}_{Dj}^{(i+1)} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l+1}^{(j)} \dot{T}_{l}^{(i+1)}$$

10) Tính  $r_{Dj}^{(i+1)}$ ,  $\dot{r}_{Dj}^{(i+1)}$  theo các hàm  $r_{Dj}(t)$ ,  $\dot{r}_{Dj}(t)$  đã biết.

11) Tính giá trị của các lực kiểm tra  $\overline{F}_{j}^{(i+1)}$  (*j*=1, 2) theo (3.7):

$$\overline{F}_{j}^{(i+1)} = k_{Lj} (w_{Dj}^{(i+1)} + r_{Dj}^{(i+1)} - u_{cj}^{(i+1)}) + c_{Lj} (\dot{w}_{Dj}^{(i+1)} + \dot{r}_{Dj}^{(i+1)} - \dot{u}_{cj}^{(i+1)})$$

Đến đây, có hai khả năng xảy ra:

- Nếu  $\overline{F}_{j}^{(i+1)} > 0$  thì mất liên kết không xảy ra tại bánh xe thứ *j* nên  $s_{j}=1$ và  $F_{Lj}(t_{i+1}) = \overline{F}_{j}^{(i+1)}$ . Với  $s_{j}=1$ , ta có thể tính được các đại lượng  $\Delta z_{Lj}$ ,  $d_{cj}$ ,  $I_{0}^{(j)}$ ,  $I_{k}^{(j)}$ ,  $\mu_{k}^{(j)}$ ,  $H_{k}$  (k=1÷N) tại điểm tính thứ (i+1) bằng cách sử dụng các công thức (3.4), (40), (2.7), (2.12), (3.15) và (3.20).

- Nếu  $\overline{F}_{j}^{(i+1)} \leq 0$  thì mất liên kết bắt đầu xảy ra hoặc đã thực sự xảy ra, nên ta có  $s_{j}=0$  và  $F_{Lj}(t_{i+1}) = 0$ . Lúc này, các đại lượng liên quan đến trạng thái tiếp xúc như  $\Delta z_{Lj}$ ,  $d_{cj}$ ,  $I_{0}^{(j)}$ ,  $I_{k}^{(j)}$ ,  $\mu_{k}^{(j)}$  đều bằng 0 ( $\forall k=1 \div N$ ).

12) Tính các ma trận [C], [K] và véc-to  $\vec{F}$  tại bước tính thứ (*i*+1).

13) Gán i:=i+1,  $t_i:=t_i+\Delta t$  và lặp lại quá trình tính, bắt đầu từ bước 8.

Quá trình tính toán kết thúc khi  $t_i > t_{max}$ .

Các kết quả nhận được trực tiếp từ chương trình tính cũng hoàn toàn tương tự như trong trường hợp khảo sát theo mô hình 1/4.

#### 3.1.6. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Để có cơ sở so sánh, dưới đây sẽ đưa ra các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp (dạng sau chuyển đổi) như sau:

- Trường hợp 1 (TH 1). Không kể đến mất liên kết và biến dạng của đường.

Trong trường hợp này, hệ PTVP dao động của cơ hệ trong mô hình dao động 1/2 dọc được thu về hệ phương trình (3.9) hoặc (3.21) của riêng ô tô trong đó đặt  $s_1 = s_2 \equiv 1$  và  $w_{D1} = w_{D2} \equiv 0$ .

Trường hợp 2 (TH 2). Kể đến hiện tượng mất liên kết nhưng không kể đến biến dạng của đường.

Lúc này, hệ PTVP dao động của cơ hệ được cũng thu về hệ PTVP dao động (3.9) của ô tô, trong đó đặt  $w_{D1} = w_{D2} \equiv 0$ .

- *Trường hợp 3 (TH 3)*. Không kể đến hiện tượng mất liên kết nhưng có kể đến biến dạng của đường.

Trong trường hợp này, do không kể đến hiện tượng mất liên kết nên hệ PTVP dao động của cơ hệ vẫn bao gồm các phương trình (3.21) và (3.19) trong đó đặt  $s_1 = s_2 \equiv 1$ .

- *Trường hợp 4 (TH 4)*. Có kể đến cả MLK và biến dạng của đường. Hệ phương trình của cơ hệ bao gồm các phương trình (3.21) và (3.19).

## 3.1.7. Một số kết quả khảo sát

Tình huống khảo sát được chọn khi ô tô đang chuyển động trên đường bằng phẳng với vận tốc không đổi, sau đó vượt qua một mấp mô mặt đường có dạng xung (Hình 1.2) hoặc dạng sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp (Hình 1.1). Kết quả khảo sát là các đáp ứng dao động của xe và ảnh hưởng của vận tốc đến một số đại lượng đặc trưng cho ĐLH xe.

Các số liệu đầu vào cũng được lấy theo các tài liệu [3], [18] và [63]. Sau đây là các thông số đầu vào được sử dụng chung cho các nội dung khảo sát:

- Các thông số thuộc về xe được lấy theo xe Gaz-66 [18] và [3]:

 $a_1 = 1,563 \text{ m}, a_2 = 1,737 \text{ m}, r_0 = 0,45 \text{ m}, b_L = 0,25 \text{ m}, g = 9,81 \text{ m/s}^2$ 

 $m_b = 2200$ kg,  $J_b = 2750$ kg.m<sup>2</sup>,  $m_{cl} = 660$ kg,  $m_{c2} = 580$ kg,

 $k_{TI} = 246 \times 10^3 \text{N/m}, k_{T2} = 196 \times 10^3 \text{N/m}, k_{LI} = k_{L2} = 800 \times 10^3 \text{N/m},$ 

 $c_{TI} = c_{T2} = 1,5 \times 10^3 \text{N.s/m}, c_{LI} = c_{L2} = 62 \times 10^3 \text{N.s/m}.$ 

 Các giá trị của tham số liên quan đến dầm đàn hồi và nền đàn hồi nhớt Kelvin được tham khảo trong [63]:

 $L_B = 160$ m,  $b_B = 1,00$ m,  $h_B = 0.30$ m,  $E = 1.6 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>,

 $\rho = 2500$ kg/m<sup>3</sup>,  $k_s = 8 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup>,  $c_s = 30 \times 10^4$  N.s/m<sup>2</sup>.

- Số các số hạng N dùng để xấp xỉ hàm chuyển vị w = w(x, t): N=5

- Khoảng thời gian tính toán:  $t_0 = 0.5$ ,  $t_{max} = 4$ s,  $\Delta t = 0.001$ .

# 3.1.7.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô

Một số kết quả điển hình về đáp ứng dao động của xe sẽ được so sánh với nhau trong 4 trường hợp (như mục 3.1.6) tại vận tốc 20km/h, BDMĐ có dạng hình sin nhiều chu chu kỳ liên tiếp (Hình 1.1) với  $L_E = 10$ m và  $h_E = 0,15$ m, quy luật phân bố áp suất được lấy theo dạng cô-sin (Hình 2.3). Sau đây là một số kết quả khảo sát:



Hình 3.3: Chuyển vị thẳng đứng thân xe



Hình 3.4: Chuyển vị góc dọc thân xe



Hình 3.6: Khe hở tách bánh xe khi xảy ra MLK xét trong trường hợp tính đến cả MLK và biến dạng của đường (TH 4)



Hình 3.7: Lực tiếp xúc tại bánh xe cầu trước



**Hình 3.8:** Lực tiếp xúc tại bánh xe cầu sau Từ các kết quả đặc trưng nhận được, cho thấy:

- MLK đã xảy ra trên cả hai bánh xe, bánh xe cầu trước xảy ra trước do đi qua mấp mô mặt đường trước. Mất liên kết được thể hiện trên Hình 3.6 bởi các đoạn không trùng với đường 0 của khe hở tách bánh, trên Hình 3.7 và Hình 3.8 thì MLK được thể hiện bởi các đoạn đồ thị trùng với đường 0 của giá trị lực tiếp xúc trong trường hợp 2 và trường hợp 4.

 Có sự khác biệt về quy luật và biên độ của các thành phần dao động thân xe trong trường hợp 2 so với các trường hợp còn lại.

- Các trường hợp không kể đến hiện tượng MLK (trường hợp 1 và 3) thì các kết quả gần như trùng nhau, điều đó thể hiện sự ảnh hưởng của biến dạng đường đến đáp ứng dao động của cơ hệ là không đáng kể.

## 3.1.7.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động

Trong mục này sẽ khảo sát ảnh hưởng vận tốc chuyển động đến một số đáp ứng ĐLH của xe trong trường hợp có kể đến cả biến dạng đường và MLK (trường hợp 4), khi xe chịu kích thích từ BDMĐ ở hai dạng là xung parabol và dạng sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp, vận tốc xe khảo sát từ 0÷80km/h, quy luật phân bố áp suất có dạng cô-sin (Hình 2.3). Các đại lượng ĐLH của xe được quan tâm đó là giá trị lớn nhất (Max), giá trị trung bình

bình phương (RMS) của gia tốc thẳng đứng thân xe và lực tiếp xúc tại hai bánh xe; tổng thời gian MLK tại mỗi bánh xe. Sau đây sẽ đi vào từng nội dung khảo sát.

#### a) Kích thích dạng xung Parabol

Kích thích động học từ BDMĐ dạng xung parabol (Hình 1.2*c*) với các thông số  $h_E = 0,12$ m và  $L_E = 0,65$ m. Sau đây là một số kết quả được quan tâm thể hiện ở dạng đồ thị từ Hình 3.9 đến Hình 3.12.



Hình 3.9: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của gia tốc thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau



**Hình 3.10:** Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau



**Hình 3.11:** Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau



Hình 3.12: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau

Từ các kết quả khảo sát ta có một số nhận xét như sau:

- Mất liên kết bắt đầu xảy ra khi xe đạt 5km/h và khi vận tốc chuyển động tăng thì tổng thời gian MLK nhìn chung cũng tăng nhưng tính quy luật thể hiện không rõ ràng trên cả hai bánh xe (Hình 3.12). Điều này phụ thuộc vào các mối quan hệ phức tạp giữa các thông số hình học và ĐLH của cả xe, đường, BDMĐ và vận tốc chuyển động.

- Khi vận tốc chuyển động của xe tăng thì gia tốc thẳng đứng của thân xe và hai cầu cũng tăng nhưng tại hai cầu có giá trị lớn hơn nhiều so thân xe, điều này là phù hợp với thực tiễn. Từ các Hình 3.9 ÷3.11 nhận thấy vận tốc của xe có ảnh hưởng rất lớn đến đáp ứng ĐLH của xe. b) Kích thích dạng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp

Kích thích động học từ biên dạng mặt đường kiểu sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp (Hình 1.1) với các thông số  $h_E = 10$ m và  $L_E = 0,15$ m, sau đây là một số kết quả khảo sát:



Hình 3.13: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của gia tốc thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau



Hình 3.14: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của gia tốc thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau

Từ Hình 3.13 và Hình 3.14 nhận thấy, gia tốc thẳng đứng của thân xe và hai cầu tăng khi vận tốc chuyển động tăng. Khi xe đạt tốc độ 50km/h trở đi thì giá trị RMS tăng nhanh, trong đó cầu sau có giá trị lớn nhất còn thân xe là nhỏ nhất (Hình 3.13). Giá trị Max của hai cầu xe có giá trị gần như nhau và tăng mạnh khi vận tốc tăng và lớn hơn nhiều so với thân xe (Hình 3.14).



Hình 3.15: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau



**Hình 3.16:** Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp xúc tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau



Hình 3.17: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK tại bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau

Từ các Hình 3.15 đến Hình 3.17 nhận thấy: Bánh xe cầu trước và bánh xe cầu sau lần lượt bắt đầu xảy ra MLK khi xe đạt vận tốc 40km/h và 45km/h, nhìn chung khi vận tốc tăng thì thời gian MLK tại hai bánh xe nhưng tính quy luật thể hiện không rõ ràng trên cả hai bánh xe (Hình 3.17)

Giá trị RMS và Max của lực tiếp xúc tại mỗi bánh xe có sự khác biệt rất lớn về trị số (Hình 3.15, Hình 3.16), khi vận tốc chuyển động tăng thì các giá trị trên cũng tăng theo nhưng giá trị Max lớn hơn rất nhiều, điều này là hợp lý.

## 3.2. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG 1/2 NGANG

#### 3.2.1. Mô hình dao động



Hình 3.18: Mô hình dao động dạng 1/2 ngang của ô tô có kể đến biến dạng của đường

Mô hình dao động 1/2 ngang của ô tô có kể đến biến dạng của đường và hiện tượng MLK được thể hiện như trên Hình 3.18. Ô tô được khảo sát là ô tô có hệ thống treo phụ thuộc, gồm hai khối lượng (thân xe *1* và cầu xe *2*) được lập mô hình dưới dạng một hệ dao động phẳng với 4 bậc tự do. Đường biến dạng được lập mô hình dưới dạng một dầm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin chịu liên kết kiểu tựa đơn tại cả hai đầu. Dầm có tiết diện chữ nhật với chiều

rộng  $b_B^x$  và chiều cao  $h_B$  không thay đổi trên suốt chiều dài  $L_{Bn}$ . Ở đây giả thiết rằng mặt phẳng đối xứng của ô tô (mặt phẳng thẳng đứng đi qua trọng tâm của thân xe và cầu) chứa mặt cắt ngang chính giữa của dầm. Mặt phẳng dao động của hệ vuông góc với phương chuyển động (phương *x*).

Các ký hiệu trên Hình 3.18 có ý nghĩa như sau:

 $S_b$ ,  $S_c$  - trọng tâm của thân xe và cầu xe;

 $D_1, D_2 -$ điểm tiếp xúc dự kiến;

1, 2, 1', 2', 1" và 2" - các điểm gắn của các cụm lò xo - giảm chấn;

 $(m_b, J_b), (m_c, J_b)$  - các đặc trưng quán tính của thân xe và cầu xe;

 $(k_T, c_T)$  - các cặp lò xo - giảm chấn thuộc hệ treo (cũng là hệ số độ cứng và hệ số cản của đối tượng tương ứng);

 $(k_L, c_L)$  - các cặp lò xo - giảm chấn biểu biễn bánh xe;

 $(k_s, c_s)$  - các lò xo và giảm chấn (phân bố) biểu diễn đường biến dạng;

w = w(y, t) - hàm chuyển vị của dầm biểu diễn đường biến dạng;

 $(u_b, \psi_b)$  - chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị góc của thân xe;

 $(u_c, \psi_c)$  - chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị góc của cầu xe.

Các chuyển vị  $u_b$ ,  $\psi_b$ ,  $u_c$ ,  $\psi_c$  được tính từ vị trí tự nhiên của cơ hệ, chúng tạo thành véc-tơ tọa độ suy rộng của xe:

$$\vec{q}_{V} = [u_{b}, \psi_{b}, u_{c}, \psi_{c}]^{T}$$
 (3.35)

## 3.2.2. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô

Trước hết, chúng ta biểu diễn chuyển vị thẳng đứng của các điểm gắn *1*, *2*, *1'*, *2'*, *1''*, *2''* trên Hình 3.18 qua các tọa độ suy rộng:

$$u_{1} = u_{b} - c\psi_{b}, \quad u_{2} = u_{b} + c\psi_{b},$$
  

$$u_{1'} = u_{c} - c\psi_{c}, \quad u_{2'} = u_{c} + c\psi_{c},$$
  

$$u_{1''} = u_{c} - b\psi_{c}, \quad u_{2''} = u_{c} + b\psi_{c}.$$
  
(3.36)

Hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp được thiết lập dựa trên sơ đồ chịu lực của thân xe, cầu xe sau khi giải phóng khỏi các liên kết Hình 3.19.



Hình 3.19: Sơ đồ chịu lực của thân xe và cầu xe

Trên sơ đồ,  $(G_b, G_c)$  là các trọng lực,  $(F_{TI}, F_{T2}, F'_{TI}, F'_{T2})$  là hợp lực trong hai cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ treo,  $(F_{LI}, F_{L2})$  là hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe (chỉ số 1 ứng với bên trái, chỉ số 2 ứng với bên phải).

Hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ treo được xác định thông qua chuyển vị tương đối của các điểm gắn trên và dưới của chúng:

$$\begin{cases} F_{TI} = F'_{TI} = k_T (u_{1'} - u_1) + c_T (\dot{u}_{1'} - \dot{u}_1) \\ F_{T2} = F'_{T2} = k_T (u_{2'} - u_2) + c_T (\dot{u}_{2'} - \dot{u}_2) \end{cases}$$
(3.37)

Hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn hai bánh xe:

$$\begin{cases} F_{LI} = s_1 \left[ k_L (w_{DI} + r_{DI} - u_{1''}) + c_L (\dot{w}_{DI} + \dot{r}_{DI} - \dot{u}_{1''}) \right] \\ F_{L2} = s_2 \left[ k_L (w_{D2} + r_{D2} - u_{2''}) + c_L (\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2} - \dot{u}_{2''}) \right] \end{cases}$$
(3.38)

trong đó  $w_{Dj}$  (j=1, 2) là chuyển vị thẳng đứng của dầm biểu diễn đường biến dạng tại các điểm tiếp xúc dự kiến  $D_j$ ;  $r_{Dj}$  là độ cao (so với mặt đường danh nghĩa) của mấp mô mặt đường tại các điểm  $D_j$ ;  $s_1$ ,  $s_2$  là tham số trạng thái tiếp xúc của hai bánh xe, được xác định dựa theo dấu của các lực kiểm tra:

$$\begin{cases} \overline{F}_{I} = k_{L}(w_{DI} + r_{DI} - u_{1''}) + c_{L}(\dot{w}_{DI} + \dot{r}_{DI} - \dot{u}_{1''}) \\ \overline{F}_{2} = k_{L}(w_{D2} + r_{D2} - u_{2''}) + c_{L}(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2} - \dot{u}_{2''}) \end{cases}$$
(3.39)
Áp dụng định luật 2 Newton cho thân xe và cầu xe dựa theo sơ đồ chịu lực của chúng như Hình 3.19, ta được:

$$\begin{cases} m_b \ddot{u}_b = -G_b + F_{TI} + F_{T2} \\ J_b \ddot{\psi}_b = -F_{TI}c + F_{T2}c \\ m_c \ddot{u}_c = -G_c - F_{TI}' - F_{T2}' + F_{LI} + F_{L2} \\ J_c \ddot{\psi}_c = F_{TI}'c - F_{T2}'c - F_{LI}b + F_{L2}b \end{cases}$$
(3.40)

Thay (3.36) vào (3.37) và (3.38), kết quả nhận được thay vào (3.40) và chú ý  $G_b = m_b g$ ,  $G_c = m_c g$ . Ta nhận được hệ PTVP dao động của ô tô như sau:

$$\begin{split} m_{b}\ddot{u}_{b} + 2c_{T}\dot{u}_{b} - 2c_{T}\dot{u}_{c} + 2k_{T}u_{b} - 2k_{T}u_{c} &= -m_{b}g\\ J_{b}\ddot{\psi}_{b} + 2c_{T}c^{2}\dot{\psi}_{b} - 2c_{T}c^{2}\dot{\psi}_{c} + 2k_{T}c^{2}\psi_{b} - 2k_{T}c^{2}\psi_{c} &= 0\\ m_{c}\ddot{u}_{c} - 2c_{T}\dot{u}_{b} + [2c_{T} + (s_{1} + s_{2})c_{L}]\dot{u}_{c} - (s_{1} - s_{2})c_{L}b\dot{\psi}_{c} - s_{1}c_{L}\dot{w}_{DI} - s_{2}c_{L}\dot{w}_{D2}\\ &- 2k_{T}u_{b} + [2k_{T} + (s_{1} + s_{2})k_{L}]u_{c} - (s_{1} - s_{2})k_{L}b\psi_{c} - s_{1}k_{L}w_{DI} - s_{2}k_{L}w_{D2} \quad (3.41)\\ &= -m_{c}g + s_{1}(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) + s_{2}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2})\\ J_{c}\ddot{\psi}_{c} - 2c_{T}c^{2}\dot{\psi}_{b} - (s_{1} - s_{2})c_{L}b\dot{u}_{c} + [2c_{T}c^{2} + (s_{1} + s_{2})c_{L}b^{2}]\dot{\psi}_{c}\\ &+ s_{1}c_{L}b\dot{w}_{DI} - s_{2}c_{L}b\dot{w}_{D2} - 2k_{T}c^{2}\psi_{b} - (s_{1} - s_{2})k_{L}bu_{c} + \\ &+ [2k_{T}c^{2} + (s_{1} + s_{2})k_{L}b^{2}]\psi_{c} + s_{1}k_{L}bw_{DI} - s_{2}k_{L}bw_{D2}\\ &= -s_{1}b(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) + s_{2}b(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \end{split}$$

#### 3.2.3. Phương trình vi phân dao động của đường

Để thiết lập PTVP dao động của dầm biểu diễn đường biến dạng, xét cân bằng của một phân tố dầm nằm tại vị trí ứng với tọa độ y và có chiều dài *dy* như Hình 3.20.



Hình 3.20: Sơ đồ lực của phân tố dầm biểu diễn đường biến dạng

Lực tác dụng trên phân tố dầm bao gồm: lực quán tính  $dF_{qt}$ , lực từ nền đàn nhớt Kelvin  $dF_s$ , trọng lực dG, áp lực từ bánh xe  $dQ_a$  (chỉ tồn tại trên các vết tiếp xúc), cùng với các lực cắt Q,  $Q + (\partial Q/\partial y)dy$  và mômen uốn M,  $M + (\partial M/\partial y)dy$ . Biểu thức tính của bốn lực đầu tiên là:

$$dF_{qt} = \rho b_B^x h_B dy \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \ dF_s = \left(k_s w + c_s \frac{\partial w}{\partial t}\right) b_B^x dy, \ dG = \rho g b_B^x h_B dy$$

$$dQ_a = \left(\int_{(d_{cj})} p(x, y, t) dx\right) dy = \left(\int_{(d_{cj})} P_j(t) U_j(x) dx\right) dy = P_j(t) I_0^{(j)} dy$$
(3.42)

Trong công thức (3.42), p(x, y, t) là hàm phân bố áp suất được xác định theo công thức (2.10), nói chung khác nhau giữa hai bánh xe và chỉ phụ thuộc vào x và t (do giả thiết không thay đổi theo phương trục của bánh xe); còn  $d_{cj}$  là chiều dài theo phương x của vết tiếp xúc tại bánh xe thứ j (j = 1, 2) (nếu tồn tại). Giá trị của  $I_0^{(j)}$  phụ thuộc vào  $d_{cj}$  và quy luật phân bố áp suất được chọn như trình bày trong Bảng 2.1.

Từ phương trình cân bằng lực của phân tố dầm theo phương z và phương trình cân bằng mômen đối với tâm mặt cắt bên trái, sau khi biến đổi và sắp xếp lại, chúng ta nhận được PTVP dao động của dầm biểu diễn đường biến dạng như sau:

$$\rho h_B \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_S \frac{\partial w}{\partial t} + k_S w(y, t) + \frac{1}{b_B^x} EI \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{P_j(t) I_0^{(j)}}{b_B^x} = -\rho g h_B \qquad (3.43)$$

Chúng ta thấy phương trình (3.43) là một phương trình đạo hàm riêng. Nghiệm w=w(y, t) của nó cần thỏa mãn các điều kiện biên của dầm:

$$\begin{cases} w(y, t) \|_{y=0} = w(y, t) \|_{y=L_{Bn}} = 0 \\ \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} \|_{y=0} = \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} \|_{y=L_{Bn}} = 0 \end{cases}$$
(3.44)

#### 3.2.4. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ

Hệ PTVP dao động của cơ hệ đang xét là sự kết hợp của các PTVP dao động của ô tô (3.41) và PTVP dao động của đường (3.43). Đó là một hệ phương trình có chứa phương trình đạo hàm riêng. Như đã biết, điều này có ảnh hưởng lớn đến phương pháp xác định đáp ứng ĐLH của cơ hệ.

#### 3.2.5. Phương pháp giải hệ PTVP dao động của cơ hệ

#### 3.2.5.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường

Để chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ có chứa đạo hàm riêng về hệ PTVP thường, ở đây cũng áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Trình tự và các kết quả nhận được như sau:

1) Xấp xỉ hàm chuyển vị w(y, t) của dầm bằng chuỗi N số hạng thỏa mãn điều kiện biên (3.44):

$$w(y, t) = \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) Y_{l}(y) = \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}}$$
(3.45)

trong đó  $T_l(t)$  là các hàm ẩn cần tìm phụ thuộc thời gian,  $Y_l(y) = \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}}$ 

là các hàm độc lập tuyến tính và có tính trực giao:

$$\int_{0}^{L_{Bn}} \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}} \sin \frac{(2l'-1)\pi y}{L_{Bn}} dy = \begin{cases} 0: & l \neq l' \\ L_{Bn}/2: & l = l' \end{cases}$$
(3.46)

Với việc xấp xỉ hàm chuyển vị theo (3.45), véc-tơ tọa độ suy rộng của toàn bộ cơ hệ được xác định như sau:

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} u_b(t), \ \psi_b(t), \ u_c(t), \ \psi_c(t), \ T_1(t), \ T_2(t), \ T_3(t), \dots, \ T_N(t) \end{bmatrix}^T$$
(3.47)

2) Biểu diễn hệ PTVP dao động của ô tô qua các tọa độ suy rộng.

Theo Hình 3.18, chúng ta xác định được tọa độ theo phương y của hai điểm tiếp xúc dự kiến  $D_1$ ,  $D_2$  và chuyển vị  $w_{D1}$ ,  $w_{D2}$  của dầm tại các điểm đó:

$$y_{D1} = 0,5L_{Bn} - b; \ y_{D2} = 0,5L_{Bn} + b$$
 (3.48)

Đến đây chúng ta có thể biểu diễn được:

$$\begin{cases} w_{DI} = w(y, t) \Big\|_{y=y_{DI}} = \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y_{DI}}{L_{Bn}} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(1)} T_{l}(t) ; \\ w_{D2} = w(y, t) \Big\|_{y=y_{D2}} = \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y_{D2}}{L_{Bn}} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(2)} T_{l}(t) ; \\ \dot{w}_{DI} = \frac{\partial w}{\partial t} \Big\|_{y=y_{DI}} = \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y_{DI}}{L_{Bn}} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(1)} \dot{T}_{l}(t) ; \\ \dot{w}_{D2} = \frac{\partial w}{\partial t} \Big\|_{y=y_{D2}} = \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y_{DI}}{L_{Bn}} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(2)} \dot{T}_{l}(t) ; \end{cases}$$
(3.49)

trong đó:

$$\chi_l^{(1)} = \sin \frac{(2l-1)\pi y_{Dl}}{L_{Bn}}, \, \chi_l^{(2)} = \sin \frac{(2l-1)\pi y_{D2}}{L_{Bn}}$$
(3.50)

Thay các hệ thức (3.49) vào (3.41), ta nhận được hệ PTVP dao động của ô tô biểu diễn qua các tọa độ suy rộng (3.47) như sau:

$$\begin{split} m_{b}\ddot{u}_{b} + 2c_{T}\dot{u}_{b} - 2c_{T}\dot{u}_{c} + 2k_{T}u_{b} - 2k_{T}u_{c} &= -m_{b}g \\ J_{b}\ddot{\psi}_{b} + 2c_{T}c^{2}\dot{\psi}_{b} - 2c_{T}c^{2}\dot{\psi}_{c} + 2k_{T}c^{2}\psi_{b} - 2k_{T}c^{2}\psi_{c} &= 0 \\ m_{c}\ddot{u}_{c} - 2c_{T}\dot{u}_{b} + [2c_{T} + (s_{1} + s_{2})c_{L}]\dot{u}_{c} - (s_{1} - s_{2})c_{L}b\dot{\psi}_{c} \\ &- \sum_{l=1}^{N} (s_{1}\chi_{l}^{(1)} + s_{2}\chi_{l}^{(2)})c_{L}\dot{T}_{l}(t) - 2k_{T}u_{b} + [2k_{T} + (s_{1} + s_{2})k_{L}]u_{c} \\ &- (s_{1} - s_{2})k_{L}b\psi_{c} - \sum_{l=1}^{N} (s_{1}\chi_{l}^{(1)} + s_{2}\chi_{l}^{(2)})k_{L}T_{l}(t) \\ &= -m_{c}g + s_{1}(k_{L}r_{Dl} + c_{L}\dot{r}_{Dl}) + s_{2}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \\ J_{c}\ddot{\psi}_{c} - 2c_{T}c^{2}\dot{\psi}_{b} - (s_{1} - s_{2})c_{L}b\dot{u}_{c} + [2c_{T}c^{2} + (s_{1} + s_{2})c_{L}b^{2}]\dot{\psi}_{c} \\ &+ \sum_{l=1}^{N} (s_{1}\chi_{l}^{(1)} - s_{2}\chi_{l}^{(2)})c_{L}b\dot{T}_{l}(t) - 2k_{T}c^{2}\psi_{b} - (s_{1} - s_{2})k_{L}bu_{c} \\ &+ [2k_{T}c^{2} + (s_{1} + s_{2})k_{L}b^{2}]\psi_{c} + \sum_{l=1}^{N} (s_{1}\chi_{l}^{(1)} - s_{2}\chi_{l}^{(2)})k_{L}bT_{l}(t) \\ &= -s_{1}b(k_{L}r_{Dl} + c_{L}\dot{r}_{Dl}) + s_{2}b(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \end{split}$$

3) Chuyển đổi PTVP dao động của đường về hệ PTVP thường.

- Thay biểu thức (3.45) của w(y, t) vào (3.43) ta nhận được phương trình dẫn xuất:

$$\rho h_{B} \sum_{l=1}^{N} \ddot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}} + c_{S} \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}} + k_{S} \sum_{l=1}^{N} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}} + \frac{1}{b_{B}^{x}} EI \sum_{l=1}^{N} \frac{(2l-1)^{4}\pi^{4}}{L_{Bn}^{4}} T_{l}(t) \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}} + \frac{P_{j}(t)I_{0}^{(j)}}{b_{B}^{x}} = -\rho g h_{B}$$
(3.52)

- Với mỗi giá trị k = 1, 2, ..., N, nhân 2 vế của phương trình (3.52) với  $\sin \frac{(2k-1)\pi y}{L_{Bn}}$ , rồi lấy tích phân hai vế của phương trình thu được theo biến y từ 0 đến  $L_{Bn}$ , để ý đến tính trực giao (3.46) ta nhận được N phương trình vi phân thường:

$$\rho h_{B} \frac{L_{Bn}}{2} \ddot{T}_{k}(t) + c_{S} \frac{L_{Bn}}{2} \dot{T}_{k}(t) + k_{S} \frac{L_{Bn}}{2} T_{k}(t) + \frac{1}{b_{B}^{x}} EI \frac{L_{Bn}}{2} \frac{(2k-1)^{4} \pi^{4}}{L_{Bn}^{4}} T_{k}(t) + \int_{0}^{L_{Bn}} \frac{P_{j}(t) I_{0}^{(j)}}{b_{B}^{x}} \sin \frac{(2k-1)\pi y}{L_{Bn}} dy = -\frac{2\rho g h_{B} L_{Bn}}{(2k-1)\pi}, \quad (k = 1, 2, ..., N)$$

$$(3.53)$$

Do hàm phân bố áp suất p(x, y, t) chỉ thực sự tồn tại trên vết tiếp xúc của hai bánh xe nên tích phân trong (3.53) chỉ được tính trên hai vết tiếp xúc này. Ở vết tiếp xúc của bánh 1, tọa độ y nằm trong khoảng  $[y_1, y_2]$ , còn ở vết tiếp xúc của bánh 2, tọa độ y nằm trong khoảng  $[y_3, y_4]$ . Giá trị của các cận tích phân  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ,  $y_4$  được xác định bằng cách dựa vào mô hình dao động Hình 3.18 và được minh họa trên Hình 3.21:



Hình 3.21: Xác định các cận tích phân

$$\begin{cases} y_1 = y_{DI} - 0,5b_L; \ y_2 = y_{DI} + 0,5b_L; \\ y_3 = y_{D2} - 0,5b_L; \ y_4 = y_{D2} + 0,5b_L \end{cases}$$
(3.54)

Từ đây suy ra:

$$\begin{cases} y_2 + y_1 = 2y_{DI}; \ y_4 + y_3 = 2y_{D2}; \\ y_2 - y_1 = y_4 - y_3 = b_L \end{cases}$$
(3.55)

Với các kết quả (3.54), (3.55), ta có thể tính ngay được tích phân còn lại trong phương trình (3.53) và dẫn phương trình (3.53) về dạng:

$$\rho h_B \ddot{T}_k(t) + c_S \dot{T}_k(t) + \left[ k_S + \frac{EI}{b_B^x} \frac{(2k-1)^4 \pi^4}{L_{Bn}^4} \right] T_k(t) + \beta_k^{(1)} P_1(t) + \beta_k^{(2)} P_2(t) = -\frac{4\rho g h_B}{(2k-1)\pi} \quad (3.56)$$
$$(k = 1, 2, ..., N)$$

trong đó:

$$\beta_{k}^{(1)} = \frac{4I_{0}^{(1)}}{(2k-1)\pi b_{B}^{x}} \sin \frac{(2k-1)\pi b_{L}}{2L_{Bn}} \sin \frac{(2k-1)\pi y_{DI}}{L_{Bn}}$$

$$\beta_{k}^{(2)} = \frac{4I_{0}^{(2)}}{(2k-1)\pi b_{B}^{x}} \sin \frac{(2k-1)\pi b_{L}}{2L_{Bn}} \sin \frac{(2k-1)\pi y_{D2}}{L_{Bn}}$$
(3.57)

4) Biểu diễn các hàm  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$  trong (3.56) qua các tọa độ suy rộng.

Đầu tiên, sử dụng các kết quả (3.36) và (3.49), ta viết được biểu thức tính toán (do kể đến mất liên kết) cho biến dạng thẳng đứng của các bánh xe như sau:

$$\Delta z_{LI} = (w_{DI} + r_{DI}) - u_{1"} = \left(\sum_{l=1}^{N} \chi_l^{(1)} T_l(t) + r_{DI}\right) - (u_c - b\psi_c)$$

$$\Delta z_{L2} = (w_{D2} + r_{D2}) - u_{2"} = \left(\sum_{l=1}^{N} \chi_l^{(2)} T_l(t) + r_{D2}\right) - (u_c + b\psi_c)$$
(3.58)

Áp dụng công thức (2.13) cho từng bánh xe và sử dụng (3.58), nhận được:

$$P_{1}(t) = \frac{s_{1}}{I_{0}^{(1)}b_{L}} \left[ k_{L} \left( \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(1)}T_{l}(t) + r_{Dl} - u_{c} + b\psi_{c} \right) + c_{L} \left( \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(1)}\dot{T}_{l}(t) + \dot{r}_{Dl} - \dot{u}_{c} + b\dot{\psi}_{c} \right) \right]$$

$$P_{2}(t) = \frac{s_{2}}{I_{0}^{(2)}b_{L}} \left[ k_{L} \left( \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(2)}T_{l}(t) + r_{D2} - u_{c} - b\psi_{c} \right) + c_{L} \left( \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(2)}\dot{T}_{l}(t) + \dot{r}_{D2} - \dot{u}_{c} - b\dot{\psi}_{c} \right) \right]$$
(3.59)

Thay (3.59) vào (3.56) và thực hiện những biến đổi cần thiết, ta nhận được N phương trình vi phân thường có dạng:

$$\rho h_{B} \ddot{T}_{k}(t) - (\mu_{k}^{(1)} + \mu_{k}^{(2)})c_{L}\dot{u}_{c} + (\mu_{k}^{(1)} - \mu_{k}^{(2)})c_{L}b\dot{\psi}_{c} + \\ + \sum_{l=1}^{N} [\delta_{kl}c_{S} + (\mu_{k}^{(1)}\chi_{l}^{(1)} + \mu_{k}^{(2)}\chi_{l}^{(2)})c_{L}]\dot{T}_{l}(t) - (\mu_{k}^{(1)} + \mu_{k}^{(2)})k_{L}u_{c} + \\ + (\mu_{k}^{(1)} - \mu_{k}^{(2)})k_{L}b\psi_{c} + \sum_{l=1}^{N} [\delta_{kl}H_{k} + (\mu_{k}^{(1)}\chi_{l}^{(1)} + \mu_{k}^{(2)}\chi_{l}^{(2)})k_{L}]T_{l}(t)$$

$$= -\frac{4\rho g h_{B}}{(2k-1)\pi} - \mu_{k}^{(1)}(k_{L}r_{Dl} + c_{L}\dot{r}_{Dl}) - \mu_{k}^{(2)}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2})$$

$$(k = 1, 2, ..., N)$$

$$(3.60)$$

trong đó:

$$H_{k} = k_{s} + \frac{EI}{b_{B}^{x}} \frac{(2k-1)^{4} \pi^{4}}{L_{Bn}^{4}}, \ \mu_{k}^{(1)} = \frac{s_{1}\beta_{k}^{(1)}}{I_{0}^{(1)}b_{B}^{x}}, \ \mu_{k}^{(2)} = \frac{s_{2}\beta_{k}^{(2)}}{I_{0}^{(2)}b_{B}^{x}}$$
(3.61)

 $\delta_{kl}$  - toán tử Kronecker.

Đến đây, hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp đang xét đã được chuyển đổi thành hệ phương trình vi phân chuyển đổi bao gồm (4+N) PTVP thường (3.51) và (3.60), có thể giải trực tiếp bằng phương pháp số.

#### 3.2.5.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Hệ phương trình vi phân chuyển đổi (3.46), (3.54) được viết dưới dạng ma trận:

$$[M]\ddot{\vec{q}} + [C]\dot{\vec{q}} + [K]\vec{q} = \vec{F}$$
(3.62)

trong đó  $\vec{q}$  là véc-tơ tọa độ suy rộng (3.47),  $\vec{F}$  là véc-tơ lực kích thích; [*M*], [*C*], [*K*] lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng. Hai véc-tơ có kích thước (4+*N*)×1 trong khi 3 ma trận đều là ma trận vuông cấp (4+*N*).

Véc-tơ lực kích thích và 3 ma trận có thể xác định được một cách cụ thể dựa vào hệ phương trình chuyển đổi như sau:

- Véc-tơ lực kích thích:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} -m_{b}g \\ 0 \\ -m_{c}g + s_{1}(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) + s_{2}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \\ -s_{1}b(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) + s_{2}b(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \\ -\frac{4\rho g h_{B}}{1\pi} - \mu_{1}^{(1)}(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) - \mu_{1}^{(2)}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \\ -\frac{4\rho g h_{B}}{3\pi} - \mu_{2}^{(1)}(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) - \mu_{2}^{(2)}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \\ -\frac{4\rho g h_{B}}{5\pi} - \mu_{3}^{(1)}(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) - \mu_{3}^{(2)}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \\ \dots \\ -\frac{4\rho g h_{B}}{(2N-1)\pi} - \mu_{N}^{(1)}(k_{L}r_{DI} + c_{L}\dot{r}_{DI}) - \mu_{N}^{(2)}(k_{L}r_{D2} + c_{L}\dot{r}_{D2}) \end{bmatrix}$$
(3.63)

- Ma trận khối lượng có dạng ma trận đường chéo:

$$[M] = \operatorname{diag}([m_b, J_b, m_c, J_c, \{\rho h_B, \rho h_B, \dots, \rho h_B\}])$$
(3.64)

- Ma trận độ cứng [K] có (4+N) hàng, mỗi hàng gồm (4+N) phần tử được viết như sau:

$$\begin{split} & [K_{1i}] = [2k_T, 0, -2k_T, 0, \{0, 0, 0, ..., 0\}]; \\ & [K_{2i}] = [0, 2k_T c^2, 0, -2k_T c^2, \{0, 0, 0, ..., 0\}]; \\ & [K_{3i}] = [-2k_T, 0, 2k_T + (s_1 + s_2)k_L, -(s_1 - s_2)k_L b, \\ & \{-(s_1\chi_1^{(1)} + s_2\chi_1^{(2)})k_L, -(s_1\chi_2^{(1)} + s_2\chi_2^{(2)})k_L, \\ & -(s_1\chi_3^{(1)} + s_2\chi_3^{(2)})k_L, ..., -(s_1\chi_N^{(1)} + s_2\chi_N^{(2)})k_L\}]; \\ & [K_{4i}] = \left[0, -2k_T c^2, -(s_1 - s_2)k_L b, 2k_T c^2 + (s_1 + s_2)k_L b^2, \\ & \{(s_1\chi_1^{(1)} - s_2\chi_1^{(2)})k_L b, (s_1\chi_2^{(1)} - s_2\chi_2^{(2)})k_L b, \\ & (s_1\chi_3^{(1)} - s_2\chi_3^{(2)})k_L b, ..., (s_1\chi_N^{(1)} - s_2\chi_N^{(2)})k_L b\}\right]; \\ & [K_{5i}] = \left[0, 0, -(\mu_1^{(1)} + \mu_1^{(2)})k_L, (\mu_1^{(1)} - \mu_1^{(2)})k_L b, \\ & \{H_1 + (\mu_1^{(1)}\chi_1^{(1)} + \mu_1^{(2)}\chi_1^{(2)})k_L, (\mu_1^{(1)}\chi_2^{(1)} + \mu_1^{(2)}\chi_2^{(2)})k_L, \\ & (\mu_1^{(1)}\chi_3^{(1)} + \mu_1^{(2)}\chi_3^{(2)})k_L, ..., (\mu_1^{(1)}\chi_N^{(1)} + \mu_1^{(2)}\chi_N^{(2)})k_L\}\right]; \end{split}$$

$$\begin{split} [K_{6i}] &= [0, 0, -(\mu_{2}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)})k_{L}, (\mu_{2}^{(1)} - \mu_{2}^{(2)})k_{L}b, \\ &\{ (\mu_{2}^{(1)}\chi_{1}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}\chi_{1}^{(2)})k_{L}, H_{2} + (\mu_{2}^{(1)}\chi_{2}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}\chi_{2}^{(2)})k_{L}, \\ &(\mu_{2}^{(1)}\chi_{3}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}\chi_{3}^{(2)})k_{L}, ..., (\mu_{2}^{(1)}\chi_{N}^{(1)} + \mu_{2}^{(2)}\chi_{N}^{(2)})k_{L} \} ]; \\ &\dots \\ [K_{4+N,i}] &= [0, 0, -(\mu_{N}^{(1)} + \mu_{N}^{(2)})k_{L}, (\mu_{N}^{(1)} - \mu_{N}^{(2)})k_{L}b, \\ &\{ (\mu_{N}^{(1)}\chi_{1}^{(1)} + \mu_{N}^{(2)}\chi_{1}^{(2)})k_{L}, (\mu_{N}^{(1)}\chi_{2}^{(1)} + \mu_{N}^{(2)}\chi_{2}^{(2)})k_{L}, \\ &(\mu_{N}^{(1)}\chi_{3}^{(1)} + \mu_{N}^{(2)}\chi_{3}^{(2)})k_{L}, ..., H_{N} + (\mu_{N}^{(1)}\chi_{N}^{(1)} + \mu_{N}^{(2)}\chi_{N}^{(2)})k_{L} \} ]. \end{split}$$

- Ma trận cản [*C*] có dạng tương tự như ma trận độ cứng [*K*] và có thể nhận được từ ma trận [*K*] bằng cách thay các ký hiệu { $H_k$ ,  $k_T$ ,  $k_L$ } bởi các ký hiệu { $c_s$ ,  $c_T$ ,  $c_L$ } một cách tương ứng.

#### 3.2.5.3. Điều kiện đầu

Điều kiện đầu ở đây cũng được chọn tương tự như ở hai mô hình trước đó (xe đang chạy trên đường hoàn toàn bằng phẳng thì đi vào đoạn đường có mấp mô, thời điểm *t*=0 được chọn trước khi xe đi vào đường mấp mô). Theo đó, tại thời điểm ban đầu ta có:

$$\ddot{\vec{q}} \parallel_{t=0} = 0, \ \dot{\vec{q}} \parallel_{t=0} = 0, \ \vec{q} \parallel_{t=0} = \vec{q}_0$$
(3.66)

Giá trị của  $\vec{q}_0$  được suy trực tiếp từ phương trình (3.62) kết hợp với việc sử dụng (3.66):

$$[K]_{0}\vec{q}_{0} = \vec{F}_{0} \Longrightarrow \vec{q}_{0} = [K]_{0}^{-1}\vec{F}_{0}$$
(3.67)

Để tính được  $\vec{q}_0$ , cần tính được ma trận  $[K]_0$  và vec-tơ  $\vec{F}_0$  (giá trị của [K] và  $\vec{F}$  tại thời điểm ban đầu), tương ứng với trạng thái cân bằng tĩnh của cơ hệ. Tại thời điểm *t*=0, do xe chạy trên mặt đường bằng phẳng nên:

$$s_1 = s_2 = 1, r_{DI} = r_{D2} = 0, \dot{r}_{DI} = \dot{r}_{D2} = 0$$
 (3.68)

Thay (3.68) vào (3.63), ta nhận được:

$$\vec{F}_{0} = \left[-m_{b}g, 0, -m_{c}g, 0, -\frac{4\rho g h_{B}}{1\pi}, -\frac{4\rho g h_{B}}{3\pi}, \dots, -\frac{4\rho g h_{B}}{(2N-1)\pi}\right]^{\mathrm{T}}$$
(3.69)

Từ điều kiện cân bằng tĩnh của ô tô xác định được phản lực liên kết tại các vết tiếp xúc và hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn hai bánh xe:

$$F_{L1}^{0} = F_{L2}^{0} = R_{1} = R_{2} = \frac{1}{2}(m_{b} + m_{c})g$$
(3.70)

Từ đó xác định được biến dạng tĩnh của các lò xo biểu diễn hai bánh xe và chiều dài hai vết tiếp xúc ở trạng thái cân bằng tĩnh:

$$\Delta z_{L1}^{0} = \Delta z_{L2}^{0} = \frac{F_{L1}^{0}}{k_{\rm L}} = \frac{F_{L2}^{0}}{k_{\rm L}}$$
(3.71)

$$d_{cl}^{0} = d_{c2}^{0} = 2\sqrt{r_{0}^{2} - (r_{0} - \Delta z_{Ll}^{0})^{2}} = 2\sqrt{r_{0}^{2} - (r_{0} - \Delta z_{L2}^{0})^{2}}$$
(3.72)

Đến đây, có thể xác định tất cả các đại lượng liên quan đến các phần tử của ma trận độ cứng ở trạng thái tĩnh và các phần tử của ma trận  $[K]_0$  theo (3.65). Từ đó tính được  $\vec{q}_0$  theo (3.67). Một khi tìm được  $\vec{q}_0$ , sẽ tìm được hàm chuyển vị của dầm ở trạng thái tĩnh bằng cách sử dụng công thức (3.45):

$$w^{0} = \sum_{l=1}^{N} T_{l}^{0} \sin \frac{(2l-1)\pi y}{L_{Bn}}$$
(3.73)

các đại lượng  $T_l^0$  trong (3.73) là các thành phần từ thứ 5 đến thứ (4+N) của vécto  $\vec{q}_0$  được xác định từ (3.67).

#### 3.2.5.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ

Từ các cơ sở lý thuyết đã trình bày ở trên, có thể đưa ra trình tự giải hệ PTVP dao động chuyển đổi của cơ hệ theo mô hình 1/2 ngang như sau:

1) Gán giá trị các thông số đầu vào của xe, đường và tốc độ chuyển động.

- 2) Lập các hàm mô tả biên dạng mặt đường  $r_{DI}(t)$ ,  $\dot{r}_{D1}(t)$ ,  $r_{D2}(t)$ ,  $\dot{r}_{D2}(t)$ .
- 3) Chọn dạng của hàm biểu diễn quy luật phân bố áp suất tại các vết tiếp

xúc  $(U_1(x), U_2(x))$  và số các số hạng N của chuỗi để xấp xỉ hàm w=w(y, t).

4) Chọn khoảng thời gian tính  $[0, t_{max}]$  và bước tính  $\Delta t$ .

5) Tính giá trị  $\vec{q}_0$  của véc-tơ tọa độ suy rộng  $\vec{q}$  tại thời điểm ban đầu:

- Tính hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn hai bánh xe theo (3.70), biến dạng của lò xo biểu diễn hai bánh xe theo (3.71) và chiều dài các vết tiếp xúc ( $d_{c1}$ ,  $d_{c2}$ ) theo (3.72).

- Tính tọa độ y của tâm các vết tiếp xúc  $(y_{D1} \text{ và } y_{D2})$  theo (3.48).

- Tính giá trị của  $I_0^{(1)}$ ,  $I_0^{(2)}$  theo công thức trong Bảng 2.1 và các giá trị  $\beta_k^{(1)}$ ,  $\beta_k^{(2)}$  theo (3.57).

- Tính các giá trị  $H_k$ ,  $\mu_k^{(1)}$  và  $\mu_k^{(2)}$  theo (3.61).

- Tính giá trị của  $\vec{F}_0$  theo (3.69), của  $[K]_0$  theo (3.65) và  $\vec{q}_0$  theo (3.67).

6) Gán *i*:=0,  $t_i$ :=0,  $s_1$ = $s_2$ =1 cho điểm tính đầu tiên.

7) Gán  $\dot{\vec{q}}^{(i)} := \vec{0}, \ \ddot{\vec{q}}^{(i)} := \vec{0}, \ \vec{q}^{(i)} = \vec{q}_0$ .

8) Tính  $\vec{q}^{(i+1)}$ ,  $\dot{\vec{q}}^{(i+1)}$ ,  $\ddot{\vec{q}}^{(i+1)}$  tại thời điểm  $t_{i+1}=t_i+\Delta t$  theo phương pháp Newmark.

9) Tính chuyển vị và vận tốc của các điểm tiếp xúc dự kiến (nằm trên đường) tại điểm tính thứ (i+1) theo các công thức sau (suy từ (3.49)):

$$w_{Dj}^{(i+1)} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(j)} . T_{l}^{(i+1)}, \ \dot{w}_{Dj}^{(i+1)} = \sum_{l=1}^{N} \chi_{l}^{(j)} . \dot{T}_{l}^{(i+1)}, \ (j=1,2)$$

10) Tính các đại lượng  $r_{D1}$ ,  $\dot{r}_{D1}$ ,  $r_{D2}$ ,  $\dot{r}_{D2}$  tại điểm tính thứ (*i*+1) theo hàm  $r_{Dj}(t)$  và  $\dot{r}_{Dj}(t)$  đã biết.

11) Tính giá trị kiểm tra  $\overline{F}_1$ ,  $\overline{F}_2$  của hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn hai bánh xe theo (3.39) và suy ra giá trị của các tham số trạng thái tiếp xúc  $s_1$ ,  $s_2$  tại điểm tính thứ (*i*+1). Trên cơ sở đó xác định được các đại lượng  $\Delta z_{Li}$ ,  $d_{ci}$ ,  $\mu_k^{(j)}$  tại điểm tính đang xét.

12) Tính các ma trận [C], [K] và véc-tơ  $\vec{F}$  cho điểm tính thứ (*i*+1).

13) Gán i:=i+1,  $t_i:=t_i+\Delta t$  và lặp lại quá trình tính, bắt đầu từ bước 8.

Quá trình tính kết thúc khi  $t_i > t_{max}$ . Các kết quả nhận được từ quá trình tính toán số cũng tương tự như ở hai mô hình đã xét.

#### 3.2.6. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Để có cơ sở so sánh về đáp ứng dao động của xe giữa các trường hợp có và không kể đến hiện tượng MLK và biến dạng của đường, cần dẫn ra hệ PTVP dao động chuyển đổi trong các trường hợp riêng. Bốn trường hợp riêng cụ thể như sau:

- Trường hợp 1 (TH 1). Không kể đến mất liên kết và biến dạng của đường.

Lúc này, hệ PTVP dao động chuyển đổi của cơ hệ trong mô hình dao động 1/2 ngang được thu về hệ phương trình (3.41) hoặc (3.51) của riêng ô tô trong đó đặt  $s_1 = s_2 \equiv 1$  và  $w_{D1} = w_{D2} \equiv 0$ .

Trường hợp 2 (TH 2). Kể đến hiện tượng mất liên kết nhưng không kể đến biến dạng của đường.

Trong trường hợp này, hệ PTVP dao động của cơ hệ được thu về hệ PTVP dao động (3.41) của ô tô, trong đó đặt  $w_{D1} = w_{D2} \equiv 0$ .

- *Trường hợp 3 (TH 3)*. Không kể đến hiện tượng mất liên kết nhưng có kể đến biến dạng của đường.

Lúc này, do hiện tượng MLK không được kể đến nên hệ PTVP dao động của cơ hệ vẫn bao gồm các phương trình (3.51) và (3.60) trong đó đặt  $s_1 = s_2 \equiv 1$ .

Trường hợp 4 (TH 4). Có tính đến cả MLK và biến dạng của đường, hệ
 PTVP dao động của cơ hệ gồm các phương trình (3.51) và (3.60).

#### 3.2.7. Một số kết quả khảo sát

Tình huống khảo sát là ô tô chuyển động với vận tốc không đổi sau khi đã đi được một khoảng cách  $x_0$  tính từ thời điểm ban đầu (*t*=0), sau đó lần lượt vượt qua một mấp mô mặt đường ở vết bánh xe bên phải và bên trái như Hình 3.22 hoặc vượt qua một gờ giảm tốc như Hình 1.3. Ngoài các nội dung

như mô hình 1/2 dọc đã trình bày, trong mục này còn đưa ra so sánh về đáp ứng dao động của xe giữa mô hình 1/2 ngang với mô hình 1/4 trong cùng điều kiện kích thích nhằm đánh giá về sự tương thích giữa hai mô hình.



Hình 3.22: Hình dạng và kích thước biên dạng mặt đường Dữ liệu đầu vào chung để sử dụng tính toán: - Các thông số liên quan đến ô tô được lấy theo xe GAZ-66 [18] và [3]: b = 0,90m, c = 0,60m,  $r_0 = 0,45$ m,  $b_L = 0,25$ m,  $m_b = 2150$ kg,  $J_b = 650$ kg.m<sup>2</sup>,  $m_c = 660$ kg,  $J_c = 720$ kg.m<sup>2</sup>,  $k_T = 250 \times 10^3$ N/m,  $k_L = 800 \times 10^3$ N/m,  $c_T = 1,5 \times 10^3$ N.s/m,  $c_L = 62 \times 10^3$ N.s/m. - Các đại lượng thuộc về nền đường và dầm được lấy theo tài liệu [63]:  $k_S = 48 \times 10^6$ N/m<sup>2</sup>,  $c_S = 30 \times 10^3$ N.s/m<sup>2</sup>,  $E = 1.6 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>,  $\rho = 2,5 \times 10^3$ kg/m<sup>3</sup>,  $L_{Bn} = 15$ m,  $b_B^x = 0,45$ m,  $h_B = 0,50$ m. - Các tham số liên quan đến tính toán số:  $t_{max} = 4$ s,  $t_0 = 0,5$ s,  $\Delta t = 0,001$ s - Số các số hạng N dùng để xấp xỉ hàm chuyển vị w = w(y, t): N = 5

#### 3.2.7.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô

Ô tô khảo sát có vận tốc 15km/h, biên dạng mặt đường như Hình 3.22 có hai mấp mô có cùng dạng parabol với các kích thước  $h_P = 0,10$ m,  $l_P = 0,75$ m,  $h_T = 0,12$ m,  $l_T = 0,80$ m, d=1,0m, quy luật phân bố áp suất tại diện tích tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường được lấy theo dạng cô-sin (Hình 2.3). Sau đây là một số kết quả được quan tâm thể hiện ở dạng đồ thị như sau:



Hình 3.25: Gia tốc thẳng đứng của thân xe



Hình 3.28: Lực tiếp xúc tại bánh xe bên trái

Từ các kết quả nhận được ta có một số nhận xét:

 Mất liên kết đã xảy ra tại hai bánh xe, điều đó được thể hiện bằng các đoạn đồ thị trùng với đường 0 trên đồ thị (Hình 3.27 và 3.28).

- Biên độ của các thành phần dao động thân xe và cầu xe tăng nhanh tại thời điểm xe đi qua mấp mô mặt đường sau đó dao động tắt dần, có sự khác biệt rõ rệt về đáp ứng dao động của xe khi có hoặc không kể đến MLK (giữa trường hợp 1 và 3 so với trường hợp 2 và 4) Hình 3.23÷Hình 3.26.

- Giá trị lực tiếp xúc tại bánh xe bên phải và bánh xe bên trái tăng nhanh khi đi qua mấp mô mặt đường, sau đó giảm dần về giá trị của tải trọng tĩnh điều này là phù hợp với thực tiễn (Hình 3.27 và Hình 3.28).

#### 3.2.7.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động

Nội dung này sẽ khảo sát ảnh hưởng vận tốc chuyển động đến đáp ứng ĐLH của xe trong trường hợp có kể đến cả biến dạng đường và hiện tượng MLK (trường hợp 4). Vận tốc xe được khảo sát từ 0÷80km/h với biên dạng mặt đường được lấy tương tự như mục 3.2.7.1 trình bày ở trên còn quy luật phân bố áp suất lấy ở dạng cô-sin bình phương (Hình 2.3). Các đại lượng cần quan tâm đó là giá trị trung bình bình phương (RMS) và giá trị lớn nhất (Max) của gia tốc thân xe và hai cầu xe; thời gian MLK tại mỗi bánh xe.



Hình 3.29: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS và giá trị Max gia tốc thẳng đứng của thân xe



Hình 3.30: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS và giá trị Max gia tốc thẳng đứng của cầu xe



Hình 3.31: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp xúc tại hai bánh xe



Hình 3.32: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp xúc tại hai bánh xe



Hình 3.33: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian MLK tại hai bánh xe

Từ các đồ thị trên, nhận thấy:

- Tại vận tốc 5km/h thì bắt đầu xảy ra MLK trên cả hai bánh xe, khi tăng vận tốc chuyển động thì thời gian MLK của hai bánh xe nhìn chung cũng tăng nhưng bánh xe bên trái tăng đều hơn bánh xe bên phải (Hình 3.33).

- Gia tốc thẳng đứng thân xe và cầu xe tăng khi vận tốc chuyển động tăng nhưng giá trị Max tăng mạnh hơn và có giá trị lớn hơn rất nhiều so với giá trị RMS (Hình 3.29 và Hình 3.30).

- Khi vận tốc chuyển động tăng thì lực tiếp xúc tại hai bánh xe cũng tăng nhưng giá trị Max lớn hơn rất nhiều giá trị RMS. Lực tiếp xúc tại bánh xe bên phải lớn hơn bánh xe bên trái nhưng không quá cách biệt (Hình 3.31 và 3.32).

# 3.2.7.3. So sánh đáp ứng dao động của ô tô giữa mô hình 1/2 ngang và mô hình 1/4

Mục này sẽ đưa ra so sánh về đáp ứng dao động của xe trong trường hợp có kể đến cả MLK và biến dạng của đường (trường hợp 4) trong cùng điều kiện kích thích giữa mô hình 1/2 ngang và mô hình 1/4, việc so sánh nhằm mục đích xác định khi nào có thể sử dụng mô hình 1/4 (đơn giản hơn) thay cho mô hình 1/2 ngang (phức tạp hơn). Để so sánh được thì dữ liệu đầu vào trong tính toán số của hai mô hình phải tương đồng, cụ thể chúng phải có

cùng khối lượng thân xe và cầu xe, hệ số độ cứng và hệ số cản của hệ treo và lốp trong mô hình 1/4 phải lớn hơn 2 lần so với mô hình 1/2 ngang. Ngoài ra, các thông số về đường, nền đường và kích thích động học từ BDMĐ cũng phải được lấy như nhau.

Trên cơ sở đã nêu, bộ số liệu đầu vào dùng để tính toán số trong mô hình 1/4 sẽ được lấy dựa theo mô hình 1/2 ngang như sau:

 $m_b = 2150$ kg,  $m_c = 660$ kg,  $k_T = 500 \times 10^3$ N/m,  $c_T = 3 \times 10^3$ N.s/m

 $k_L = 1600 \times 10^3 \text{N/m}, c_L = 124 \times 10^3 \text{N.s/m}$ 

 $k_S = 48 \times 10^6 \text{N/m}^2$ ,  $c_S = 30 \times 10^3 \text{N.s/m}^2$ 

 $E = 1.6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 

 $L_B = 15$ m,  $b_B = 0.45$ m,  $h_B = 0.50$ m

- Vận tốc chuyển động: V=15km/h.
- Các tham số liên quan đến tính toán số:  $t_{max} = 4s$ ,  $t_0 = 0.5s$ ,  $\Delta t = 0.001s$
- Số các số hạng N dùng để xấp xỉ hàm chuyển vị w = w(y, t): N=5

- Dạng quy luật phân bố áp suất tại diện tích tiếp xúc: cô-sin

- Kích thích từ BDMĐ: dạng xung parabol với  $L_E = 0,60$ m,  $h_E = 0,12$ m

Chú ý rằng, để có cùng dạng kích thích từ BDMĐ giữa hai mô hình thì trong mô hình 1/2 ngang sẽ sử dụng dạng một gờ giảm tốc với mặt cắt ngang kiểu parabol, do đó các thông số trên Hình 3.22 sẽ được lấy như sau:

 $h_P = 0,12$ m,  $l_P = 0,6$ m,  $h_T = 0,12$ m,  $l_T = 0,6$ m, d=0,0m.



Hình 3.34: Chuyển vị thẳng đứng của thân xe











Hình 3.37: Lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường

Từ các kết quả khảo sát ta nhận thấy:

- Chuyển vị thẳng đứng của thân xe và cầu xe, gia tốc thẳng đứng của thân xe trong hai mô hình là hoàn toàn như nhau (Hình 3.34÷Hình 3.36).

- Lực tiếp xúc tại bánh xe có quy luật như nhau nhưng ở tại cùng một thời điểm thì lực tiếp xúc của bánh xe trong mô hình 1/4 có giá trị lớn gấp đôi (Hình 3.37), điều này là do trong mô hình 1/2 ngang tải trọng được phân bố đều cho hai bánh xe.

- Mất liên kết đã xảy ra và tổng thời gian MLK của hai mô hình là như nhau, điều đó được thể hiện qua các đoạn trùng với đường 0 trên Hình 3.37.

Như vậy, có thể khẳng định khi kích thích hai bên vết bánh xe là như nhau ở mô hình 1/2 thì có thể sử dụng mô hình 1/4 thay thế cho mô hình 1/2 ngang để khảo sát đáp ứng động lực học của xe.

#### 3.3. KẾT LUẬN CHƯƠNG 3

Chương 3 đã xây dựng 2 mô hình dao động của ô tô dạng mô hình 1/2 dọc và 1/2 ngang có kể đến hiện tượng mất liên kết, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc. Trên cơ sở các mô hình vật lý, luận án đã thiết lập hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp. Hệ PTVP dao động xuất phát của cơ hệ có chứa phương trình đạo hàm riêng biểu diễn dao động của đường biến dạng trong cả hai trường hợp được chuyển đổi về hệ PTVP thường, có thể giải được bằng phương pháp số. Các chương trình tính toán số trong phần mềm Matlab đã được xây dựng cho phép xác định đáp ứng động lực học của cơ hệ và khảo sát ảnh hưởng của một số yếu tố đến đáp ứng động lực học đó.

Những kết quả khảo sát nhận được có thể khẳng định:

 Có sự khác biệt rõ rệt về ứng xử của cơ hệ trong trường hợp có tính đến và không tính đến hiện tượng MLK. Do đó việc kể đến hiện tượng MLK trong xây dựng các mô hình dao động của ô tô là cần thiết.  Với kích thích từ BDMĐ ở dạng xung thì MLK dễ xảy ra hơn so với kích thích nhiều chu kỳ liên tiếp.

3) Vận tốc chuyển động có ảnh hưởng lớn đến đáp ứng ĐLH xe và hiện tượng MLK, với vận tốc chuyển động lớn thì thời gian xảy ra MLK cũng lớn.

4) Trong cùng điều kiện kích thích và sự tương đồng giữa các thông số của cả xe và đường thì mô hình 1/4 và mô hình 1/2 ngang là hoàn toàn tương thích, do đó trong cùng điều kiện kích thích từ BDMĐ thì mô hình 1/4 có thể thay thế mô hình 1/2 để khảo sát đáp ứng động lực học của xe.

## Chương 4 KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA Ô TÔ THEO MÔ HÌNH KHÔNG GIAN

Chương 4 sẽ thiết lập mô hình dao động của ô tô theo mô hình không gian (full-car model) trong đó hiện tượng mất liên kết, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc vẫn được kể đến. Ô tô được khảo sát là ô tô hai cầu với hệ thống treo phụ thuộc, được lập mô hình ở dạng một hệ dao động không gian 7 bậc tự do. Đường biến dạng được biểu diễn bằng một tấm đàn hồi hình chữ nhật trên nền đàn hồi nhớt Kelvin chịu liên kết kiểu tựa đơn trên cả 4 cạnh.

Hệ PTVP dao động của hệ xe - đường kết hợp được xây dựng bằng cách thiết lập điều kiện cân bằng động lực cho các khối lượng của ô tô và phân tố tấm biểu diễn đường biến dạng. Hệ PTVP dao động của cơ hệ có chứa phương trình đạo hàm riêng cũng được đưa về hệ PTVP thường (gọi là hệ PTVP dao động chuyển đổi) nhờ áp dụng phương pháp Bubnov-Galerkin. Trình tự giải hệ PTVP dao động chuyển đổi cũng được giới thiệu.

Một số kết quả khảo sát số nhằm so sánh đáp ứng của cơ hệ trong mô hình khảo sát với đáp ứng trong các trường hợp riêng của nó (không kể đến mất liên kết và/hoặc biến dạng của đường) và khảo sát ảnh hưởng của một số yếu tố tiêu biểu đến đáp ứng động lực học của cơ hệ cũng được trình bày.

#### 4.1. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG DẠNG KHÔNG GIAN CỦA CƠ HỆ

Mô hình dao động dạng không gian của hệ xe - đường kết hợp vẫn được xây dựng trên cơ sở áp dụng các giả thiết đã được trình bày trong "phạm vi nghiên cứu" cùng với các giả thiết ở chương 2 và chương 3. Ngoài ra, ở đây giả thiết thêm rằng ô tô khảo sát có một mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng

thẳng đứng đi qua trọng tâm của thân xe, cầu trước và cầu sau.

Trên cơ sở đối tượng khảo sát và các giả thiết đã nêu, có thể xây dựng mô hình dao động dạng không gian của hệ xe - đường kết hợp như trên Hình 4.1, trong đó các vật được đánh số *1, 2, 3* đại diện cho thân xe, cầu trước và cầu sau của ô tô, véc-tơ  $\vec{V}$  biểu diễn chiều chuyển động.





Trên hình vẽ:

 $S_p$  - trọng tâm của tấm chữ nhật biểu diễn đường biến dạng;  $S_b, S_{c1}, S_{c2}$  - trọng tâm của thân xe, cầu trước, cầu sau (3 khối lượng);  $(m_b, J_{bx}, J_{by}), (m_{c1}, J_{c1}), (m_{c2}, J_{c2})$  - đặc trưng quán tính của 3 khối lượng;  $(k_{Tj}, c_{Tj})$  (với  $j=1\div4$ ) - các cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ thống treo;  $(k_{Lj}, c_{Lj})$  (với j=1÷4) - các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe;

- $(k_s, c_s)$  hệ lò xo, giảm chấn phân bố biểu diễn nền đàn nhớt;
- $a_1$ ,  $a_2$  khoảng cách từ trọng tâm của thân xe đến đường tâm của hai cầu đo theo phương nằm ngang;

2b - khoảng cách trung bình giữa hai vết bánh xe;

- 2c khoảng cách trung bình giữa hai hàng nhíp, bên trái và bên phải;
- $L_p$ ,  $B_p$ ,  $h_p$  các kích thước của tấm chữ nhật biểu diễn đường biến dạng;
- $A_j$  tên gọi, cũng là diện tích của vết tiếp xúc tại bánh xe thứ j ( $j=1\div4$ ) khi mất liên kết không xảy ra;
- $D_j$  điểm tiếp xúc dự kiến trên mặt đường,  $D_j$  là tâm của vết tiếp xúc thứ *j* khi mất liên kết không xảy ra;
- 1-1', 2-2', 3-3', 4-4', 5-5', ... điểm liên kết của các cụm lò xo giảm chấn (5'≡D<sub>1</sub>, 6'≡D<sub>2</sub>, 7'≡D<sub>3</sub>, 8'≡D<sub>4</sub> khi mất liên kết không xảy ra);

 $(u_b, \varphi_b, \psi_b)$  - các thành phần dao động của thân xe;

 $(u_{cl}, \psi_{cl})$  - các thành phần dao động của cầu trước;

 $(u_{c2}, \psi_{c2})$  - các thành phần dao động của cầu sau;

- w(x, y, t) hàm chuyển vị của tấm biểu diễn đường biến dạng;
- $(u_{D1}, u_{D2}, u_{D3}, u_{D4})$  chuyển vị thẳng đứng của điểm tiếp xúc dự kiến trên mặt đường tương ứng với vị trí của 4 bánh xe;

Lưu ý rằng Hình 4.1 thể hiện mô hình dao động của hệ xe - đường kết hợp tại vị trí tương ứng với khi tất cả các lò xo đều nằm trong trạng thái tự nhiên, đồng thời cả 4 bánh xe cùng tiếp xúc với mặt đường. Hình vẽ cũng thể hiện tính xác định về vị trí tương đối trên các phương nằm ngang của các khối lượng thuộc mô hình.

Bảy thành phần chuyển vị của thân xe và hai cầu đã trình bày ở trên tạo thành véc-tơ tọa độ suy rộng của ô tô:

$$\vec{q}_V = [u_b, \varphi_b, \psi_b, u_{c1}, \psi_{c1}, u_{c2}, \psi_{c2}]^T$$
(4.1)

## 4.2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ 4.2.1. Hệ phương trình vi phân dao động của ô tô

Hệ PTVP dao động của ô tô sẽ được thiết lập bằng cách giải phóng các khối lượng (thân xe, cầu trước, cầu sau) khỏi các liên kết lò xo, giảm chấn, vẽ sơ đồ chịu lực của chúng và viết điều kiện cân bằng động lực học tương ứng với các bậc tự do.

Sơ đồ chịu lực của thân xe, cầu trước và cầu sau sau khi giải phóng liên kết được thể hiện trên Hình 4.2. Hình vẽ không biểu diễn sơ đồ chịu lực của cầu sau do dạng chịu lực của nó hoàn toàn tương tự so với cầu trước.



**Hình 4.2:** Sơ đồ chịu lực của thân xe (a) và cầu trước (b)

Lực tác dụng lên thân xe bao gồm trọng lực  $G_b$  ( $G_b = m_b g$ ) và lực tại 4 cụm lò xo-giảm chấn  $F_{Tj}$  ( $j=1\div4$ ). Lực tác dụng lên cầu trước gồm trọng lực  $G_{c1}$  ( $G_{c1} = m_{c1}g$ ), lực từ 2 cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ treo  $F'_{T1}$ ,  $F'_{T2}$  và lực tại hai cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh trước  $F_{L1}$ ,  $F_{L2}$ .

Lực trong các cụm lò xo - giảm chấn thuộc hệ treo được xác định thông qua chuyển vị thẳng đứng của các điểm gắn tương ứng:

$$F_{T_i} = k_{T_i}(u_{i'} - u_j) + c_{T_i}(\dot{u}_{j'} - \dot{u}_j), (j = 1 \div 4)$$
(4.2)

Từ mô hình dao động của ô tô, ta tính được:

$$u_{1} = u_{b} + a_{1}\varphi_{b} + c\psi_{b}, u_{1'} = u_{c1} + c\psi_{c1},$$

$$u_{2} = u_{b} + a_{1}\varphi_{b} - c\psi_{b}, u_{2'} = u_{c1} - c\psi_{c1},$$

$$u_{3} = u_{b} - a_{2}\varphi_{b} + c\psi_{b}, u_{3'} = u_{c2} + c\psi_{c2},$$

$$u_{4} = u_{b} - a_{2}\varphi_{b} - c\psi_{b}, u_{4'} = u_{c2} - c\psi_{c2}$$
(4.3)

Thay (4.3) vào (4.2) ta nhận được biểu thức các hợp lực lò xo - giảm chấn thuộc hệ thống treo được viết cụ thể như sau:

$$\begin{cases} F_{TI} = k_{TI}[(u_{c1} + c\psi_{c1}) - (u_b + a_1\varphi_b + c\psi_b)] + c_{LI}[(\dot{u}_{c1} + c\dot{\psi}_{c1}) - (\dot{u}_b + a_1\dot{\varphi}_b + c\dot{\psi}_b)] \\ F_{T2} = k_{T2}[(u_{c1} - c\psi_{c1}) - (u_b + a_1\varphi_b - c\psi_b)] + c_{L2}[(\dot{u}_{c1} - c\dot{\psi}_{c1}) - (\dot{u}_b + a_1\dot{\varphi}_b - c\dot{\psi}_b)] \\ F_{T3} = k_{T3}[(u_{c2} + c\psi_{c2}) - (u_b - a_2\varphi_b + c\psi_b)] + c_{L3}[(\dot{u}_{c2} + c\dot{\psi}_{c2}) - (\dot{u}_b - a_2\dot{\varphi}_b + c\dot{\psi}_b)] \\ F_{T4} = k_{T4}[(u_{c2} - c\psi_{c2}) - (u_b - a_2\varphi_b - c\psi_b)] + c_{L4}[(\dot{u}_{c2} - c\dot{\psi}_{c2}) - (\dot{u}_b - a_2\dot{\varphi}_b - c\dot{\psi}_b)] \end{cases}$$
(4.4)

Lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn 4 bánh xe được xác định thông qua chuyển vị thẳng đứng của các điểm gắn trên cầu xe và của các điểm tiếp xúc dự kiến:

$$\begin{cases} F_{LI} = s_1 \overline{F_1} = s_1 [k_{LI} (u_{DI} - u_5) + c_{LI} (\dot{u}_{DI} - \dot{u}_5)] \\ F_{L2} = s_2 \overline{F_2} = s_2 [k_{L2} (u_{D2} - u_6) + c_{L2} (\dot{u}_{D2} - \dot{u}_6)] \\ F_{L3} = s_3 \overline{F_3} = s_3 [k_{L3} (u_{D3} - u_7) + c_{L3} (\dot{u}_{D3} - \dot{u}_7)] \\ F_{L4} = s_4 \overline{F_4} = s_4 [k_{L4} (u_{D4} - u_8) + c_{L4} (\dot{u}_{D4} - \dot{u}_8)] \end{cases}$$
(4.5)

trong đó  $s_j$  ( $j=1\div4$ ) là tham số trạng thái tiếp xúc tại 4 bánh xe,  $\overline{F}_j$  là giá trị kiểm tra của hợp lực lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe thứ j. Công thức tính của  $\overline{F}_j$  là biểu thức tương ứng nằm trong dấu [(.)] trong (4.5).

Các chuyển vị trong (4.5) được xác định như sau:

$$u_{D1} = w_{D1} + r_{D1}, \ u_5 = u_{c1} + b\psi_{c1},$$
  

$$u_{D2} = w_{D2} + r_{D2}, \ u_6 = u_{c1} - b\psi_{c1},$$
  

$$u_{D3} = w_{D3} + r_{D3}, \ u_7 = u_{c2} + b\psi_{c2},$$
  

$$u_{D4} = w_{D4} + r_{D4}, \ u_8 = u_{c2} - b\psi_{c2}$$
(4.6)

Thay (4.6) vào (4.5) ta nhận được công thức tính hợp lực lò xo - giảm

chấn biểu diễn các bánh xe:

$$\begin{cases} F_{L1} = s_1 \{ k_{L1} [(w_{D1} + r_{D1}) - (u_{c1} + b\psi_{c1})] + c_{L1} [(\dot{w}_{D1} + \dot{r}_{D1}) - (\dot{u}_{c1} + b\dot{\psi}_{c1})] \} \\ F_{L2} = s_2 \{ k_{L2} [(w_{D2} + r_{D2}) - (u_{c1} - b\psi_{c1})] + c_{L2} [(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2}) - (\dot{u}_{c1} - b\dot{\psi}_{c1})] \} \\ F_{L3} = s_3 \{ k_{L3} [(w_{D3} + r_{D3}) - (u_{c2} + b\psi_{c2})] + c_{L3} [(\dot{w}_{D3} + \dot{r}_{D3}) - (\dot{u}_{c2} + b\dot{\psi}_{c2})] \} \\ F_{L4} = s_4 \{ k_{L4} [(w_{D4} + r_{D4}) - (u_{c2} - b\psi_{c2})] + c_{L4} [(\dot{w}_{D4} + \dot{r}_{D4}) - (\dot{u}_{c2} - b\dot{\psi}_{c2})] \} \end{cases}$$

$$(4.7)$$

Bây giờ có thể viết hệ phương trình cân bằng ĐLH của thân ô tô và hai cầu:

$$\begin{cases} m_b \ddot{u}_b = -G_b + F_{TI} + F_{T2} + F_{T3} + F_{T4} \\ J_{by} \ddot{\varphi}_b = F_{TI} a_1 + F_{T2} a_1 - F_{T3} a_2 - F_{T4} a_2 \\ J_{bx} \ddot{\psi}_b = F_{TI} c - F_{T2} c + F_{T3} c - F_{T4} c \end{cases}$$
(4.8)

$$\begin{cases} m_{cl} \ddot{u}_{cl} = -G_{cl} - F_{Tl} - F_{T2} + F_{Ll} + F_{L2} \\ J_{cl} \ddot{\psi}_{cl} = -F_{Tl} c + F_{T2} c + F_{Ll} b - F_{L2} b \end{cases}$$
(4.9)

$$\begin{cases} m_{c2}\ddot{u}_{c2} = -G_{c2} - F_{T3} - F_{T4} + F_{L3} + F_{L4} \\ J_{c2}\ddot{\psi}_{c2} = -F_{T3}c + F_{T4}c + F_{L3}b - F_{L4}b \end{cases}$$
(4.10)

Thay biểu thức của các hợp lực lò xo - giảm chấn từ (4.5) và (4.7) vào hệ phương trình (4.8)÷(4.10) rồi thực hiện các biến đổi cần thiết ta nhận được hệ PTVP dao động của ô tô (7 phương trình, ứng với 7 bậc tự do):

$$m_{b}\ddot{u}_{b} = -m_{b}g - 2(c_{Tf} + c_{Tr})\dot{u}_{b} - 2(c_{Tf}a_{1} - c_{Tr}a_{2})\dot{\phi}_{b} + 2c_{Tf}\dot{u}_{c1} + 2c_{Tr}\dot{u}_{c2} - 2(k_{Tf} + k_{Tr})u_{b} - 2(k_{Tf}a_{1} - k_{Tr}a_{2})\phi_{b} + 2k_{Tf}u_{c1} + 2k_{Tr}u_{c2}$$

$$(4.11)$$

$$J_{by}\ddot{\varphi}_{b} = -2(c_{Tf}a_{1} - c_{Tr}a_{2})\dot{u}_{b} - 2(c_{Tf}a_{1}^{2} + c_{Tr}a_{2}^{2})\dot{\varphi}_{b} + 2c_{Tf}a_{1}\dot{u}_{cI} - 2c_{Tr}a_{2}\dot{u}_{c2}$$

$$-2(k_{Tf}a_{1} - k_{Tr}a_{2})u_{b} - 2(k_{Tf}a_{1}^{2} + k_{Tr}a_{2}^{2})\varphi_{b} + 2k_{Tf}a_{1}u_{cI} - 2k_{Tr}a_{2}u_{c2}$$

$$(4.12)$$

$$J_{bx}\ddot{\psi}_{b} = -2(c_{Tf} + c_{Tr})c^{2}\dot{\psi}_{b} + 2c_{Tf}c^{2}\dot{\psi}_{c1} + 2c_{Tr}c^{2}\dot{\psi}_{c2} - 2(k_{Tf} + k_{Tr})c^{2}\psi_{b} + 2k_{Tf}c^{2}\psi_{c1} + 2k_{Tr}c^{2}\psi_{c2}$$
(4.13)

$$m_{cI}\ddot{u}_{cI} = -m_{cI}g + 2c_{Tf}\dot{u}_{b} + 2c_{Tf}a_{1}\dot{\varphi}_{b} - [2c_{Tf} + (s_{1} + s_{2})c_{Lf}]\dot{u}_{c1} - (s_{1} - s_{2})c_{Lf}b\dot{\psi}_{cI} + 2k_{Tf}u_{b} + 2k_{Tf}a_{1}\varphi_{b} - [2k_{Tf} + (s_{1} + s_{2})k_{Lf}]u_{cI} - (s_{1} - s_{2})k_{Lf}b\psi_{cI} + s_{1}[c_{Lf}(\dot{w}_{DI} + \dot{r}_{DI}) + k_{Lf}(w_{DI} + r_{DI})] + s_{2}[c_{Lf}(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2}) + k_{Lf}(w_{D2} + r_{D2})]$$

$$(4.14)$$

$$J_{cl}\ddot{\psi}_{cl} = 2c_{Tf}c^{2}\dot{\psi}_{b} - (s_{1} - s_{2})c_{Lf}b\dot{u}_{cl} - [2c_{Tf}c^{2} + (s_{1} + s_{2})c_{Lf}b^{2}]\dot{\psi}_{cl} + 2k_{Tf}c^{2}\psi_{b} - (s_{1} - s_{2})k_{Lf}bu_{cl} - [2k_{Tf}c^{2} + (s_{1} + s_{2})k_{Lf}b^{2}]\psi_{cl} + s_{1}b[c_{Lf}(\dot{w}_{Dl} + \dot{r}_{Dl}) + k_{Lf}(w_{Dl} + r_{Dl})] - s_{2}b[c_{Lf}(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2}) + k_{Lf}(w_{D2} + r_{D2})]$$

$$(4.15)$$

$$m_{c2}\ddot{u}_{c2} = -m_{c2}g + 2c_{Tr}\dot{u}_{b} - 2c_{Tr}a_{2}\dot{\varphi}_{b} - [2c_{Tr} + (s_{3} + s_{4})c_{Lr}]\dot{u}_{c2} - (s_{3} - s_{4})c_{Lr}b\dot{\psi}_{c2} + 2k_{Tr}u_{b} - 2k_{Tr}a_{2}\varphi_{b} - [2k_{Tr} + (s_{3} + s_{4})k_{Lr}]u_{c2} - (s_{3} - s_{4})k_{Lr}b\psi_{c2} + s_{3}[c_{Lr}(\dot{w}_{D3} + \dot{r}_{D3}) + k_{Lr}(w_{D3} + r_{D3})] + s_{4}[c_{Lr}(\dot{w}_{D4} + \dot{r}_{D4}) + k_{Lr}(w_{D4} + r_{D4})]$$

$$(4.16)$$

$$J_{c2}\ddot{\psi}_{c2} = 2c_{Tr}c^{2}\dot{\psi}_{b} - (s_{3} - s_{4})c_{Lr}b\dot{u}_{c2} - [2c_{Tr}c^{2} + (s_{3} + s_{4})c_{Lr}b^{2}]\dot{\psi}_{c2} + 2k_{Tr}c^{2}\psi_{b} - (s_{3} - s_{4})k_{Lr}bu_{c2} - [2k_{Tr}c^{2} + (s_{3} + s_{4})k_{Lr}b^{2}]\psi_{c2} + s_{3}b[c_{Lr}(\dot{w}_{D3} + \dot{r}_{D3}) + k_{Lr}(w_{D3} + r_{D3})] - s_{4}b[c_{Lr}(\dot{w}_{D4} + \dot{r}_{D4}) + k_{Lr}(w_{D4} + r_{D4})]$$

$$(4.17)$$

Khi thành lập hệ PTVP dao động ở trên, luận án đã sử dụng các hệ thức sau (xuất phát từ thực tế rằng các cụm lò xo - giảm chấn bên trái và bên phải của cùng một cầu được thiết kế để có ứng xử động lực học như nhau):

$$k_{TI} = k_{T2} = k_{Tf}, \ k_{T3} = k_{T4} = k_{Tr}, \ k_{LI} = k_{L2} = k_{Lf}, \ k_{L3} = k_{L4} = k_{Lr},$$

$$c_{TI} = c_{T2} = c_{Tf}, \ c_{T3} = c_{T4} = c_{Tr}, \ c_{L1} = c_{L2} = c_{Lf}, \ c_{L3} = c_{L4} = c_{Lr}$$
(4.18)

trong đó các chỉ số "f", "r " tương ứng với cầu trước (front) và cầu sau (rear).

#### 4.2.2. Phương trình vi phân dao động của đường

Như đã trình bày ở trên, đường biến dạng được lập mô hình dưới dạng tấm chữ nhật đàn hồi với chiều dày không đổi trên nền đàn nhớt Kelvin như trên Hình 4.3.



Hình 4.3: Tấm đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin biểu diễn đường

Liên kết của tấm là liên kết kiểu tựa đơn trên cả 4 cạnh. Vật liệu tấm được xem thuần nhất, đàn hồi tuyến tính, với các đặc trưng cơ học: mô-đun đàn hồi E, mô-đun đàn hồi trượt G, hệ số Poát-xông v và khối lượng riêng  $\rho$ .

Trên Hình 4.3, hệ lò xo - giảm chấn phân bố ( $k_s$ ,  $c_s$ ) biểu diễn ứng xử của nền đàn nhớt Kelvin. Hình vẽ cũng biểu diễn 4 vết tiếp xúc của 4 bánh xe với mặt đường (khi mất liên kết không xảy ra), được đánh số từ 1 đến 4. Hàm phân bố áp suất p = p(x, y, t) được định nghĩa trên toàn bộ diện tích bề mặt của tấm chữ nhật, mặc dù nó chỉ thực sự tồn tại trên các vết tiếp xúc.

Trên cơ sở lý thuyết tấm đàn hồi được giới thiệu trong [2], có thể thiết lập các phương trình mô tả mối quan hệ hình học, vật lý và phương trình vi phân dao động của tấm chữ nhật đàn hồi biểu diễn đường biến dạng (sử dụng giả thiết Kirchhoff-Love) như sau:

1) Các thành phần chuyển vị theo 3 phương (x, y, z) của điểm bất kỳ:

$$\begin{cases} u = u(x, y, z, t) = -z \partial w / \partial x \\ v = v(x, y, z, t) = -z \partial w / \partial y \\ w = w(x, y, t) \end{cases}$$
(4.19)

2) Các thành phần biến dạng:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \ \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \ \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$
(4.20)

3) Các thành phần ứng suất:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1 - v^2} (\varepsilon_x + v\varepsilon_y) = -\frac{E}{1 - v^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) z \\ \sigma_y = \frac{E}{1 - v^2} (\varepsilon_y + v\varepsilon_x) = -\frac{E}{1 - v^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) z \\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy} = -2G \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} z = -\frac{E}{1 + v} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} z \end{cases}$$
(4.21)

4) Các thành phần nội lực:

Để thành lập công thức tính các thành phần nội lực, tưởng tượng sử dụng

các mặt cắt vuông góc với hai trục tọa độ *Ox*, *Oy* để tách ra một phân tố tấm hình khối hộp chữ nhật với chiều dài các cạnh dọc hai phương *Ox*, *Oy* lần lượt là *dx*, *dy* (Hình 4.4).



Hình 4.4: Phân tố tấm cùng với các lực và mômen tác dụng Các lực và mômen tác dụng lên phân tố tấm bao gồm:

- Trọng lượng bản thân của phân tố,  $dG = \rho g h_p dx dy$ .
- Lực quán tính,  $dF_{qt} = \rho gh_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx dy$ . - Áp lực do sự tiếp xúc của các bánh xe:  $dQ_w = p(x, y, t) dx dy$ . - Lực của nền đàn nhớt Kelvin:  $dF_s = k_s w dx dy + c_s \frac{\partial w}{\partial t} dx dy$ . - Các lực cắt:  $Q_x dy$ ,  $\left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx\right) dy$ ,  $Q_y dx$ ,  $\left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy\right) dx$ . - Các mômen uốn:  $M_x dy$ ,  $\left(M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx\right) dy$ ,  $M_y dx$ ,  $\left(M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy\right) dx$ . - Các mômen xoắn:  $M_{xy} dy$ ,  $\left(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx\right) dy$ ,  $M_{yx} dx$ ,  $\left(M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} dy\right) dx$ .

Với các ứng suất tính theo (4.21), ta xác định được các mômen nội lực:

$$\begin{cases} M_x = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \sigma_x z dz = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_c \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ M_y = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \sigma_y z dz = -D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - D_c \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ M_{xy} = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \tau_{xy} z dz = -2D_k \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases}$$
(4.22)

trong đó  $D_c = vD$ ,  $D_k = D(1-v)/2$ ,  $D = \frac{Eh_p^3}{12(1-v^2)}$  (*D* được gọi là độ cứng uốn

của tấm).

5) Phương trình vi phân dao động của tấm:

Bằng cách lập phương trình cân bằng mômen đối với hai trục y, x và phương trình cân bằng lực theo phương z của phân tố tấm trên Hình 4.3, sau đó bỏ qua các vô cùng bé bậc cao và rút gọn, nhận được:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0\\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0\\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \rho h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - k_s w - c_s \frac{\partial w}{\partial t} - p(x, y, t) - \rho g h_p = 0 \end{cases}$$
(4.23)

Thay (4.22) vào hai phương trình đầu của (4.23) rồi rút ra:

$$\begin{cases} Q_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (D_c + 2D_k) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left[ D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (D_c + 2D_k) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \end{cases}$$
(4.24)

Thay (4.24) vào phương trình thứ ba trong (4.23) rồi sắp xếp lại, chúng ta nhận được PTVP dao động của tấm chữ nhật trên nền đàn nhớt Kelvin biểu diễn đường biến dạng:

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_c + 2D_k)\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_s \frac{\partial w}{\partial t} + k_s w + p(x, y, t) = -\rho g h_p \qquad (4.25)$$

Phương trình (4.25) là một phương trình đạo hàm riêng. Nghiệm của phương trình này w=w(x, y, t) cần thỏa mãn các điều kiện biên sau:

$$\begin{cases} w(x, y, t) \|_{x=0} = w(x, y, t) \|_{x=L_p} = 0 \\ w(x, y, t) \|_{y=0} = w(x, y, t) \|_{y=B_p} = 0 \\ \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} \|_{x=0} = \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} \|_{x=L_p} = 0 \\ \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} \|_{y=0} = \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} \|_{y=B_p} = 0 \end{cases}$$
(4.26)

#### 4.2.3. Hệ phương trình vi phân dao động của cơ hệ

Hệ PTVP dao động của cơ hệ đang khảo sát là sự kết hợp của 7 PTVP thường từ (4.11) đến (4.17) mô tả dao động của ô tô và phương trình đạo hàm riêng (4.25) mô tả dao động của đường.

# 4.3. PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PTVP DAO ĐỘNG CỦA CƠ HỆ

### 4.3.1. Chuyển hệ PTVP dao động của cơ hệ về hệ PTVP thường

Do chứa phương trình đạo hàm riêng (4.25) nên đến thời điểm này hệ PTVP dao động của cơ hệ chưa thể giải được. Để vượt qua khó khăn này, ở đây cũng sử dụng phương pháp Bubnov-Galerkin để đưa hệ PTVP dao động xuất phát về một hệ PTVP chuyển đổi chỉ bao gồm các PTVP thường.

Trình tự tiến hành như sau:

Đầu tiên, ta xấp xỉ hàm chuyển vị w(x, y, t) của tấm biểu diễn đường biến dạng bằng chuỗi lượng giác kép sau (thỏa mãn điều kiện biên (4.26)):

$$w = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}(t) \sin \frac{(2m-1)\pi x}{L_p} \sin \frac{(2n-1)\pi y}{B_p}$$
(4.27)

trong đó  $T_{mn}(t)$  - các hàm cần tìm, phụ thuộc thời gian, ứng với từng cặp số

nguyên dương (m, n); M, N - giá trị lớn nhất của m và n trong chuỗi số dùng để xấp xỉ, liên quan đến số các số hạng của chuỗi (4.27) và độ chính xác của kết quả tính toán.

Các biểu thức lượng giác cùng biến số (x hoặc y) trong (3.27) thỏa mãn tính chất trực giao:

$$\int_{0}^{C} \sin \frac{(2k-1)\pi\varsigma}{C} \sin \frac{(2l-1)\pi\varsigma}{C} d\varsigma = \begin{cases} 0: & k \neq l \\ C/2: & k = l \end{cases} (k, l=1, 2, ...)$$
(4.28)

Thay biểu thức của w(x, y, t) theo (4.27) vào PTVP dao động (4.25) ta nhận được một phương trình dẫn xuất có dạng:

$$\Phi(x, y, t) + p(x, y, t) = -\rho g h_p \tag{4.29}$$

trong đó biểu thức  $\Phi(x, y, t)$  là một tổng mà mỗi số hạng của nó đều có dạng:

$$f_{mn}(x,y) = A_{mn}(t)\sin\frac{(2m-1)\pi x}{L_p}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{B_p}$$
(4.30)

(với  $m = 1 \div M$ ,  $n = 1 \div N$ )

Lần lượt lấy  $m = 1 \div M$ ,  $n = 1 \div N$  và nhân hai vế của phương trình (4.29) với các biểu thức dạng:

$$\sin\frac{(2k-1)\pi x}{L_{p}}\sin\frac{(2l-1)\pi y}{B_{p}}$$
(4.31)

rồi lấy tích phân hai vế của phương trình nhận được trên toàn bộ diện tích bề mặt của tấm chữ nhật (biến *x* từ 0 đến  $L_p$ , biến *y* từ 0 đến  $B_p$ ), chú ý đến tính trực giao (4.28), ta nhận được một hệ PTVP thường cấp hai có dạng:

$$\rho h_p \ddot{T}_{kl}(t) + c_S \dot{T}_{kl}(t) + H_{kl} T_{kl}(t) + \frac{4}{L_p B_p} \Pi_{kl}(t) = -\frac{16\rho g h_p}{(2k-1)(2l-1)\pi^2}$$
(4.32)  
(k = 1 ÷ M, l = 1 ÷ N)

trong đó:

$$H_{kl} = k_{s} + D \left[ \frac{(2k-1)^{2} \pi^{2}}{L_{p}^{2}} + \frac{(2l-1)^{2} \pi^{2}}{B_{p}^{2}} \right]^{2}$$
(a)  

$$\Pi_{kl}(t) = \int_{0}^{L_{p}} \int_{0}^{B_{p}} p(x, y, t) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_{p}} \sin \frac{(2l-1)\pi y}{B_{p}} dx dy$$
(b)

Do mỗi cặp số nguyên dương (k, l) sẽ cho một phương trình dạng (4.32) nên số lượng các phương trình này bằng ( $M \times N$ ). Nhiệm vụ đặt ra lúc này là tính các hàm  $\Pi_{kl}(t)$  trong (4.32) được xác định theo (4.33*b*).

Hàm  $\Pi_{kl}(t)$  phụ thuộc vào quy luật phân bố áp suất p(x, y, t). Như đã biết, hàm phân bố áp suất mặc dù được định nghĩa trên toàn bộ diện tích bề mặt của tấm, nhưng nó chỉ thực sự tồn tại trên vết tích xúc của các bánh xe và được lấy theo giả thiết.

Sử dụng dạng (2.10) của hàm phân bố áp suất và gắn thêm chỉ số tương ứng (1, 2, 3, 4) cho mỗi bánh xe, ta có thể viết lại (4.33*b*) như sau:

$$\Pi_{kl}(t) = \int_{0}^{L_p} \int_{0}^{B_p} P(t)U(x)\sin\frac{(2k-1)\pi x}{L_p}\sin\frac{(2l-1)\pi y}{B_p}dxdy$$
(4.34)

Do áp suất phân bố chỉ thực sự tồn tại trên các vết tiếp xúc nên để tính được tích phân (4.34), cần xác định các cận tích phân, tương ứng với 4 vết tiếp xúc. Các tọa độ  $x_j$  và  $y_j$  tại vết tiếp xúc của bánh thứ j (j=1÷4) chỉ nằm trong khoảng tương ứng [ $x_1^{(j)}$ ,  $x_2^{(j)}$ ], [ $y_1^{(j)}$ ,  $y_2^{(j)}$ ] nào đó. Giá trị của các cận tích phân [ $x_1^{(j)}$ ,  $x_2^{(j)}$ ,  $y_1^{(j)}$ ,  $y_2^{(j)}$ ] tương ứng với 4 bánh xe được xác định từ Hình 4.1c như sau:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = 0.5L_p + a_1 - 0.5d_{cl}, \ x_2^{(1)} = 0.5L_p + a_1 + 0.5d_{cl} \\ y_1^{(1)} = 0.5B_p - b - 0.5b_L, \ y_2^{(1)} = 0.5B_p - b + 0.5b_L \end{cases}$$
(a)  
$$\begin{cases} x_1^{(2)} = 0.5L_p + a_1 - 0.5d_{c2}, \ x_2^{(2)} = 0.5L_p + a_1 + 0.5d_{c2} \\ y_1^{(2)} = 0.5B_p + b - 0.5b_L, \ y_2^{(2)} = 0.5B_p + b + 0.5b_L \end{cases}$$
(b) (4.35)

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = 0.5L_p - a_2 - 0.5d_{c3}, \ x_2^{(3)} = 0.5L_p - a_2 + 0.5d_{c3} \\ y_1^{(3)} = 0.5B_p - b - 0.5b_L, \ y_2^{(3)} = 0.5B_p - b + 0.5b_L \end{cases}$$
(c)  
$$\begin{cases} x_1^{(4)} = 0.5L_p - a_2 - 0.5d_{c4}, \ x_2^{(4)} = 0.5L_p - a_2 + 0.5d_{c4} \\ y_1^{(4)} = 0.5B_p + b - 0.5b_L, \ y_2^{(4)} = 0.5B_p + b + 0.5b_L \end{cases}$$
(d)

Thay (4.35) vào (4.34), ta nhận được:

$$\Pi_{kl}(t) = \sum_{j=1}^{4} P_j(t) \int_{x_1^{(j)}}^{x_2^{(j)}} U_j(x) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_p} dx \int_{y_1^{(j)}}^{y_2^{(j)}} \sin \frac{(2l-1)\pi y}{B_p} dy$$

hay:

$$\Pi_{kl}(t) = \sum_{j=1}^{4} P_j(t) I_{kl}^{(j)}$$
(4.36)

trong đó:

$$I_{kl}^{(j)} = \int_{x_1^{(j)}}^{x_2^{(j)}} U_j(x) \sin \frac{(2k-1)\pi x}{L_p} dx \int_{y_1^{(j)}}^{y_2^{(j)}} \sin \frac{(2l-1)\pi y}{B_p} dy$$
(4.37)

Giá trị của các đại lượng  $I_{kl}^{(j)}$  thay đổi liên tục theo thời gian cùng với sự thay đổi kích thước của các vết tiếp xúc. Chúng có thể tính được dựa vào các kích thước hình học của tấm đàn hồi, vị trí tương đối của mô hình ô tô trên bề mặt tấm và các kích thước của vết tiếp xúc như trên Hình 4.1*c*.

Các hàm  $P_j(t)$  trong (4.36) có thể được biểu diễn qua các tọa độ suy rộng của ô tô và các hàm  $T_{kl}(t)$ . Áp dụng công thức (2.13) cho từng bánh xe ta có:

$$P_{j}(t) = \frac{s_{j}}{I_{0}^{(j)}b_{L}} \left[ k_{Lj}\Delta z_{Lj} + c_{Lj}\frac{d(\Delta z_{Lj})}{dt} \right]$$
(4.38)

Biến dạng của các bánh xe trong (4.38) được xác định bởi:

$$\Delta z_{Ll} = u_{Dl} - u_5 = (w_{Dl} + r_{Dl}) - (u_{cl} + b\psi_{cl})$$

$$\Delta z_{L2} = u_{D2} - u_6 = (w_{D2} + r_{D2}) - (u_{cl} - b\psi_{cl})$$

$$\Delta z_{L3} = u_{D3} - u_7 = (w_{D3} + r_{D3}) - (u_{c2} + b\psi_{c2})$$

$$\Delta z_{L4} = u_{D4} - u_8 = (w_{D4} + r_{D4}) - (u_{c2} - b\psi_{c2})$$
(4.39)

Để tính các giá trị w<sub>Dj</sub> (chuyển vị của tấm biểu diễn đường biến dạng tại
các điểm tiếp xúc dự kiến), đầu tiên chúng ta tính tọa độ (x, y) của chúng dựa theo Hình 4.1c:

$$\begin{cases} x_{D1} = x_{D2} = 0.5 L_p + a_1, \ x_{D3} = x_{D4} = 0.5 L_p - a_2, \\ y_{D1} = y_{D3} = 0.5 B_p - b, \ y_{D2} = y_{D4} = 0.5 B_p + b \end{cases}$$
(4.40)

Với hàm chuyển vị của tấm được lấy theo (4.27) và ( $x_{Dj}$ ,  $y_{Dj}$ ) xác định theo (4.40), ta tính được:

$$\begin{cases} w_{Dj} = w(x_{Dj}, y_{Dj}, t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}(t) \chi_{mn}^{(j)} \\ \dot{w}_{Dj} = \frac{\partial w(x_{Dj}, y_{Dj}, t)}{\partial t} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \dot{T}_{mn}(t) \chi_{mn}^{(j)} \end{cases}$$
(4.41)

trong đó:

$$\chi_{mn}^{(j)} = \sin \frac{(2m-1)\pi x_{Dj}}{L_p} \sin \frac{(2n-1)\pi y_{Dj}}{B_p}$$
(4.42)

Thay biểu thức của  $w_{Dj}$  và  $\dot{w}_{Dj}$  từ (4.41) vào (4.39), rồi mang kết quả nhận được đặt vào (4.38) ta viết được biểu thức của  $P_j(t)$  cho từng bánh xe:

$$P_{1}(t) = \frac{s_{1}}{b_{L}I_{0}^{(1)}} \left[ k_{Ll} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}(t) \chi_{mn}^{(1)} + r_{Dl} - u_{cl} - b\psi_{cl} \right) + \\ + c_{Ll} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \dot{T}_{mn}(t) \chi_{mn}^{(1)} + \dot{r}_{Dl} - \dot{u}_{cl} - b\psi_{cl} \right) \right]$$

$$P_{2}(t) = \frac{s_{2}}{b_{L}I_{0}^{(2)}} \left[ k_{L2} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}(t) \chi_{mn}^{(2)} + r_{D2} - u_{cl} + b\psi_{cl} \right) + \\ + c_{L2} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \dot{T}_{mn}(t) \chi_{mn}^{(2)} + \dot{r}_{D2} - \dot{u}_{cl} + b\psi_{cl} \right) \right]$$

$$P_{3}(t) = \frac{s_{3}}{b_{L}I_{0}^{(3)}} \left[ k_{L3} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}(t) \chi_{mn}^{(3)} + r_{D3} - u_{c2} - b\psi_{c2} \right) + \\ + c_{L3} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \dot{T}_{mn}(t) \chi_{mn}^{(3)} + \dot{r}_{D3} - \dot{u}_{c2} - b\psi_{c2} \right) \right]$$

$$(4.45)$$

$$P_{4}(t) = \frac{s_{4}}{b_{L}I_{0}^{(4)}} \left[ k_{L4} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{kl}(t) \chi_{kl}^{(4)} + r_{D4} - u_{c2} + b\psi_{c2} \right) + c_{L4} \left( \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \dot{T}_{mn}(t) \chi_{mn}^{(4)} + \dot{r}_{D4} - \dot{u}_{c2} + b\dot{\psi}_{c2} \right) \right]$$

$$(4.46)$$

Thay biểu thức của các hàm  $P_j(t)$  ở trên vào (4.36), sau đó thay biểu thức  $\Pi_{kl}(t)$  nhận được vào (4.32) và sắp xếp lại, chúng ta nhận được một hệ bao gồm (*M*×*N*) PTVP thường biểu diễn dao động của đường như sau:

$$\rho h_{p} \ddot{T}_{kl}(t) - (\beta_{kl}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)})c_{Lf} \dot{u}_{cl} - (\beta_{kl}^{(1)} - \beta_{kl}^{(2)})c_{Lf} b\dot{\psi}_{cl} 
- (\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})c_{Lr} \dot{u}_{c2} - (\beta_{kl}^{(3)} - \beta_{kl}^{(4)})c_{Lr} b\dot{\psi}_{c2} + \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \Phi_{mn}^{kl} \dot{T}_{mn}(t) 
- (\beta_{kl}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)})k_{Lf} u_{cl} - (\beta_{kl}^{(1)} - \beta_{kl}^{(2)})k_{Lf} b\psi_{cl} 
- (\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr} u_{c2} - (\beta_{kl}^{(3)} - \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr} b\psi_{c2} + \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \Gamma_{mn}^{kl} T_{mn}(t) 
= - \frac{16\rho g h_{p}}{(2k-1)(2l-1)\pi^{2}} - \sum_{j=1}^{4} (\beta_{kl}^{(j)} k_{Lj} r_{Dj} + \beta_{kl}^{(j)} c_{Lj} \dot{r}_{Dj}) 
(k=1, 2, ..., M; l=1, 2, ..., N)$$

trong đó:

$$\begin{split} \Phi_{mn}^{kl} &= \delta_{mn}^{kl} c_{S}^{} + (\beta_{kl}^{(1)} \chi_{mn}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)} \chi_{mn}^{(2)}) c_{Lf}^{} + (\beta_{kl}^{(3)} \chi_{mn}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)} \chi_{mn}^{(4)}) c_{Lr}^{}, \\ \Gamma_{mn}^{kl} &= \delta_{mn}^{kl} H_{kl}^{} + (\beta_{kl}^{(1)} \chi_{mn}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)} \chi_{mn}^{(2)}) k_{Lf}^{} + (\beta_{kl}^{(3)} \chi_{mn}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)} \chi_{mn}^{(4)}) k_{Lr}^{}, \\ \beta_{kl}^{(j)} &= \frac{4}{L_{p} B_{p}} \cdot \frac{s_{j} I_{kl}^{(j)}}{b_{L} I_{0}^{(j)}}, \ \delta_{mn}^{kl} = \begin{cases} 1: \ (m=k) \cap (n=l) \\ 0: \ (m\neq k) \cup (n\neq l) \end{cases} \end{split}$$

Thay biểu thức của các đại lượng  $w_{Dj}$ ,  $\dot{w}_{Dj}$  ( $j=1\div4$ ) theo (4.41) vào các phương trình (4.14)÷(4.17) (mô tả dao động của hai cầu), ta cũng biểu diễn được chúng qua các tọa độ suy rộng của ô tô và các hàm  $T_{mn}(t)$ :

$$\begin{split} m_{cl}\ddot{u}_{cl} &= -m_{cl}g + 2c_{Tf}\dot{u}_{b} + 2c_{Tf}a_{l}\dot{\phi}_{b} - [2c_{Tf} + (s_{1} + s_{2})c_{Lf}]\dot{u}_{cl} - (s_{1} - s_{2})c_{Lf}b\dot{\psi}_{cl} \\ &+ 2k_{Tf}u_{b} + 2k_{Tf}a_{l}\phi_{b} - [2k_{Tf} + (s_{1} + s_{2})k_{Lf})u_{cl} - (s_{1} - s_{2})k_{Lf}b\psi_{cl} \\ &+ c_{Lf}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\dot{T}_{mn}(t)(s_{1}\chi_{mn}^{(1)} + s_{2}\chi_{mn}^{(2)}) + k_{Lf}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}T_{mn}(t)(s_{1}\chi_{mn}^{(1)} + s_{2}\chi_{mn}^{(2)}) \\ &+ s_{1}(c_{Lf}\dot{r}_{Dl} + k_{Lf}r_{Dl}) + s_{2}(c_{Lf}\dot{r}_{D2} + k_{Lf}r_{D2}) \\ J_{cl}\ddot{\psi}_{cl} &= 2c_{Tf}c^{2}\dot{\psi}_{b} - (s_{1} - s_{2})c_{Lf}b\dot{u}_{cl} - [2c_{Tf}c^{2} + (s_{1} + s_{2})c_{Lf}b^{2})\psi_{cl} \\ &+ 2k_{Tf}c^{2}\psi_{b} - (s_{1} - s_{2})k_{Lf}bu_{cl} - [2k_{Tf}c^{2} + (s_{1} + s_{2})k_{Lf}b^{2})\psi_{cl} \\ &+ c_{Lf}b\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\dot{T}_{mn}(t)(s_{1}\chi_{mn}^{(1)} - s_{2}\chi_{mn}^{(2)}) + k_{Lf}b\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=1}^{N}T_{mn}(t)(s_{1}\chi_{mn}^{(1)} - s_{2}\chi_{mn}^{(2)}) \\ &+ s_{k}b(c_{Lf}\dot{r}_{D1} + k_{Lf}r_{D1}) - s_{2}b(c_{Lf}\dot{r}_{D2} + k_{Lf}r_{D2}) \\ m_{c2}\ddot{u}_{c2} &= -m_{c2}g + 2c_{Tr}\dot{u}_{b} - 2c_{Tr}a_{2}\dot{\phi}_{b} - [2c_{Tr} + (s_{3} + s_{4})c_{Lr}]\dot{u}_{c2} - (s_{3} - s_{4})c_{Lr}b\dot{\psi}_{c2} \\ &+ 2k_{Tr}u_{b} - 2k_{Tr}a_{2}\phi_{b} - [2k_{Tr} + (s_{3} + s_{4})k_{Lr}]u_{c2} - (s_{3} - s_{4})c_{Lr}b\dot{\psi}_{c2} \\ &+ c_{Lr}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\dot{T}_{mn}(t)(s_{3}\chi_{mn}^{(3)} + s_{4}\chi_{mn}^{(4)}) + k_{Lr}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}T_{mn}(t)(s_{3}\chi_{mn}^{(3)} + s_{4}\chi_{mn}^{(4)}) \\ &+ s_{3}(c_{Lr}\dot{r}_{D3} + k_{Lr}r_{D3}) + s_{4}(c_{Lr}\dot{r}_{D4} + k_{Lr}r_{D4}) \\ J_{c2}\ddot{\psi}_{c2} &= 2c_{Tr}c^{2}\dot{\psi}_{b} - (s_{3} - s_{4})c_{Lr}b\dot{u}_{c2} - [2k_{Tr}c^{2} + (s_{3} + s_{4})k_{Lr}b^{2})\psi_{c2} \\ &+ c_{Lr}b\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}\dot{T}_{mn}(t)(s_{3}\chi_{mn}^{(3)} - s_{4}\chi_{mn}^{(4)}) + k_{Lr}b\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}T_{mn}(t)(s_{3}\chi_{mn}^{(3)} - s_{4}\chi_{mn}^{(4)}) \\ &+ s_{3}b(c_{Lr}\dot{r}_{D3} + k_{Lr}r_{D3}) - s_{4}b(c_{Lr}\dot{r}_{D4} + k_{Lr}r_{D4}) \\ \end{cases}$$

$$(4.52)$$

Đến đây, hệ PTVP dao động xuất phát của cơ hệ có chứa phương trình đạo hàm riêng đã được chuyển về hệ PTVP chuyển đổi gồm (7+M.N) PTVP thường (4.11)÷(4.13), (4.49)÷(4.52) và (4.47). Ấn hàm trong hệ phương trình này là 7 tọa độ suy rộng biểu diễn dao động của xe và  $M \times N$  hàm  $T_{kl}(t)$  biểu diễn dao động của đường.

#### 4.3.2. Dạng ma trận của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Để kiểm soát việc tính toán, đầu tiên cần đưa các tổng kép lấy theo hai chỉ số (k, l), hoặc (m, n) trong các PTVP chuyển đổi về dạng tổng đơn của

k(m)	$\ell(n) \xrightarrow{1}$	2		N
1	$\lambda = 8$	$\sim \lambda = 8 \neq M$	► …	►λ=8+(N-1)M
2	$\lambda = 9$	$\lambda = \mathcal{G} \neq M$		$\lambda = 9 + (N - 1)M$
M	$\lambda = 7 \neq M$	$\lambda = 7 + 2M$		$\lambda = 7 + MN$

duy nhất một chỉ số  $\lambda$  theo quy tắc được thể hiện trên Hình 4.5.

Hình 4.5: Quy tắc chuyển tổng theo hai chỉ số thành tổng theo một chỉ số

Bản chất của việc làm này là sắp xếp và đánh số lại các số hạng của tổng lấy theo hai chỉ số theo một trình tự quy định. Có 2 đặc điểm cần chú ý: 1) số các số hạng của các tổng kép là  $M \times N$  (do  $k, m=1 \div M; l, n=1 \div N$ ); 2) mỗi cặp số (k, l) hay (m, n) tương ứng với một số hạng trong tổng kép.

Ở đây, sẽ sử dụng chỉ số đơn  $\lambda = \lambda(k, l)$ , hay  $\lambda = \lambda(m, n)$  theo sơ đồ trên Hình 4.5, trong đó các chỉ số hàng là *k* hoặc *m*, các chỉ số cột là *l* hoặc *n*, còn con số ở trong ô là giá trị tương ứng của  $\lambda$ . Công thức tổng quát để biểu thị các mối quan hệ trên đây là:

$$\lambda = (m-1)M + n, \ \lambda = (k-1)M + l$$
(4.53)

Với quy tắc chuyển đổi chỉ số ở trên, có thể viết lại các tổng kép trong hệ PTVP chuyển động ở dạng tổng đơn tương ứng như sau:

$$\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}(t) \chi_{mn}^{(j)} = \sum_{\lambda=8}^{7+MN} T_{\lambda}(t) \chi_{\lambda}^{(j)}, \quad \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{N} \dot{T}_{mn}(t) \chi_{mn}^{(j)} = \sum_{\lambda=8}^{7+MN} \dot{T}_{\lambda}(t) \chi_{\lambda}^{(j)}$$
(4.54)

Đến đây, có thể viết hệ PTVP dao động dạng chuyển đổi của cơ hệ (4.11)÷(4.13), (4.49)÷(4.52) và (4.47) dưới dạng ma trận:

$$[M]\ddot{\vec{q}} + [C]\dot{\vec{q}} + [K]\vec{q} = \vec{F}$$
(4.55)

trong đó [*M*], [*C*], [*K*] là các ma trận vuông cấp (7+*MN*), được mở rộng từ ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng của ô tô;  $\vec{q}$  là véc-tơ tọa độ

suy rộng mở rộng và  $\vec{F}$  là véc-tơ lực kích thích mở rộng. Các ma trận và véctơ được xác định cụ thể như sau:

- Véc-tơ tọa độ suy rộng:

$$\vec{q} = [u_b, \varphi_b, \psi_b, u_{c1}, \psi_{c1}, u_{c2}, \psi_{c2}, T_8, \dots, T_{\lambda}, \dots, T_{7+MN}]^{\mathrm{T}}$$
(4.56)

- Véc-tơ lực kích thích mở rộng:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} -m_{b}g \\ 0 \\ 0 \\ -m_{cl}g + s_{1}(k_{Lf}r_{Dl} + c_{Lf}\dot{r}_{Dl}) + s_{2}(k_{Lf}r_{D2} + c_{Lf}\dot{r}_{D2}) \\ s_{1}b(k_{Lf}r_{Dl} + c_{Lf}\dot{r}_{Dl}) - s_{2}b(k_{Lf}r_{D2} + c_{Lf}\dot{r}_{D2}) \\ -m_{c2}g + s_{3}(k_{Lr}r_{D3} + c_{Lr}\dot{r}_{D3}) + s_{4}(k_{Lr}r_{D4} + c_{Lr}\dot{r}_{D4}) \\ s_{3}b(k_{Lr}r_{D3} + c_{Lr}\dot{r}_{D3}) - s_{4}b(k_{Lr}r_{D4} + c_{Lr}\dot{r}_{D4}) \\ -\frac{16\rho gh_{p}}{1\pi^{2}} - \sum_{j=1}^{4} (\beta_{11}^{(j)}k_{Lj}r_{Dj} + \beta_{11}^{(j)}c_{Lj}\dot{r}_{Dj}) \\ \dots \\ -\frac{16\rho gh_{p}}{(2k-1)(2l-1)\pi^{2}} - \sum_{j=1}^{4} (\beta_{kl}^{(j)}k_{Lj}r_{Dj} + \beta_{kl}^{(j)}c_{Lj}\dot{r}_{Dj}) \\ \dots \\ -\frac{16\rho gh_{p}}{(2M-1)(2N-1)\pi^{2}} - \sum_{j=1}^{4} (\beta_{MN}^{(j)}k_{Lj}r_{Dj} + \beta_{MN}^{(j)}c_{Lj}\dot{r}_{Dj}) \end{bmatrix}$$
(4.57)

- Ma trận khối lượng [M] là ma trận đường chéo:

$$[M] = \operatorname{diag}([m_b, J_{by}, J_{bx}, m_{cl}, J_{cl}, m_{c2}, J_{c2}, \{\rho h_p, \rho h_p, \dots, \rho h_p\}])$$
(4.58)

- Ma trận độ cứng [K] có (7+MN) hàng, thứ tự mỗi hàng với các phần tử được xác định như sau:

$$\begin{bmatrix} K_{1i} \end{bmatrix} = [2(k_{Tf} + k_{Tr}), 2(k_{Tf}a_1 - k_{Tr}a_2), 0, -2k_{Tf}, 0, -2k_{Tr}, 0, \{0, 0, 0, ..., 0\}]; \begin{bmatrix} K_{2i} \end{bmatrix} = [2(k_{Tf}a_1 - k_{Tr}a_2), 2(k_{Tf}a_1^2 + k_{Tr}a_2^2), 0, -2k_{Tf}a_1, 0, 2k_{Tr}a_2, 0, \{0, 0, 0, ..., 0\}];$$

$$\begin{split} \left[K_{3i}\right] &= [0, 0, 2(k_{Tf} + k_{Tr})c^{2}, 0, -2k_{Tf}c^{2}, 0, -c, \left\{0, 0, 0, ..., 0\right\}]; \\ \left[K_{4i}\right] &= [-2k_{Tf}, -2k_{Tf}a_{1}, 0, 2k_{Tf} + (s_{1} + s_{2})k_{Lf}, (s_{1} - s_{2})k_{Lf}b, 0, 0, \\ &\left\{-k_{Lf}(s_{1}\chi_{11}^{(1)} + s_{2}\chi_{11}^{(2)}), ..., -k_{Lf}(s_{1}\chi_{mn}^{(1)} + s_{2}\chi_{mn}^{(2)}), ..., -k_{Lf}(s_{1}\chi_{MN}^{(1)} + s_{2}\chi_{MN}^{(2)})\}]; \\ \left[K_{5i}\right] &= [0, 0, -2k_{Tf}c^{2}, (s_{1} - s_{2})k_{Lf}b, 2k_{Tf}c^{2} + (s_{1} + s_{2})k_{Lf}b^{2}, 0, 0, \\ &\left\{(-s_{1}\chi_{11}^{(1)} + s_{2}\chi_{12}^{(2)})k_{Lf}b, ..., (-s_{1}\chi_{mn}^{(1)} + s_{2}\chi_{mn}^{(2)})k_{Lf}b, ..., (-s_{1}\chi_{MN}^{(1)} + s_{2}\chi_{MN}^{(2)})k_{Lf}b\}]; \\ \left[K_{6i}\right] &= [-2k_{Tr}, 2k_{Tr}a_{2}, 0, 0, 0, 2k_{Tr} + (s_{3} + s_{4})k_{Lr}, (s_{3} - s_{4})k_{Lr}b, \\ &\left\{-k_{Lr}(s_{3}\chi_{11}^{(3)} + s_{4}\chi_{11}^{(4)}), ..., -k_{Lr}(s_{3}\chi_{mm}^{(3)} + s_{4}\chi_{mn}^{(4)}), ..., -k_{Lr}(s_{3}\chi_{MN}^{(3)} + s_{4}\chi_{MN}^{(4)})\}]; \\ \left[K_{7i}\right] &= [0, 0, -2k_{Tr}c^{2}, 0, 0, (s_{3} - s_{4})k_{Lr}b, 2k_{Tr}c^{2} + (s_{3} + s_{4})k_{Lr}b^{2}, \\ &\left\{(-s_{3}\chi_{11}^{(3)} + s_{4}\chi_{11}^{(4)})k_{Lr}b, ..., (-s_{3}\chi_{mm}^{(3)} + s_{4}\chi_{mn}^{(4)})k_{Lr}b, ..., (-s_{3}\chi_{MN}^{(3)} + s_{4}\chi_{MN}^{(4)})k_{Lr}b\}]; \\ \left[K_{8i}\right] &= [0, 0, 0, -(\beta_{11}^{(1)} + \beta_{11}^{(2)})k_{Lf}, (-\beta_{11}^{(1)} + \beta_{11}^{(2)})k_{Lf}b, -(\beta_{11}^{(3)} + \beta_{11}^{(4)})k_{Lr}, \\ &\left(-\beta_{11}^{(3)} + \beta_{11}^{(4)})k_{Lr}b, \{\Gamma_{11}^{(1)}, ..., \Gamma_{mn}^{(1)}, ..., \Gamma_{MN}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)})k_{Lf}b, -(\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}, \\ &\left(-\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}b, \{\Gamma_{11}^{(1)}, ..., \Gamma_{mn}^{(1)}, ..., \Gamma_{MN}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)})k_{Lf}b, -(\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}, \\ &\left(-\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}b, \{\Gamma_{11}^{(1)}, ..., \Gamma_{mn}^{(1)}, ..., \Gamma_{MN}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)})k_{Lf}b, -(\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}, \\ &\left(-\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}b, \{\Gamma_{11}^{(1)}, ..., \Gamma_{mn}^{(1)}, ..., \Gamma_{MN}^{(1)} + \beta_{kl}^{(2)})k_{Lf}b, -(\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}, \\ &\left(-\beta_{kl}^{(3)} + \beta_{kl}^{(4)})k_{Lr}b, \{\Gamma_{11}^{(1)}, ..., \Gamma_{mn}^{(1)}, ..., \Gamma_{MN}^{(1)$$

$$\begin{bmatrix} K_{7+MN,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, \ 0, \ 0, -(\beta_{MN}^{(1)} + \beta_{MN}^{(2)})k_{Lf}, (-\beta_{MN}^{(1)} + \beta_{MN}^{(2)})k_{Lf}b, -(\beta_{MN}^{(3)} + \beta_{MN}^{(4)})k_{Lr}, \\ (-\beta_{MN}^{(3)} + \beta_{MN}^{(4)})k_{Lr}b, \{\Gamma_{11}^{kl}, ..., \Gamma_{mn}^{kl}, ..., \Gamma_{MN}^{kl}\} \end{bmatrix}.$$

- Ma trận cản [*C*] được xác định tương tự như ma trận độ cứng [*K*], bằng cách sử dụng các ký hiệu *C* và  $\Phi$  thay cho cặp ký hiệu *K* và  $\Gamma$  trong công thức (4.59), với đại lượng  $\Phi$  được xác định theo công thức (4.48).

#### 4.3.3. Điều kiện đầu

. . . . . .

Điều kiện đầu ở đây cũng được chọn tương tự như điều kiện đầu trong các mô hình 1/4 và 1/2 đã trình bày trước đó. Theo đó, điều kiện đầu tương ứng với trạng thái tĩnh được viết như sau:

$$\ddot{\vec{q}}\Big\|_{t=0} = \vec{0}, \ \dot{\vec{q}}\Big\|_{t=0} = \vec{0}, \ \vec{q}\Big\|_{t=0} = \vec{q}_0$$
(4.60)

Véc-tơ chuyển vị tĩnh  $\vec{q}_0$  được xác định bằng cách thay (4.60) vào PTVP chuyển động dạng ma trận (4.55) của hệ và suy ra:

$$[K]_{0}\vec{q}_{0} = \vec{F}_{0} \implies \vec{q}_{0} = [K]_{0}^{-1}\vec{F}_{0}$$
(4.61)

trong đó  $[K]_0$ ,  $\vec{F}_0$  là giá trị tại thời điểm ban đầu (*t*=0) của ma trận độ cứng [K] và véc-tơ lực kích thích  $\vec{F}$ .

Tại thời điểm ban đầu, do xe chạy trên mặt đường bằng phẳng nên:

$$s_j = 1, r_{Dj} = 0, \dot{r}_{Dj} = 0 \ (j=1\div4)$$
 (4.62)

Thay (4.62) vào (4.57) ta nhận được:

$$\vec{F}_{0} = \left[-m_{b}g, 0, 0, -m_{c1}g, 0, -m_{c2}g, 0, -\frac{16\rho g h_{p}}{1\pi^{2}}, -\frac{16\rho g h_{p}}{3\pi^{2}}, \dots, -\frac{16\rho g h_{p}}{(2M-1)(2N-1)\pi^{2}}\right]^{\mathrm{T}}$$
(4.63)

Để tìm  $[K]_0$ , ngoài việc sử dụng các giá trị (4.62), cần xác định hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn biểu diễn bánh xe thông qua các phản lực liên kết tại vết tiếp xúc của các bánh xe với mặt đường ở trạng thái tĩnh. Từ điều kiện cân bằng tĩnh của ô tô, ta xác định được:

$$\begin{cases} F_{Ll}^{0} = F_{L2}^{0} = R_{1} = R_{2} = \frac{1}{2} \left( m_{cl} + m_{b} \frac{a_{2}}{a_{1} + a_{2}} \right) g \\ F_{L3}^{0} = F_{L4}^{0} = R_{3} = R_{4} = \frac{1}{2} \left( m_{c2} + m_{b} \frac{a_{1}}{a_{1} + a_{2}} \right) g \end{cases}$$
(4.64)

Biến dạng của lò xo biểu diễn các bánh xe  $(\Delta z_{Lj}^0)$  và chiều dài của các vết tiếp xúc  $(d_{cj}^0)$  ở trạng thái tĩnh được xác định bởi:

$$\Delta z_{Lj}^{0} = F_{Lj}^{0} / k_{Lj}, \ d_{cj}^{0} = 2\sqrt{r_{0}^{2} - (r_{0} - \Delta z_{Lj}^{0})^{2}} \quad (j=1, 2)$$
(4.65)

Đến đây, chúng ta có thể tính được tất cả các phần tử của ma trận  $[K]_0$ 

theo (4.59) và tính được  $\vec{q}_0$  theo (4.61).

Sau khi tìm được  $\vec{q}_0$ , có thể tìm được hàm chuyển vị của tấm ở trạng thái tĩnh bằng cách sử dụng công thức (4.27):

$$w^{0} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} T_{mn}^{0} \sin \frac{(2m-1)\pi x}{L_{p}} \sin \frac{(2n-1)\pi y}{B_{p}}$$
(4.66)

Các đại lượng  $T_{mn}^0$  trong (4.66) là các phần tử từ thứ 8 đến thứ (7+MN) của véctơ tọa độ suy rộng  $\vec{q}_0$ .

#### 4.3.4. Trình tự giải hệ PTVP dao động của cơ hệ

Hệ phương trình vi phân chuyển đổi dạng ma trận (4.55) có thể được giải bằng phương pháp số theo trình tự sau:

1) Gán các thông số liên quan đến ô tô khảo sát, tấm và nền đàn nhớt biểu diễn đường biến dạng, vận tốc chuyển động, các giá trị của M và N thể hiện kích thước của chuỗi biểu diễn hàm w = w(x, y, t). Tính tọa độ các tâm vết tiếp xúc tại mỗi bánh xe ( $x_{Di}$ ,  $y_{Di}$ ).

2) Mô tả toán học biên dạng mặt đường trên hai vệt bánh xe bên phải và bên trái thể hiện qua các hàm  $r_{\text{Dj}}(t)$  và  $\dot{r}_{\text{Dj}}(t), j=1\div4$ .

3) Lựa chọn quy luật phân bố áp suất. Trên cơ sở đó, xác định các hàm  $U_j(x)$  và tính giá trị đại lượng  $H_{kl}^{(j)}$  ( $H_{mn}^{(j)}$ ) theo (4.33a) và  $\chi_{mn}^{(j)}$  theo (4.42).

4) Chọn khoảng thời gian tính toán  $[0, t_{max}]$  và bước tính  $\Delta t$ .

5) Tính giá trị  $\vec{q}_0$  của véc-tơ tọa độ suy rộng  $\vec{q}$  tại thời điểm ban đầu theo trình tự sau:

- Xác định hợp lực trong các cụm lò xo - giảm chấn  $(F_{Lj}^0)$  biểu diễn bốn bánh xe thông qua các thành phần phản lực từ đường tại thời điểm ban đầu theo (4.64).

- Tính biến dạng  $(\Delta z_{Li}^0)$  của các lò xo biểu diễn bốn bánh xe và chiều dài

vết tiếp xúc  $(d_{cj}^0)$  tương ứng theo (4.65).

- Tính giá trị các đại lượng  $I_{kl}^{(j)}$ ,  $I_0^{(j)}$  theo (4.37) và công thức tương ứng trong Bảng 2.1.

- Tính các giá trị  $\beta_{mn}^{(j)}$  (cũng là  $\beta_{kl}^{(j)}$ ),  $\Phi_{mn}^{kl}$  và  $\Gamma_{mn}^{kl}$  (k,  $m=1 \div M$ , l,  $n=1 \div N$ ) theo các công thức trong (4.48).

- Tính giá trị  $[K]_0$  của ma trận [K] tại thời điểm ban đầu theo (4.59).

- Tính giá trị  $\vec{F}_0$  của  $\vec{F}$  tại thời điểm ban đầu theo (4.63).

- Tính giá trị  $\vec{q}_0$  của véc-to  $\vec{q}$  tại thời điểm ban đầu theo (4.61).

6) Gán *i*:=0,  $t_i$ :=0,  $s_1$ = $s_2$ = $s_3$ = $s_4$ =1,  $\ddot{\vec{q}}_i := \vec{0}$ ,  $\dot{\vec{q}}_i := \vec{0}$ ,  $\vec{q}_i := \vec{q}_0$ .

7) Tính  $\vec{q}_{i+1}$ ,  $\dot{\vec{q}}_{i+1}$ ,  $\ddot{\vec{q}}_{i+1}$  tại thời điểm  $t_{i+1}=t_i+\Delta t$  bằng cách áp dụng phương pháp Newmark.

8) Tính các giá trị  $w_{Dj}^{(i+1)}$ ,  $\dot{w}_{Dj}^{(i+1)}$  tại thời điểm  $t_{i+1}=t_i+\Delta t$  theo (4.41) và các giá trị  $r_{Dj}^{(i+1)}=r_{Dj}(t_{i+1})$ ,  $\dot{r}_{Dj}^{(i+1)}=\dot{r}_{Dj}(t_{i+1})$  theo biên dạng mặt đường đã mô tả.

9) Tính giá trị kiểm tra của các hợp lực lò xo - giảm chấn biểu diễn 4 bánh xe ( $\overline{F}_j$ ) tại thời điểm  $t_{i+1}$  theo các công thức:

$$\begin{cases} \overline{F}_{1} = k_{L1}[(w_{D1} + r_{D1}) - (u_{c1} + b\psi_{c1})] + c_{L1}[(\dot{w}_{D1} + \dot{r}_{D1}) - (\dot{u}_{c1} + b\dot{\psi}_{c1})] \\ \overline{F}_{2} = k_{L2}[(w_{D2} + r_{D2}) - (u_{c1} - b\psi_{c1})] + c_{L2}[(\dot{w}_{D2} + \dot{r}_{D2}) - (\dot{u}_{c1} - b\dot{\psi}_{c1})] \\ \overline{F}_{3} = k_{L3}[(w_{D3} + r_{D3}) - (u_{c2} + b\psi_{c2})] + c_{L3}[(\dot{w}_{D3} + \dot{r}_{D3}) - (\dot{u}_{c2} + b\dot{\psi}_{c2})] \\ \overline{F}_{4} = k_{L4}[(w_{D4} + r_{D4}) - (u_{c2} - b\psi_{c2})] + c_{L4}[(\dot{w}_{D4} + \dot{r}_{D4}) - (\dot{u}_{c2} - b\dot{\psi}_{c2})] \end{cases}$$

10) Suy ra giá trị của 4 tham số trạng thái tiếp xúc  $(s_j)$  và xác định giá trị của các đại lượng,  $\beta_{kl}^{(j)}$ ,  $I_{kl}^{(j)}$ ,  $\Phi_{mn}^{kl}$ ,  $\Gamma_{mn}^{kl}$  tại bước tính (i+1).

11) Tính các ma trận [K], [C] và véc-tơ  $\vec{F}$  tại bước tính (*i*+1).

12) Gán i:=i+1,  $t_i:=t_i+\Delta t$  và lặp lại toàn bộ quá trình tính, từ bước 7.

Quá trình tính toán kết thúc khi  $t_i > t_{max}$ .

Các kết quả nhận được cũng tương tự như mô hình 1/4 và mô hình 1/2.

#### 4.3.5. Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động của cơ hệ

Các trường hợp riêng của hệ PTVP dao động chuyển đổi được đưa ra với mục đích so sánh nhằm thấy được ý nghĩa của việc kể đến hiện tượng mất liên kết và biến dạng của đường. Ba trường hợp riêng cụ thể là:

- Trường hợp 1 (TH 1): không kể mất liên kết và biến dạng của đường.

Trong trường hợp này, PTVP dao động của đường không tồn tại, hệ PTVP dao động của cơ hệ được rút gọn về hệ PTVP dao động của riêng ô tô (4.11)÷(4.17), trong đó đặt  $w_{Dj} \equiv 0$ ,  $\dot{w}_{Dj} \equiv 0$  và  $s_j \equiv 1$  (j=1÷4).

- Trường hợp 2 (TH 2): kể đến mất liên kết nhưng không kể đến biến dạng của đường.

Do bỏ qua biến dạng của đường nên PTVP dao động của đường không tồn tại. Hệ PTVP dao động của toàn bộ cơ hệ chỉ còn của ô tô (4.11)÷(4.17), trong đó đặt  $w_{Dj} \equiv 0$ ,  $\dot{w}_{Dj} \equiv 0$  (*j*=1÷4).

- Trường hợp 3 (TH 3): không kể đến mất liên kết nhưng có kể đến biến dạng của đường.

Hệ PTVP dao động của cơ hệ trong trường hợp này vẫn bao gồm các phương trình (4.11)÷(4.13), (4.49)÷(4.52) và (4.47), trong đó đặt  $s_j \equiv 1$  ( $j=1\div 4$ ).

## 4.4. MỘT SỐ KẾT QUẢ KHẢO SÁT

Tình huống khảo sát cũng được chọn tương tự như các mô hình trước đó đã khảo sát, ô tô chuyển động với vận tốc không đổi sau khi đã đi được một khoảng cách  $x_0$  tính từ thời điểm ban đầu (t=0), sau đó lần lượt vượt qua một mấp mô mặt đường ở vết bánh xe bên phải và bên trái như Hình 3.22 hoặc vượt qua một gờ giảm tốc như Hình 1.3. Các nội dung khảo sát ở đây bao gồm: xác định đáp ứng dao động của xe, các kết quả cũng được so sánh giữa 4 trường hợp với nhau; ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến đáp ứng ĐLH xe trong trường hợp có tính đến cả MLK và biến dạng của đường, các

đại lượng cần quan tâm là giá trị trung bình bình phương (RMS) và giá trị lớn nhất (Max) của gia tốc thân xe, lực tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường; tổng thời gian MLK tại mỗi bánh xe; so sánh về đáp ứng dao động của xe giữa mô hình 1/2 dọc và mô hình không gian trong cùng điều kiện kích thích nhằm đánh giá về sự tương thích giữa hai mô hình.

Các số liệu đầu vào cũng được lấy theo các tài liệu [3], [18] và [63]. Sau đây là các thông số đầu vào được sử dụng chung cho các nội dung khảo sát:

- Các thông số thuộc về xe được lấy theo xe Gaz-66 [18] và [3]:  

$$a_1=1,565m, a_2=1,735m, b=0,90m, c=0,60m, r_0=0,45m, b_L=0,25m,$$
  
 $m_b=2750kg, J_{bx}=760kg.m^2, J_{by}=2135kg.m^2,$   
 $m_{cl}=860kg, J_{cl}=780kg.m^2, m_{c2}=680kg, J_{c2}=630kg.m^2,$   
 $k_{Tf}=246\times10^3$ N/m,  $k_{Lf}=800\times10^3$ N/m,  $c_{Tf}=1,5\times10^3$ N.s/m,  $c_{Lf}=62\times10^3$ N.s/m,  
 $k_{Tr}=196\times10^3$ N/m,  $k_{Lr}=800\times10^3$ N/m,  $c_{Tr}=1,5\times10^3$ N.s/m,  $c_{Lr}=62\times10^3$ N.s/m.  
- Các thông số về nền đường và tấm đàn hồi được lấy theo [63]:  
 $L_p=160m, B_p=40m, h_p=0,35m, E=1,6\times10^9$  N/m<sup>2</sup>,  $\rho=2500$  kg/m<sup>3</sup>,  
 $v=0,25, k_S=8\times10^6$  N/m<sup>2</sup>,  $c_S=3\times10^4$  N.s/m<sup>2</sup>.  
- Các tham số liên quan đến tính toán số:  
 $t_0=0,5s, t_{max}=4s, \Delta t=0,001s, M=5, N=5.$ 

#### 4.4.1. Khảo sát đáp ứng dao động của ô tô

Tình huống khảo sát như đã trình bày ở trên, ở đây sẽ khảo sát hai dạng kích thích từ BDMĐ là dạng xung kiểu parabol (Hình 1.2*c*) và dạng sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp (Hình 1.1), quy luật phân bố áp suất tại diện tích tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường được chọn ở dạng cô-sin (Hình 2.3).

## 4.4.1.1. Khi đi qua mấp mô mặt đường dạng xung

Vận tốc chuyển động *V*=20km/h, các mấp mô mặt đường có dạng xung kiểu parabol (Hình 3.22) với các kích thước:  $h_P$ =0,10m,  $l_P$ =0,70m,  $h_T$ =0,12m,  $l_T$ =0,65m, d=1,5m. Sau đây là một số kết quả quan tâm nhận được:



Hình 4.8: Chuyển vị góc ngang thân xe







Hình 4.10: Lực tiếp xúc tại bánh xe 1



Hình 4.11: Lực tiếp xúc tại bánh xe 2



Hình 4.13: Lực tiếp xúc tai bánh xe 4

Thời gian, [s]

Từ các kết quả ở dạng đồ thị nhận được ta có một số nhận xét:

- Biên độ của các thành phần dao động thân xe và lực tiếp xúc tại mỗi bánh xe tăng nhanh khi xe đi qua vị trí có mấp mô mặt đường sau đó dao động tắt dần, điều này là phù hợp với thực tiễn.

- Có sự khác biệt rõ rệt về đáp ứng dao động của các thành phần dao động thân xe giữa các trường hợp có tính MLK và không tính MLK.

MLK đã xảy ra trên cả bốn bánh xe. Điều này được thể hiện trên các
 Hình 4.10÷4.13 bởi những đoạn trùng với đường 0 của giá trị lực tiếp xúc.

- Ảnh hưởng của biến dạng đường đến đáp ứng dao động của xe trong trường hợp không tính đến MLK là không đáng kể, điều đó được thể hiện qua các đồ thị cùng loại của trường hợp 1 và trường hợp 3 gần như trùng nhau.

# 4.4.1.2. Khi đi qua mấp mô mặt đường dạng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp

Vận tốc chuyển động V=50km/h, mấp mô mặt đường tại hai vết bánh xe dạng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp, các kích thước được suy từ Hình 3.22 như sau:  $h_P$ =0,12m,  $l_P$ =10m,  $h_T$ =0,15m,  $l_T$ =10m, d=1,5m. Sau đây là một số kết quả khảo sát được thể hiện ở dạng đồ thị.



Hình 4.15: Gia tốc thẳng đứng cầu sau



Hình 4.17: Lực tiếp xúc tại bánh xe 3

Từ một số kết quả đặc trưng nhận được ta có nhận xét:

- Mất liên kết đã xảy ra tại hai bánh xe, bánh xe 2 xảy ra trước vì đi vào mấp mô mặt đường trước. Điều đó được thể hiện bởi các đoạn đồ thị trùng với đường 0 trên các Hình 4.16 và Hình 4.17.

 Có sự khác biệt về đáp ứng dao động của xe giữa các trường hợp có tính đến mất liên kết với các trường hợp không tính đến mất liên kết (trường hợp 2 va 4 so với trường hợp 1 và 3).

## 4.4.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc chuyển động

Khảo sát trong trường hợp có tính đến cả MLK và biến dạng của đường (trường hợp 4) với vận tốc xe từ 0÷80km/h, các số liệu đầu vào được lấy tương tự như mục 4.4.1.2 ở trên. Các kết quả cần quan tâm đó là giá trị trung bình bình phương (RMS) gia tốc thẳng đứng của thân xe và hai cầu xe, giá trị trị RMS và giá trị lớn nhất (Max) của lực tiếp xúc tại 4 bánh xe, tổng thời gian MLK của các bánh xe.



Hình 4.18: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS gia tốc thẳng đứng của thân xe và hai cầu xe



Hình 4.19: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị RMS của lực tiếp xúc tại 4 bánh xe



**Hình 4.20:** Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến giá trị Max của lực tiếp xúc tại 4 bánh xe



Hình 4.21: Ảnh hưởng của vận tốc chuyển động đến tổng thời gian mất liên kết tại 4 bánh xe

Từ các đồ thị trên nhận thấy:

- Giá trị RMS của gia tốc thẳng đứng thân xe, cầu trước và cầu sau nhìn chung tăng khi tăng vận tốc chuyển động. Khi vận tốc dưới 60km/h thì gia tốc thẳng đứng của hai cầu có giá trị như nhau nhưng lớn hơn giá trị của thân xe. Khi vận tốc trên 60km/h thì gia tốc thẳng đứng của cầu sau là lớn nhất sau đó lần lượt đến cầu trước và thân xe (Hình 4.18).

- Giá trị RMS và Max của lực tiếp xúc tại mỗi bánh xe tăng khi tăng vận tốc chuyển động và tăng nhanh từ 50km/h. Giá trị Max lớn hơn rất nhiều giá trị RMS (Hình 4.19 và Hình 4.20), điều này là hoàn toàn hợp lý vì mất liên kết đã xảy ra trên cả 4 bánh xe từ 45km/h (Hình 4.21).

- MLK đã bắt đầu xảy ra khi xe đạt vận tốc 35 km/h (tại bánh xe 1), tổng thời gian MLK tại các bánh xe tăng nhanh khi vận tốc tăng từ 50÷80km/h. Trong khoảng vận tốc 60÷70km/h thì tổng thời gian MLK của bánh xe 1 và 2 có xu hướng giảm nhưng sau đó lại tăng nhanh trong khoảng 70÷80km/h (Hình 4.21). Nhìn chung quy luật thời gian MLK thay đổi không rõ ràng.

# 4.4.3. So sánh đáp ứng dao động của ô tô giữa mô hình không gian với mô hình 1/2 dọc

Đáp ứng dao động của xe giữa mô hình không gian và mô hình 1/2 dọc sẽ được so sánh với nhau trong trường hợp có kể đến cả MLK và biến dạng của đường (trường hợp 4) trong cùng điều kiện (kích thích từ BDMĐ, các thông số về xe và đường), trên cơ sở đó sẽ đánh giá về sự tương thích giữa hai mô hình. Để so sánh được thì dữ liệu đầu vào trong tính toán số của hai mô hình phải tương đồng, cụ thể chúng phải có cùng khối lượng thân xe và 2 cầu xe, hệ số độ cứng hệ số cản của hệ treo và bánh xe tương ứng với hai cầu trong mô hình 1/2 dọc phải lớn hơn 2 lần so với mô hình không gian. Ngoài ra, các thông số về mặt đường, nền đường cũng phải được lấy như nhau.

Như đã trình bày ở trên, để có sự tương đồng giữa hai mô hình thì bộ số liệu đầu vào dùng để tính toán số trong mô hình 1/2 dọc sẽ được lấy dựa theo mô hình không gian như sau:

- Các giá trị của thông số xe:

 $a_1 = 1,565 \text{ m}, a_2 = 1,735 \text{ m}, r_0 = 0,45 \text{ m}, b_L = 0,25 \text{ m},$   $m_b = 2750 \text{kg}, J_b = 2135 \text{kg.m}^2, m_{cI} = 860 \text{kg}, m_{c2} = 680 \text{kg},$   $k_{TI} = 2k_{Tf} = 492 \times 10^3 \text{N/m}, k_{T2} = 2k_{Tr} = 392 \times 10^3 \text{N/m},$   $k_{L1} = k_{L2} = 2k_{Lf} = 2k_{Lr} = 1600 \times 10^3 \text{N/m},$   $c_{TI} = c_{T2} = 2c_{Tf} = 2c_{Tr} = 3 \times 10^3 \text{N.s/m},$   $c_{L1} = c_{L2} = 2c_{Lf} = 2c_{Lr} = 124 \times 10^3 \text{N.s/m}.$ - Các thông số về nền đường và dầm đàn hồi:  $L_B = L_p = 160 \text{m}, b_B = b_p = 40 \text{m}, h_B = h_p = 0.35 \text{m}, E = 1,6 \times 10^9 \text{ N/m}^2,$   $\rho = 2500 \text{kg/m}^3$ ,  $k_s = 8 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ ,  $c_s = 3 \times 10^4 \text{ N.s/m}^2$ .

- Vận tốc chuyển động của xe: V=20km/h.

- Số các số hạng N dùng để xấp xỉ hàm chuyển vị w = w(x, t): N=5

- Khoảng thời gian tính toán:  $t_0 = 0.5$ ,  $t_{max} = 4$ s,  $\Delta t = 0.001$ .

 Quy luật phân bố áp suất tại diện tích tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường được lấy theo dạng cô-sin (Hình 2.3).

- Kích thích từ BDMĐ: dạng một gờ giảm tốc với mặt cắt ngang kiểu parabol, để có dạng kích thích như trên thì các thông số trên Hình 3.22 sẽ được lấy như sau:  $h_P = 0,12m$ ,  $l_P = 0,65m$ ,  $h_T = 0,12m$ ,  $l_T = 0,65m$ , d=0,0m.



Hình 4.22: Chuyển vị thẳng đứng của thân xe



Hình 4.23: Chuyển vị góc dọc của thân xe







Hình 4.25: Lực tiếp xúc bánh xe cầu trước



Hình 4.26: Lực tiếp xúc bánh xe cầu sau

Từ các kết quả đặc trưng nhận được cho thấy:

- Chuyển vị thẳng đứng, chuyển vị góc dọc và gia tốc thẳng đứng của thân xe trong hai mô hình là hoàn toàn như nhau (Hình 4.22÷Hình 4.24).

- Lực tiếp xúc tại mỗi bánh xe trong cùng một cầu có quy luật là như nhau, nhưng ở tại cùng một thời điểm thì lực tiếp xúc của bánh xe trong mô hình 1/2 dọc có giá trị lớn gấp đôi, điều này là do trong mô hình không gian tải trọng được phân bố đều cho hai bánh xe trên cùng một cầu. Mất liên kết đã xảy ra và tổng thời gian mất liên kết của bánh xe thuộc cùng một cầu ở hai mô hình là như nhau, điều đó được thể hiện qua hai đoạn trùng với đường 0 của giá trị lực tiếp xúc (Hình 4.25 và Hình 4.26).

Như vậy có thể khẳng định mô hình không gian và mô hình 1/2 dọc là hoàn toàn tương thích, nghĩa là trong điều kiện kích thích hai bên vệt bánh xe như nhau thì mô hình 1/2 dọc có thể thay thế mô hình không gian để khảo sát đáp ứng động lực học của xe.

#### 4.5. KẾT LUẬN CHƯƠNG 4

Mô hình không gian của hệ xe - đường kết hợp có tính đến MLK, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc đã được xây dựng. Trong đó, ô tô được mô hình hóa ở dạng không gian 7 bậc tự do với hệ thống treo phụ thuộc, biến dạng của đường được biểu diễn thông qua tấm phẳng hình chữ nhật đàn hồi trên nền đàn nhớt Kelvin. Hệ PTVP dao động của cơ hệ được thiết lập, việc chuyển phương trình có chứa đạo hàm riêng về PTVP thường bằng cách áp dụng để giải hệ PTVP dao động của cơ hệ. Thông qua chương trình tính cho phép xác định đáp ứng dao động của xe, khảo sát ảnh hưởng của vận tốc đến đáp ứng ĐLH xe đồng thời cũng đưa ra so sánh về đáp ứng dao động của xe giữa mô hình 1/2 dọc với mô hình không gian trong cùng điều kiện kích thích nhằm đánh giá về sự tương thích giữa hai mô hình.

Từ các kết quả khảo sát nhận được có thể khẳng định:

 Úng xử của cơ hệ là phù hợp với thực tiễn, do đó khẳng định độ tin cậy của mô hình khảo sát và phương pháp tính toán.

2) Có sự khác biệt rõ rệt về ứng xử của cơ hệ trong trường hợp có tính đến và không tính đến hiện tượng MLK. Do đó việc kể đến hiện tượng mất liên kết trong xây dựng các mô hình dao động của ô tô là cần thiết.

 Với kích thích từ BDMĐ ở dạng xung thì MLK dễ xảy ra hơn so với kích thích sóng hình sin nhiều chu kỳ liên tiếp.

4) Vận tốc chuyển động có ảnh hưởng nhiều đến đáp ứng ĐLH xe, khi vận tốc chuyển động tăng thì tổng thời gian MLK và giá trị lực tương tác xeđường tại các bánh xe cũng tăng.

5) Trong cùng điều kiện kích thích và sự tương đồng giữa các thông số về xe và đường thì mô hình 1/2 dọc có thể thay thế mô hình không gian để khảo sát đáp ứng động lực học của xe.

# KẾT LUẬN CHUNG

Luận án đã giới thiệu khái quát về những vấn đề chung nghiên cứu dao động ô tô như mô hình khảo sát, phương pháp nghiên cứu, các nguồn kích thích dao động, các đại lượng phản ánh dao động và phân loại các bài toán về dao động ô tô. Ngoài ra, luận án cũng đã tổng hợp các công trình nghiên cứu dao động ô tô trong nước và trên thế giới trong thời gian gần đây. Qua việc phân tích, đánh giá các công trình nghiên cứu có liên quan, luận án đã đề xuất các mô hình nghiên cứu gồm cả mô hình phẳng và mô hình không gian để khảo sát dao động ô tô nhằm dần hoàn thiện cơ sở lý thuyết nghiên cứu dao động ô tô.

## A. MỘT SỐ KẾT QUẢ ĐẠT ĐƯỢC CỦA LUẬN ÁN

 Luận án đã tổng hợp và đánh giá tình hình nghiên cứu dao động ô tô trong nước và trên thế giới. Trên cơ sở đó, xác định những vấn đề mà luận án cần tập trung giải quyết khi nghiên cứu dao động ô tô có tính đến hiện tượng MLK giữa bánh xe với mặt đường và biến dạng của đường.

2) Mô hình bánh xe tiếp xúc với mặt đường khi có tính đến hiện tượng MLK giữa bánh xe với mặt đường và biến dạng của đường được đề xuất, trong đó có tính đến sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc tại mỗi bánh xe.

3) Mô hình xe - đường kết hợp từ mô hình phẳng đến mô hình không gian khi có tính đến hiện tượng MLK và biến dạng của đường đã được đề xuất cho phép hợp nhất các pha dao động (liên kết - mất liên kết - liên kết trở lại) thành một quá trình chuyển động duy nhất. Trong từng mô hình, hệ PTVP dao động cùng với phương pháp giải được trình bày một cách chi tiết.

4) Các bộ chương trình tính toán số được viết trong phần mềm Matlab cho phép khảo sát đáp ứng dao động của xe và lực tương tác xe - đường. Các kết quả khảo sát được so sánh với 3 dạng mô hình (không tính MLK và biến dạng của đường, tính biến dạng của đường nhưng không tính MLK, tính MLK nhưng không tính biến dạng của đường). Hơn nữa, luận án cũng khảo sát ảnh hưởng của một số yếu tố đến đáp ứng ĐLH xe và tổng thời gian MLK tại mỗi bánh xe như: vận tốc chuyển động, độ cứng nền đường, các dạng kích thích động học từ BDMĐ theo kiểu tiền định, các quy luật phân bố áp suất.

5) Đưa ra so sánh về đáp ứng động lực học của xe giữa mô hình 1/4 với mô hình 1/2 ngang và mô hình 1/2 dọc với mô hình không gian trong cùng điều kiện kích thích, trên cơ sở đó đánh giá về sự tương thích giữa chúng.

## B. MỘT SỐ ĐÓNG GÓP MỚI CỦA LUẬN ÁN

Về mặt khoa học:

 Đã xây dựng được các mô hình xe - đường kết hợp gần với thực tế hơn khi tính đến hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe với mặt đường, biến dạng của đường và sự thay đổi kích thước vết tiếp xúc.

2) Thiết lập được hệ PTVP dao động tương ứng với các mô hình, trong đó đề xuất sử dụng tham số trạng thái tiếp xúc và cách chuyển hệ PTVP dao động có chứa phương trình đạo hàm riêng về hệ PTVP thường với ẩn hàm phụ thuộc thời gian.

3) Đã xây dựng được chương trình tính toán tương ứng với từng mô hình trong phần mềm Matlab cho phép xác định đáp ứng ĐLH của cơ hệ và khảo sát các yếu tố cần quan tâm.

## Về mặt thực tiễn:

Kết quả nghiên cứu của luận án có thể được áp dụng để tính toán giới hạn vận tốc xe trên các loại đường giao thông hay đánh giá ảnh hưởng dao dộng của hệ thống xe - đường đến các công trình xây dựng xung quanh. Từ mô hình dao động có thể tính toán bộ số liệu đầu vào cho các bài toán thiết kế, kiểm nghiệm bền của xe và đường hay bài toán tối ưu hóa hệ thống treo, v.v. Ngoài ra, luận án cũng góp phần hoàn thiện nghiên cứu mang tính học thuật về dao động ô tô và lực tương tác xe-đường, cũng như giải quyết những vấn đề thực tế đặt ra về khai thác sử dụng của cả xe và đường.

## C. CÁC ĐỊNH HƯỚNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO

Mặc dù luận án đã xây dựng và khảo sát mô hình kết hợp xe - đường sát với thực tế khi có tính đến hiện tượng MLK và biến dạng đường. Tuy nhiên, theo nhận định của tác giả, vẫn còn một số vấn đề cần tiếp tục mở rộng nghiên cứu tiếp theo.

Trong luận án này, tác giả khảo sát dao động của xe hai cầu với hệ thống treo phụ thuộc, mô hình được xây dựng dựa trên các giả thiết về ứng xử tuyến tính của hệ thống treo và lốp xe, kích thích động học từ biên dạng mặt đường theo dạng tiền định. Do đó, cần mở rộng mô hình khảo sát đối với xe nhiều cầu hay đoàn xe, chú ý tập trung giải quyết một số vấn đề ảnh hưởng đến hiện tượng MLK như: xe có hệ thống treo độc lập, kích thích động học từ biên dạng mặt đường theo dạng ngẫu nhiên, có xét đến các yếu tố phi tuyến trong ứng xử của hệ thống treo và bánh xe. Đây là những chủ đề quan trọng thu hút sự quan tâm cần tập trung nghiên cứu trong tương lai.

Đầu tư các trang thiết bị chuyên dụng để thu thập và xử lý số liệu, tiến hành thực nghiệm hiện trường về hiện tượng MLK trong điều kiện giao thông đường bộ tại Việt Nam.

Ngoài ra, hiện tượng cộng hưởng hay hiện tượng va chạm cũng cần được xem xét nhằm đánh giá ảnh hưởng của chúng đến hiện tượng MLK, đây cũng là những nội dung nhằm hoàn thiện tổng thể bài toán khảo sát dao động ô tô cũng như bài toán động lực học xe trong hệ xe - đường kết hợp.

# DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ CÔNG BỐ

- [1] Phùng Mạnh Cường, Vũ Công Hàm, Trần Quang Dũng. Khảo sát dao động của ô tô theo mô hình phẳng có kể đến hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe với mặt đường. Kỷ Yếu Hội Nghị Khoa học Công nghệ toàn quốc về Cơ Khí Động lực, TP. HCM 14/10/ 2017, tập 2, trang 326-332, ISBN: 978-604-73-5603-4.
- [2] Phùng Mạnh Cường, Nguyễn Đình Dũng, Vũ Công Hàm. Khảo sát dao động và lực tương tác giữa xe và đường khi biến dạng của đường được kể đến. Kỷ Yếu Hội Nghị Khoa học Công Nghệ toàn quốc về Cơ Khí - Động lực, TP. HCM 14/10/ 2017, tập 2, trang 267-273, ISBN: 978-604-73-5603-4.
- [3] Ham V.C., Cuong P.M. Consideration on vibration of automobiles in spatial model with the loss of contact taken into account. International Journal of Applied Engineering Research, India, 2020, Vol. 15, Number 6, pp. 594-599, ISSN: 0973-4562.
- [4] Ham V.C., Cuong P.M., Dung T.Q. Consideration of the problem about vibration of automobiles in one-fourth model with taking road deformation and the loss of contact into account. Journal of Vibroengineering, Luthiania, Vol. 22, Issue 4, 2020, pp. 945-958, ISSN 1392-8716, ESCI/Q3.

DOI https://doi.org/10.21595/jve.2019.20849

[5] Ham V.C., Cuong P.M., Dung T.Q. Consideration on lateral vibration of automobiles in quasi-planar with wheel separation and road deformation taken into account. Journal of Vibroengineering, Luthiania, Vol. 23, Issue 1, 2021, pp. 256-272, ISSN 1392-8716, ESCI/Q3.

DOI https://doi.org/10.21595/jve.2020.21670

[6] Ham V.C., Cuong P.M., Dung T.Q. Consideration of longitudinal vibration of automobiles in planar model with taking road deformation and loss of contact into account. Journal of Vibroengineering, Luthiania, Vol. 23, Issue 4, 2021, pp. 994-1010, ISSN 1392-8716, ESCI/Q3.

DOI https://doi.org/10.21595/jve.2021.21575

 [7] Ham V.C., Cuong P.M., Dung T.Q. Vibration Analysis of Two-Axle Automobiles in Spatial Model with Wheel Separation. Journal of Vibration Engineering & Technologies, Springer, 15 june 2021, SCIE/Q3.
 DOI https://doi.org/10.1007/s42417-021-00331-9

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

#### Tài liệu tiếng Việt

- [1] Trần Thanh An (2011), Nghiên cứu tối ưu các thông số hệ thống treo ô tô khách sử dụng tại Việt Nam, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [2] Đào Huy Bích (2000), *lý thuyết đàn hồi*, Nxb Hà Nội.
- [3] Nguyễn Đình Dũng (2018), Nghiên cứu tương tác động lực học giữa xe và đường, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [4] Đặng Việt Hà (2010), Nghiên cứu ảnh hưởng của một số thông số tới độ êm dịu chuyển động của ô tô khách được đóng mới ở Việt Nam, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [5] Vũ Công Hàm, Trần Văn Bình (2014), Lý thuyết dao động, Nxb Quân đội Nhân dân.
- [6] Vũ Công Hàm, Trần Quang Dũng (2007) Dao động cơ học, tập 1 và 2, Học viện kỹ thuật quân sự, Hà Nội.
- [7] Vũ Công Hàm, Vũ Quốc Trụ, Nguyễn Đình Dũng (2015), Dao động của ô tô hai cầu theo mô hình hệ không gian 7 bậc tự do, Tạp chí Giao thông Vận tải, 9/2015, pp. 57-59.
- [8] Vũ Công Hàm, Vũ Quốc Trụ, Nguyễn Đình Dũng (2015), Khảo sát dao động của ô tô hai cầu theo mô hình không gian trong trường hợp hệ số cản của giảm chấn khác nhau giữa hai hành trình nén và trả, Tuyển tập Báo cáo Khoa học, Hội nghị Toàn quốc Máy & Cơ cấu, ĐH Bách khoa TPHCM, 31/10 ÷ 01/11/2015, pp. 233-245.
- [9] Vũ Công Hàm, Nguyễn Đình Dũng (2016), Vibration of an automobile moving on an inclined road - formulation of the problem, Proceedings of The National Conference on Engineering Mechanics and Automation, Hanoi, 10/2016.

- [10] Vũ Công Hàm, Nguyễn Đình Dũng (2016), Dao động của ô tô chuyển động trên đường nghiêng - Tính dao động và lực tương tác giữa xe và đường, Tuyển tập Báo cáo Khoa học, Hội nghị Cơ học toàn quốc về Cơ học kỹ thuật và Tự động hóa, Đại học Bách khoa Hà Nội, 10/2016.
- [11] Vũ Công Hàm, Nguyễn Đình Dũng (2015), Nghiên cứu hiện tượng mất liên kết giữa bánh xe ô tô và mặt đường gây bởi dao động theo phương thẳng đứng, Tuyển tập Báo cáo Khoa học, Hội nghị Cơ học kỹ thuật Toàn quốc, Đà Nẵng, 03 ÷ 05/8/2015, pp. 108-115.
- [12] Vũ Công Hàm, Nguyễn Đình Dũng (2016), Xác định các đặc trưng tiếp xúc trong bài toán tương tác động lực học giữa xe và đường, Tạp chí Giao thông Vận tải, 8/2016, pp. 108-110.
- [13] Nguyễn Phúc Hiểu (2002), Lý thuyết ô tô quân sự (Chương 7), Nxb Quân đội Nhân dân, Hà Nội.
- [14] Đào Mạnh Hùng (2006), Nghiên cứu ảnh hưởng của điều kiện khai thác đến tải trọng tác dụng lên chi tiết ôtô sử dụng ở Việt Nam, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [15] Nguyễn Văn Hùng (2016), Nghiên cứu dao động lắc ngang của ô tô sản xuất và lắp ráp tại Việt Nam, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [16] Nguyễn Văn Khang (2005), Dao động kỹ thuật, Nxb Khoa học & Kỹ thuật, Hà Nội.
- [17] Vũ Đức Lập (2011), Dao động ô tô, Học viện kỹ thuật quân sự, Hà Nội.
- [18] Vũ Đức Lập (2004), Sổ tay tra cứu tính năng kỹ thuật ô tô, Học viện kỹ thuật quân sự, Hà Nội.
- [19] Lê Quang Minh, Nguyễn Văn Vượng (2004), Sức bền vật liệu, Nxb Giáo dục.
- [20] Trần Minh Sơn (2002), Nghiên cứu khả năng chịu tải của vỏ xe dưới tác dụng tải trọng mặt đường ngẫu nhiên ở Việt Nam, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.

- [21] Nguyễn Hùng Sơn (2011), Nghiên cứu dao động ô tô theo quan điểm an toàn chuyển động, Luận văn Thạc sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [22] Nguyễn Văn Trà (2005), Nghiên cứu ứng dụng hệ thống treo bán tích cực ở sơ đồ 1/4 để nâng cao độ êm dịu chuyển động của ô tô, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.
- [23] Nguyễn Ngọc Tú (2016), Nghiên cứu tính ổn định của ô tô kéo moóc, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Hà Nội.

#### Tài liệu tiếng Anh

- [24] A. Bala Raju, R. Venkatachalam (2013), Frequency Respose of Semi Independent Automobile Suspention System, International Journal of Engineer Research & Technology, vol. 2 (10), pp. 2278 - 0181.
- [25] A. Bala Raju and R. Venkatachalam (2013), Analysis Of Vabrations Of Automobile Suspension System Using Full - Car – Model, International Journal of Scientific and Engineering Research, Volume 4(9).
- [26] Agostinacchio, D. Ciampa, S. Olita (2014), *The Vibration Induced by Surface Irregularities in Road Pavement A Matlab Approach*, Transp. Res. Rev, 6, pp. 276 275, Doi 10. 1007/s 12544 013 0127 8.
- [27] A. Mitra, N. Benerjee, H.A khalane, M.A. Sonawane, D.R. Joshi, G.R. Bagul (2013), *Simulation and Analysis of Full Car Model for Various Road Profile on a Analytically Validated Matlab/ Simulink Model*, IOSR Journal of Mechanical and Engineering (IOSR JMCE) ISSN (e): 2278 1685, ISSN (p): 2320 334X, pp. 22 33.
- [28] By Luis Baeza, Huajiang Ouyang (2008), Dynamics of a truss structure and its moving-oscillator exciter with separation and impact– reattachment, Proceeding of the Royal Society A, 464, pp. 2517-2533, https://doi.org/10.1098/rspa.2008.0057.
- [29] Canteroa D, E.J.Obriena, and González A. (2010), *Modelling the Vehicle in Vehicle-Infrastructure Dynamic Interaction Studies*, Proceedings of

the Institution of Mechanical Engineers, Part K, Journal of Multi-body Dynamics, 224 (K2), pp. 243-248.

- [30] Dan Stăncioiu, Huajiang Ouyang, John E. Mottershead (2008), Vibration of a beam excited by a moving oscillator considering separation and reattachment, Journal of Sound and Vibration, 310, pp. 1128-1140, https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.08.019.
- [31] Dan Stăncioiu, Huajiang Ouyang, John E. Mottershead (2009), Vibration of a continuous beam with multiple elastic supports excited by a moving two-axle system with separation, Meccanica, 44, pp. 293–303, https://doi.org/10.1007/s11012-008-9172-0.
- [32] Donghao Hao, Changlu Zhao and Ying Huang (2018), A Reduced Oder Model for Artive Suppression Contral of vehicle Longitudinal Low -Frequency Vabration, Hindawi Shock and Vibration, Article ID 5731347.
- [33] D.Y. Zhu, Y.H. Zhang, H. Ouyang (2015). A linear complementarity method for dynamic analysis of bridges under moving vehicles considering separation and surface roughness, Computers and Structures, 154, pp. 135–144.

https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.03.015

- [34] Gamaleddine Elnashar, Rama B. Bhat and Ramin Sedaghati (2019), Modeling and dynamic analysis of a vehicle-flexible pavement coupled system subjected to road surface excitation, Journal of Mechanical Science and Technology 33 (7), pp. 3115-3125, doi 10.1007/s12206-019-0606-5.
- [35] Hu Ding, Yan Yang, Li Qun Chen, Shao Pu Yang (2014), Vibration of Vehicle - Pavement Coupled System Based on a Nonlinear Foundation, Journal of Sound and Vibration, 333, pp. 6623 - 6636.
- [36] Ikbal Eski, Sahin Yildirim (2009), Vibration Control of Vehicle Active

Suspension System Using a New Robust Network Control System, Simulation Modelling Practive and Theory, 17, pp. 778 - 793.

- [37] Jazar Reza N (2008), Vehicle Dynamics: Theory and Application, Spring Street, New York, USA.
- [38] Keren Chen, Shuilong He, Enyong Xu, Rongjiang Tang, Yanxue Wang (2020), Research on ride comfort analysis and hierarchical optimization of heavy vehicles with coupled nonlinear dynamics of suspension, Measurement 165, https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108142.
- [39] Li-Xin Guo and Li-Ping Zhang (2010), Vehicle Vibration Analysis in changeable Speeds Solved By Pseudoexcitation Method, Hindawi Publishing Corporation, Article ID 802720, 14 pages, doi10.1155/2010/820720.
- [40] Liu Yong Chen, Sunli, Liang Kun and Xulichao (2014), A Method of Acquiring Dynamic Road roughness Base on Vehicle - Road Vertical Coupling, The Open Automation and Control Systems Journal, 6, pp. 616 - 620.
- [41] Lu Sun (2013), An Overview of a Unified Theory of Dynamics of Vehicle - Pavement Interaction Under Moving and Stochastic Load, J.
   Mod. Transport, 21 (3), pp. 135 - 162, doi 10/1007/s 40534-013-0017-8.
- [42] Lu Yongjie, Huai Wenqing and Zhang Junning (2018), Construction of Three - Dimensional Road Surface and Application on Interaction Betwen Vehicle and Road, Hindawi Shock and Vibration, Article ID 2535409.
- [43] Mahmoud Rababah, Atanu Bhuyan (2013), Passive Suspension Modelling and Analysis of a Full - Car Model, International Journal of Avanced Science Engineering Technology, Vol. 3(2), pp. 250- 261.
- [44] Qiang Li, Xiaoli Yu and Jian Wu (2018), An Improved Gentic Algorithm to Optimize Spatial Locations for Double - Wishbone Type Suspension

*System with Time Delay*, Hindawi Mathematical Problems in Engineering Volume 2018, Article ID 6583908.

- [45] Roberto Spinola Barbosa (2011), Vehicle dynamic response due to pavement roughness, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. Vol.33(3).
- [46] Roberto Spinola Barbosa (2012), Vehicle Vibration Subjected To Longwave Meansured Pavement Irregularity, Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2(2), pp. 17-24, doi10.5923. 20120202.04.
- [47] Rong Xia Xia, Jin Hui Li, Jie He and Deng Feng Shi (2015), Effect Analysis of Vehicle System Parameters on Dynamic Response of Pavement, Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering, Article ID 561478.
- [48] Sergey Sergeevich Shadring, Oleg Olegovich Varlamov and Andrey Mikhailovich Ivanov (2017), *Experimental Autonomous Road Vehicle* with Logical Artificial Intelligence, Hindawi Journal of Advanced Transportation, Article ID 2492765.
- [49] Shaohuali, Yongjie Lu and Haoyu Li (2011), Effect of Parameters on Dynamics of a Nonlinear Vehicle - Road Coupled System, Journal of Computers, Vol. 6(12).
- [50] Shousong Han, Zhiqiang Chao and Xiang Bo Liu (2017), Research on the Effect of Hydropneumatic Parameter on Tracked Vehicle Ride Safety Based on Cosimulation, Hindawi shock and Vibration, Article ID 1256536.
- [51] Shui Ting Zhou, Yi Jui Chiu, I.Hsiang Lin (2017), The Parameters Optimizing Design of Double Suspension Arm Torsion Bar in the Electric Sight - Seeing car by Random Vibration Analyzing Method, Hindawi Shock and Vibration, Article ID 8153756.
- [52] S. S. Rao (2014), Mechanical Vibrations, Prentice Hall, New York.

- [53] Syabillab Sulaiman, Pakharuddin Mohd Samin, Hishamuddin Jamaluddin, Roslan Abd Rahman, Mohamad Safwan Burhaumudin (2012), *Modeling and Validation of 7 - DOF Ride Model for Heavy Vehicle*, International Conference on Automotive, Mechanical and Materials Engineering (ICAMME 2012) Penang Malaysia, May 19-20.
- [54] T.P. Waters, Y. Hyn, M. J. Brennan (2009), The Effect of Dual Rate Suspension Damping on Vehicle Response to Transient Road Inputs, Journal of Vibration and Acoustic, Vol. 131/011004 - 1.
- [55] U. Lee (1996), Revisiting the moving mass Problem: Onset of Separation Between the mass and Beam, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 118, pp. 516-521.
- [56] U. Lee (1998). Separation between the flexible structure and the moving mass sliding on it, Journal of Sound and Vibration, 209(5), pp. 867–877.
- [57] Van Liem Nguyen, Khac Tuan Nguyen (2018), Evaluating the effect of the working conditions on the ride comfort and road friendliness of the heavy truck, Vibroengineering Procedia, December 2018, Vol 21, https://doi.org/10.21595/vp.2018.20309.
- [58] Vladan Ilie (2015), Relationship between Road Roughness and Vehicle Speed, 41<sup>th</sup> Anniversary Faculty of civil Engineering Subotica International Conference Contemporary achievements in civil Engineering 24 April 2015. Subotica, Serbia.
- [59] Wei Gao, Nong Zhang, and Jun Dai (2008), A stochastic quarter car model for dynamic analysis of vehicle with uncertain parameters, International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol. 46(12), pp. 1159 - 1169.
- [60] Xuan-Toan Nguyen, Van-Duc Tran, and Nhat-Duc Hoang (2017), A Study on the Dynamic Interaction between Three-Axle Vehicle and Continuous Girder Bridge with Consideration of Braking Effects,

Hindawi Journal of Construction Engineering, Article ID 9293239, 12 pages, https://doi.org/10.1155/2017/9293239.

- [61] Xue Wen Chen and Yue Zhou (2018), Modelling and Analysis of Automobile Vibration System Based on Fuzzy Theory Under Diffirent Road Excitation Information, Hindawi Complexity, Article ID 2381568, 9 pages, doi. org/10.1155/2018/ 2381568.
- [62] Ya Gao, Jin Shi, Chenxu Lu (2019), A Two-Step Composite Time Integration Scheme for Vehicle-Track Interaction Analysis considering Contact Separation, Hindawi Shock and Vibration, Article ID 1212069, 13 pages.
- [63] Yang S, Chen L, Li S (2015), *Dynamics of vehicle road coupled* Systems. Science Press, Beijing & Springer – Verlag Berlin Heidelberg.
- [64] Yang S, Li S, Lu Y (2010), *Investigation on dynamical interaction between a heavy vehicle and road pavement*, Vehicle System Dynamics 48(8), pp. 923–944, https://doi.org/10.1080/00423110903243166.
- [65] Yao Zhang, Haisheng Zhao, Seng Tjhen Lie (2018), A nonlinear multispring tire model for dynamic analysis of vehicle-bridge interaction system considering separation and road roughness, Journal of Sound and Vibration, 436, pp. 112-137, https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.08.039.
- [66] Y. S. Cheng, F. T. K. Au, Y. K. Cheung and D. Y. Zheng (1999), On the separation between moving vehicles and bridge, Journal of Sound and Vibration, 222(5), pp. 781-801.
- [67] Yuanqiang Cai, Yao Chen, Zhiang Cao, Honglei Sun, Lin Guo (2015), Dynamic Responses of a Saturated Poroetatic Half - Space Generated by a moving truck on the Uneven Pavement, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 69, pp. 172 - 181.