

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**BỘ QUỐC PHÒNG**

**HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ**

**Nguyễn Ngọc Thủy**

**PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC HỌC TẤM COMPOSITE ÁP ĐIỆN  
CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI TRỌNG KHÍ ĐỘNG**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT**

**Hà Nội - 2020**

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

BỘ QUỐC PHÒNG

**HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ**

**Nguyễn Ngọc Thủy**

**PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC HỌC TẦM COMPOSITE ÁP ĐIỆN  
CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI TRỌNG KHÍ ĐỘNG**

**Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật**

**Mã ngành: 9.52.01.01**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT**

**Người hướng dẫn khoa học:**

**GS.TS Nguyễn Thái Chung**

**Hà Nội - 2020**

## **LỜI CAM ĐOAN**

Tôi là Nguyễn Ngọc Thủy xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các số liệu, kết quả trong luận án là trung thực và chưa được ai công bố trong bất kỳ công trình nào.

**Tác giả**

*Nguyễn Ngọc Thủy*

## LỜI CẢM ƠN

Tác giả luận án xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành đối với GS.TS Nguyễn Thái Chung đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ và cho nhiều chỉ dẫn khoa học có giá trị giúp cho tác giả hoàn thành luận án này. Tác giả trân trọng sự động viên, khuyến khích và những kiến thức khoa học cũng như chuyên môn mà Thầy hướng dẫn đã chia sẻ cho tác giả trong những năm qua, giúp cho tác giả nâng cao năng lực chuyên môn và phương pháp nghiên cứu.

Tác giả trân trọng cảm ơn Lãnh đạo Học viện Kỹ thuật Quân sự, tập thể Bộ môn Cơ học vật rắn, Khoa Cơ khí, Phòng Sau đại học - Học viện Kỹ thuật quân sự, Phòng thí nghiệm Trọng điểm Quốc gia/ Đại học Bách khoa/Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, hợp tác trong quá trình nghiên cứu. Tác giả xin trân trọng cảm ơn GS.TS.NGND Hoàng Xuân Lượng - Học viện Kỹ thuật Quân sự, GS.TSKH.NGND Đào Huy Bích - Đại học quốc gia Hà Nội, GS.TS Trần ích Thịnh - Đại học Bách khoa Hà Nội đã cung cấp cho tác giả nhiều tài liệu quý hiếm, các kiến thức khoa học hiện đại và nhiều lời khuyên bổ ích, chỉ dẫn khoa học có giá trị để MS hoàn thành luận án này.

Cuối cùng, tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn Thủ trưởng Tổng cục Công nghiệp Quốc phòng, Thủ trưởng Cục Quản lý Công nghệ/Tổng cục CNQP và các đồng nghiệp, cùng với những người thân trong gia đình đã thông cảm, động viên và chia sẻ những khó khăn với tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu để hoàn thành luận án.

Tác giả

Nguyễn Ngọc Thủy

## MỤC LỤC

	<b>Trang</b>
Lời cam đoan.....	i
Mục lục .....	iii
Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt .....	vii
Danh mục các bảng .....	xiii
Danh mục các hình vẽ, đồ thị .....	xiv
MỞ ĐẦU.....	1
CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU.....	5
1.1. Sơ lược về hiện tượng áp điện và ứng dụng trong kỹ thuật .....	5
1.2. Tổng quan về kết cấu tấm composite áp điện.....	6
1.3. Các mô hình lực khí động sử dụng tính toán kết cấu.....	8
1.4. Tổng quan về tình hình nghiên cứu về kết cấu tấm composite áp điện.....	11
1.5. Các kết quả đạt được từ các công trình đã công bố .....	20
1.6. Các vấn đề cần được tiếp tục nghiên cứu .....	21
1.7. Kết luận rút ra từ tổng quan .....	22
CHƯƠNG 2. PHÂN TÍCH PHI TUYẾN ĐỘNG LỰC HỌC TẤM COMPOSITE ÁP ĐIỆN CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI TRONG KHÍ ĐỘNG.....	23
2.1. Đặt vấn đề.....	23
2.2. Đặt bài toán và các giải thiết.....	23
2.3. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite lớp có gân gia cường .....	24
2.3.1. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite lớp .....	24
2.3.1.1. Quan hệ biến dạng và chuyển vị .....	25
2.3.1.2. Quan hệ ứng suất và biến dạng .....	30
2.3.1.3. Các thành phần nội lực.....	31
2.3.1.4. Các quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite lớp .....	32
2.3.2. Quan hệ ứng xử cơ học của gân gia cường .....	34

2.3.2.1. Trường chuyển vị .....	34
2.3.2.2. Trường biến dạng .....	34
2.3.2.3. Trường ứng suất .....	36
2.4. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite áp điện có gân gia cường....	36
2.4.1. Ứng xử của lớp áp điện .....	37
2.4.2. Ứng xử của tấm n lớp composite và m lớp áp điện .....	39
2.5. Thiết lập phương trình vi phân phi tuyến mô tả dao động của phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động .....	40
2.5.1. Phần tử tấm composite có lớp áp điện .....	40
2.5.2. Phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường.....	55
2.5.3. Phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động .....	60
2.5.4. Xây dựng ma trận tổng thể của kết cấu từ ma trận phần tử.....	63
2.5.4.1. Ma trận tổng thể .....	63
2.5.4.2. Véc tơ tải trọng tổng thể.....	64
2.5.4.3. Phương trình mô tả dao động của hệ .....	65
2.6. Thuật toán PTHH giải phương trình dao động của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động .....	65
2.6.1. Bài toán dao động tự do .....	65
2.6.2. Bài toán dao động cưỡng bức .....	66
2.7. Phân tích ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động .....	70
2.7.1. Tiêu chuẩn ổn định động của Budiansky-Roth .....	70
2.7.2. Phân tích ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động .....	71
2.8. Giới thiệu chương trình và kiểm tra mức độ tin cậy.....	71
2.8.1. Giới thiệu chương trình tính.....	71
2.8.2. Kiểm tra độ tin cậy của chương trình.....	72

2.9. Kết luận chương 2 .....	74
CHƯƠNG 3. KHẢO SÁT SỐ VÀ THẢO LUẬN .....	75
3.1. Đặt vấn đề .....	75
3.2. Bài toán xuất phát .....	75
3.3. Ảnh hưởng của một số yếu tố đến dao động và ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động .....	81
3.3.1. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí .....	81
3.3.2. Ảnh hưởng của lớp áp điện .....	84
3.3.3. Ảnh hưởng của tỷ số giữa chiều dày và bề rộng của tấm (h/W) .....	87
3.3.4. Ảnh hưởng của điều kiện liên kết .....	90
3.3.5. Ảnh hưởng của góc đặt cốt .....	94
3.3.6. Ảnh hưởng của góc tới .....	97
3.3.7. Ảnh hưởng của kích thước gân .....	103
3.3.8. Ảnh hưởng của điện áp V áp đặt lên lớp áp điện .....	108
3.3.9. Ảnh hưởng của kích thước tấm áp điện .....	111
3.3.10. Ảnh hưởng của tính chất cản .....	115
3.3.11. Miền ổn định của tấm khi điện áp và góc đặt cốt thay đổi .....	118
3.4. Kết luận chương 3 .....	120
CHƯƠNG 4. NGHIÊN CỨU THỰC NGHIỆM .....	122
4.1. Đặt vấn đề .....	122
4.2. Mô tả thí nghiệm .....	122
4.2.1. Thiết lập thí nghiệm .....	122
4.2.2. Thiết bị đo đáp ứng động .....	124
4.2.3. Bộ phát tín hiệu chuẩn .....	124
4.2.4. Bộ khuếch đại piezo tuyến tính EPA-104-230 .....	125
4.2.5. Bộ thu nhận dữ liệu 2 kênh áp điện HnB75B .....	126
4.2.6. Máy hiện sóng .....	126

4.2.7. Thiết bị tạo gió (hầm gió).....	127
4.3. Phương pháp xác định gia tốc, biến dạng của kết cấu .....	128
4.3.1. Đo gia tốc .....	128
4.3.2. Đo biến dạng .....	129
4.4. Cơ sở phân tích và xử lý kết quả thí nghiệm .....	129
4.5. Thí nghiệm và kết quả thu được.....	130
4.6. Kết luận chương 4 .....	136
KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.....	138
DANH MỤC CÔNG TRÌNH CỦA TÁC GIẢ.....	140
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	141
PHỤ LỤC.....	154
Phụ lục 1. Các biểu thức và kết quả thí nghiệm chương 4. ....	157
Phụ lục 2. Mã nguồn chương trình SMART_STIFFENED_PLATE_2018 (SSP_2018).....	170



## DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CHỮ VIẾT TẮT

### 1. Danh mục các ký hiệu

#### 1.1. Các ký hiệu bằng chữ La tinh

[A]	Ma trận độ cứng màng của tấm composite có lớp áp điện
[A] <sup>c</sup>	Ma trận độ cứng màng của tấm composite
A <sup>e</sup>	Công ngoại lực của phần tử
A <sub>e</sub>	Diện tích phần tử
[B]	Ma trận độ cứng màng - uốn - xoắn của tấm composite có lớp áp điện
[B] <sup>c</sup>	Ma trận độ cứng màng - uốn - xoắn của tấm composite
[B <sup>L</sup> ]	Ma trận quan hệ biến dạng tuyến tính – chuyển vị nút phần tử
[B <sup>N</sup> ]	Ma trận quan hệ biến dạng phi tuyến – chuyển vị nút phần tử
[B <sub>φ</sub> ]	Ma trận tính điện trường
[C], [C']	Ma trận các hằng số độ cứng của tấm composite trong hệ tọa độ 1, 2, 3 và x, y, z
C <sub>p</sub>	Hệ số áp lực khí động
[ $\bar{\bar{C}}$ ]	Ma trận hệ số độ cứng của vật liệu áp điện
[C <sub>A</sub> ]	Ma trận cản áp điện tổng thể.
[C <sub>A</sub> <sup>e</sup> ]	Ma trận cản áp điện phần tử
[C <sub>R</sub> ]	Ma trận cản kết cấu tổng thể
[C <sub>R</sub> <sup>e</sup> ]	Ma trận cản kết cấu của phần tử
[C <sub>air</sub> <sup>e</sup> ]	Ma trận cản khí động của phần tử
[D] <sup>c</sup>	Ma trận độ cứng uốn của tấm composite
[D]	Ma trận độ cứng uốn của tấm composite có lớp áp điện

$\{D\}$	Véc tơ điện tích cảm ứng
$\{D^M\}$	Véc tơ điện tích cảm ứng do biến dạng cơ học
$\{D^E\}$	Véc tơ điện tích cảm ứng do điện trường tác dụng
$[d]$	Ma trận hệ số biến dạng áp điện
$E_1, E_2$	Mô đun Young dọc, mô đun Young ngang của lớp vật liệu
$\{E\}$	Véc tơ cường độ điện trường
$[e]$	Ma trận hệ số ứng suất áp điện
$\{F\}$	Véc tơ tải trọng cơ học
$\{F^M\}$	Véc tơ tải trọng cơ học tổng thể
$\{F_a\}$	Véc tơ lực khí động
$\{f_{an}^e\}$	Véc tơ lực khí động của phần tử
$\{f_b^e\}, \{f_s^e\}, \{f_c^e\}$	Véc tơ lực khối, véc tơ lực bề mặt, véc tơ lực tập trung phần tử.
$G$	Mô đun đàn hồi biến dạng trượt của vật liệu
$G_v, G_d$	Hệ số hồi tiếp tốc độ, hệ số hồi tiếp chuyển dịch
$H_e$	Hàm tác dụng Hamilton
$h_k, h_{k-1}$	Tọa độ mặt trên và dưới của lớp vật liệu thứ k
$ J $	Định thức Jacobi
$[K^*]$	Ma trận độ cứng hiệu quả
$[K_{air}]$	Ma trận độ cứng khí động
$[K_{G_0}]$	Ma trận độ cứng hình học
$[K_G^e]$	Ma trận độ cứng hình học của phần tử tấm
$[K_{ME}^e]$	Ma trận độ cứng phần tử tấm CPS áp điện
$[K_{MEa}]$	Ma trận độ cứng tổng thể

- $[K_{uu}^e]$ ,  $[K_{u\phi}^e]$ ,  $[K_{\phi u}^e]$ ,  $[K_{\phi\phi}^e]$  Ma trận độ cứng cơ học, ma trận độ cứng tương tác cơ học - điện, ma trận độ cứng tương tác điện – cơ học, ma trận độ cứng điện môi của phần tử;
- $[M]$  Ma trận khối lượng tổng thể
- $[M_{uu}^e]$  Ma trận khối lượng của phần tử
- $\{M\}$  Véc tơ mô men uốn và xoắn của tấm composite có lớp áp điện
- $\{M\}^c$  Véc tơ mô men uốn và xoắn của tấm composite
- $[N]$  Ma trận các hàm dạng
- $[N^M]$  Ma trận hàm dạng chuyển vị
- $[N^\phi]$  Ma trận hàm dạng điện thế
- $\{N\}$  Véc tơ lực màng của tấm composite có lớp áp điện
- $\{N\}^c$  Véc tơ lực màng của tấm composite
- $[p]$  Ma trận hệ số điện môi
- $\{p\}_e$  Véc tơ lực mặt của phần tử
- $[Q], [Q']$  Ma trận độ cứng của lớp tấm composite trong hệ tọa độ 1, 2, 3 và  $x, y, z$
- $\{Q\}$  Véc tơ lực cắt của tấm composite có lớp áp điện
- $\{Q_c\}$  Véc tơ ngoại tải điện tổng thể
- $\{Q_c^e\}$  Véc tơ ngoại tải điện phần tử
- $\{q^e\}$  Véc tơ mật độ điện tích bề mặt phần tử
- $\{q_e^M\}, \{\dot{q}_e^M\}, \{\ddot{q}_e^M\}$  Véc tơ chuyển vị, vận tốc, gia tốc nút cơ học của phần tử
- $\{q_e^\phi\}, \{\dot{q}_e^\phi\}, \{\ddot{q}_e^\phi\}$  Véc tơ điện thế, vận tốc điện thế, gia tốc điện thế nút của phần tử;
- $\{R_*\}$  Véc tơ tải trọng hiệu quả.

$\{R\}$	Véc tơ tải trọng tổng thể.
$(r,s)$	Hệ tọa độ địa phương của phần tử
$S_e$	Diện tích phần tử
$T_e$	Động năng của phần tử
$T_e^g$	Động năng của phần tử gân
$[T^{gx}], [T^{gy}]$	Ma trận chuyển đổi có tính đến độ lệch giữa đường trung bình của gân và mặt trung bình của tấm.
$U$	Vận tốc dòng khí.
$U_e$	Thế năng biến dạng đàn hồi của phần tử tấm
$U_e^M$	Thế năng biến dạng đàn hồi cơ học của phần tử tấm
$U_e^E$	Thế năng biến dạng đàn hồi điện của phần tử tấm
$U_e^g$	Thế năng biến dạng đàn hồi điện của phần tử gân
$u, v, w$	Các thành phần chuyển vị theo các phương $x, y, z$
$u_0, v_0, w_0$	Các thành phần chuyển vị theo các phương $x, y, z$ của mặt trung bình kết cấu tấm.
$V_e$	Thể tích phần tử tấm composite lớp áp điện
$V_p$	Thể tích phần tử lớp áp điện
$(x, y, z)$	Hệ trục tọa độ tổng thể hoặc hệ tọa độ chung của tấm composite lớp
$W_e$	Công gây ra bởi ngoại lực và điện tích ngoài của phần tử
$W_e^M$	Công gây ra bởi lực cơ học của phần tử
$W_e^E$	Công gây ra bởi lực điện trường của phần tử

### ***1.2. Các ký hiệu bằng chữ Hy Lạp***

$\alpha_r, \beta_r$	Các hằng số cản Rayleigh
$\theta_x, \theta_y,$	Các thành phần chuyển vị góc quanh các trục $x, y$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Các thành phần biến dạng dài theo các phương x, y, z
$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$	Các thành phần biến dạng màng của mặt trung bình
$\gamma_{yz}^0, \gamma_{xz}^0$	Các thành phần biến dạng cắt của mặt trung bình
$\{\varepsilon^L\}, \{\varepsilon^N\}$	Véc tơ biến dạng tuyến tính và phi tuyến
$\{\kappa\}$	Véc tơ độ cong uốn và xoắn
$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$	Các thành phần độ cong theo các phương
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$	Các thành phần biến dạng góc trong mặt phẳng xy, yz, xz
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	Các thành phần ứng suất trong hệ tọa độ x, y, z
$\theta$	Góc phương sợi của lớp vật liệu so với phương x
$\omega_i, \omega_j$	Tần số dao động riêng
$\xi$	Tỷ số cản
$\nu$	Hệ số Poátông
$\rho$	Khối lượng riêng tương đương của vật liệu phân tử
$\rho_a$	Mật độ không khí.
$\{\sigma\}^c$	Véc tơ ứng suất trong lớp composite
$\{\sigma\}^M$	Véc tơ ứng suất cơ học trong lớp áp điện
$\{\sigma\}^E$	Véc tơ ứng suất điện trường trong lớp áp điện
$\{\sigma\}^P$	Véc tơ ứng suất trong lớp áp điện
$\{\sigma\}_b$	Véc tơ ứng suất phẳng
$\{\sigma\}_s$	Véc tơ ứng suất cắt
$\Delta t$	Bước thời gian.

## 2. Danh mục các chữ viết tắt

a	Actuator (kích thích).
L	Tuyến tính

N Phi tuyến

PTHH Phần tử hữu hạn

s Sensor (cảm biến)

TH1 Trường hợp 1

TH2 Trường hợp 2

TH3 Trường hợp 3

SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 (SSP\_2018) Chương trình phân tích động lực học tuyến tính và phi tuyến của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng khí động.

## DANH MỤC CÁC BẢNG

	<b>Trang</b>
CHƯƠNG 2. PHÂN TÍCH PHI TUYẾN ĐỘNG LỰC HỌC TẤM COMPOSITE ÁP ĐIỆN CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI TRONG KHÍ ĐỘNG.....	23
Bảng 2.1. Đặc trưng vật liệu tấm và gân.....	73
Bảng 2.2. Đặc trưng vật liệu áp điện.....	73
CHƯƠNG 3. KHẢO SÁT SỐ VÀ THẢO LUẬN.....	75
Bảng 3.1. Tấm tần số riêng của tấm.....	78
Bảng 3.2. Giá trị lớn nhất của các đại lượng tính.....	81
Bảng 3.3. Giá trị lớn nhất của các đại lượng tính khi thay đổi U.....	84
Bảng 3.4. Giá trị lớn nhất của các tham số khảo sát theo tỉ số h/W.....	90
Bảng 3.5. Giá trị lớn nhất của các tham số khảo sát theo điều kiện biên.....	93
Bảng 3.6. Biến thiên giá trị lớn nhất của các đại lượng đến góc cốt của tấm.....	94
Bảng 3.7. Giá trị lớn nhất của các tham số khảo sát theo góc tới $\alpha$ .....	102
Bảng 3.8. Giá trị cực trị của chuyển vị tại điểm tính khi thay đổi $h_g$ .....	103
Bảng 3.9. Giá trị cực trị của chuyển vị tại điểm tính khi thay đổi V.....	108
Bảng 3.10. Giá trị lớn nhất của các đại lượng khi thay đổi kích thước áp điện.....	112
Bảng 3.11. Giá trị cực trị của chuyển vị tại điểm tính khi thay đổi khi thay đổi thành phần lực cản.....	115
CHƯƠNG 4. NGHIÊN CỨU THỰC NGHIỆM.....	122
Bảng 4.1. Giá trị MAX/MIN theo thời gian của đại lượng đo (TH1).....	135
Bảng 4.2. Giá trị lớn nhất của gia tốc ( $U = 5\text{m/s}$ và góc tới khác nhau).....	136

## DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ, ĐỒ THỊ

	<b>Trang</b>
CHƯƠNG 1. TỔNG QUA VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU .....	5
Hình 1.1. Hiện tượng hiệu ứng áp điện thuận và nghịch.....	5
Hình 1.2. Kết cấu tấm composite áp điện dạng tron.....	7
Hình 1.3. Kết cấu tấm composite áp điện có biện pháp gia cường .....	8
CHƯƠNG 2. PHÂN TÍCH PHI TUYẾN ĐỘNG LỰC HỌC TẤM COMPOSITE ÁP ĐIỆN CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI TRONG KHÍ ĐỘNG.....	23
Hình 2.1. Mô hình tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động .....	23
Hình 2.2. Tấm composite lớp và hệ trục tọa độ của lớp vật liệu.....	25
Hình 2.3. Mô hình tấm composite áp điện có gân gia cường.....	36
Hình 2.4. Thứ tự nút, hệ tọa độ tổng thể, hệ tọa độ tham chiếu của phần tử đẳng tham số 9 điểm nút .....	41
Hình 2.5. Phần tử tấm CPS có gân gia cường và phần tử tham chiếu.....	55
Hình 2.6. Phần tử gân gia cường và các bậc tự do .....	55
Hình 2.7. Sơ đồ thuật toán giải bài toán.....	69
Hình 2.8. Biểu đồ dấu hiệu mất ổn định động theo Budiansky - Roth.....	70
Hình 2.9. Các dạng đáp ứng dao động theo thời gian.....	72
Hình 2.10. Đáp ứng chuyển vị của tấm .....	73
CHƯƠNG 3. KHẢO SÁT SỐ VÀ THẢO LUẬN .....	75
Hình 3.1. Mô hình bài toán xuất phát.....	76
Hình 3.2. Tấm dạng dao động riêng đầu tiên của tấm .....	77
Hình 3.3. Đáp ứng độ võng $w$ theo thời gian .....	78



Hình 3.4. Đáp ứng vận tốc $\dot{w}$ theo thời gian .....	79
Hình 3.5. Đáp ứng gia tốc $\ddot{w}$ theo thời gian .....	79
Hình 3.6. Đáp ứng ứng suất $\sigma_y$ theo thời gian .....	80
Hình 3.7. Đáp ứng biến dạng $\varepsilon_y$ theo thời gian.....	80
Hình 3.8. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng độ võng $w$ .....	81
Hình 3.9. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng vận tốc $\dot{w}$ .....	82
Hình 3.10. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng gia tốc $\ddot{w}$ .....	82
Hình 3.11. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng ứng suất $\sigma_y$ .....	83
Hình 3.12. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng biến dạng $\varepsilon_y$ .....	83
Hình 3.13. Đáp ứng độ võng $w$ khi mất ổn định.....	84
Hình 3.14. Đáp ứng vận tốc $\dot{w}$ khi mất ổn định.....	85
Hình 3.15. Đáp ứng gia tốc $\ddot{w}$ khi mất ổn định .....	85
Hình 3.16. Đáp ứng ứng suất $\sigma_y$ khi mất ổn định .....	86
Hình 3.17. Đáp ứng biến dạng $\varepsilon_y$ khi mất ổn định .....	86
Hình 3.18. Ảnh hưởng của tỉ số $h/W$ đến đáp ứng độ võng $w$ .....	87
Hình 3.19. Ảnh hưởng của tỉ số $h/W$ đến đáp ứng vận tốc $\dot{w}$ .....	88
Hình 3.20. Ảnh hưởng của tỉ số $h/W$ đến đáp ứng gia tốc $\ddot{w}$ .....	88
Hình 3.21. Ảnh hưởng của tỉ số $h/W$ đến đáp ứng ứng suất $\sigma_y$ .....	89
Hình 3.22. Ảnh hưởng của tỉ số $h/W$ đến đáp ứng biến dạng $\varepsilon_y$ .....	89
Hình 3.23. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến đáp ứng độ võng của tấm....	91
Hình 3.24. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến vận tốc chuyển vị của tấm ..	91
Hình 3.25. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến gia tốc chuyển vị của tấm ...	92
Hình 3.26. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến ứng suất $\sigma_y^B$ .....	92

Hình 3.27. Ảnh hưởng của điều kiện biên đến biến dạng tỷ đối $\varepsilon_y^B$ .....	93
Hình 3.28. Ảnh hưởng của góc đặt cốt đến đáp ứng độ võng lớn nhất của tấm ...	94
Hình 3.29. Ảnh hưởng của góc đặt cốt đến vận tốc chuyển vị của tấm .....	95
Hình 3.30. Ảnh hưởng của góc đặt cốt đến gia tốc chuyển vị của tấm .....	95
Hình 3.31. Ảnh hưởng của góc đặt cốt đến ứng suất $\sigma_{y_{max}}^B$ .....	96
Hình 3.32. Ảnh hưởng của góc đặt cốt đến biến dạng tỉ đối $\varepsilon_{y_{max}}^B$ .....	96
Hình 3.33. Ảnh hưởng của góc tới đến đáp ứng độ võng của tấm .....	97
Hình 3.34. Ảnh hưởng của góc tới đến đáp ứng độ võng lớn nhất của tấm.....	98
Hình 3.35. Ảnh hưởng của góc tới đến vận tốc dịch chuyển của tấm .....	98
Hình 3.36. Ảnh hưởng của góc tới đến vận tốc dịch chuyển lớn nhất của tấm.....	99
Hình 3.37. Ảnh hưởng của góc tới đến gia tốc dịch chuyển của tấm.....	99
Hình 3.38. Ảnh hưởng của góc tới đến gia tốc dịch chuyển lớn nhất của tấm....	100
Hình 3.39. Ảnh hưởng của góc tới đến ứng suất $\sigma_y^B$ của tấm .....	100
Hình 3.40. Ảnh hưởng của góc tới đến ứng suất $\sigma_{y_{max}}^B$ của tấm.....	101
Hình 3.41. Ảnh hưởng của góc tới đến biến dạng tỷ đối $\varepsilon_y^B$ của tấm .....	101
Hình 3.42. Ảnh hưởng của góc tới đến biến dạng tỷ đối $\varepsilon_{y_{max}}^B$ của tấm.....	102
Hình 3.43 Chuyển vị phương đứng $w^A$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .....	103
Hình 3.44. Chuyển vị phương đứng $w_{max}^A$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .	104
Hình 3.45. Vận tốc phương đứng $\dot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .....	104
Hình 3.46. Vận tốc phương đứng $\dot{w}_{max}^A$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ ....	105
Hình 3.47. Gia tốc phương đứng $\ddot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ ..	105

Hình 3.48. Gia tốc phương đứng $\ddot{w}_{\max}^A$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ ...	106
Hình 3.49. Đáp ứng $\sigma_y^B$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .....	106
Hình 3.50. Đáp ứng $\sigma_{y\max}^B$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .....	107
Hình 3.51. Đáp ứng $\varepsilon_y^B$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .....	107
Hình 3.52. Đáp ứng $\varepsilon_{y\max}^B$ theo thời gian khi thay đổi giá trị $h_g$ .....	108
Hình 3.53. Chuyển vị phương đứng $w^A$ theo thời gian khi thay đổi điện áp $V$ ...	109
Hình 3.54. Vận tốc phương đứng $\dot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi điện áp $V$ ...	109
Hình 3.55. Gia tốc phương đứng $\ddot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi điện áp $V$ ...	110
Hình 3.56. Đáp ứng $\sigma_y^B$ theo thời gian khi thay đổi điện áp $V$ .....	110
Hình 3.57. Đáp ứng $\varepsilon_y^B$ theo thời gian khi thay đổi điện áp $V$ .....	111
Hình 3.58. Chuyển vị $w^A$ theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện .....	112
Hình 3.59. Vận tốc $\dot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện ....	113
Hình 3.60. Gia tốc $\ddot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện ....	113
Hình 3.61. Đáp ứng $\sigma_y^B$ theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện .....	114
Hình 3.62. Đáp ứng $\varepsilon_y^B$ theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện .....	114
Hình 3.63. Chuyển vị phương đứng $w^A$ theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản.....	116
Hình 3.64. Vận tốc phương đứng $\dot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản ....	116
Hình 3.65. Gia tốc phương đứng $\ddot{w}^A$ theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản .....	117
Hình 3.66. Đáp ứng $\sigma_y^B$ theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản....	117
Hình 3.67. Đáp ứng $\varepsilon_y^B$ theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản ....	118
Hình 3.68. Miền ổn định và mất ổn định của tấm theo $\theta$ và $V$ .....	119

Hình 3.69. Miền ổn định và mất ổn định của tấm theo $\alpha$ và $U$ .....	120
<b>CHƯƠNG 4. NGHIÊN CỨU THỰC NGHIỆM.....</b>	<b>122</b>
Hình 4.1. Thiết lập mô hình thí nghiệm.....	123
Hình 4.2. Cảm biến gia tốc và tấm PZT .....	124
Hình 4.3. Bộ phát tín hiệu chuẩn Onsoku .....	125
Hình 4.4. Bộ khuếch đại piezo tuyến tính EPA-104-230 .....	125
Hình 4.5. Bộ thu nhận dữ liệu 2 kênh áp điện HnB75B .....	126
Hình 4.6. Máy hiện sóng GWinstek GDS-2104 .....	127
Hình 4.7. Thiết bị tạo gió (Hầm gió).....	128
Hình 4.8. Sơ đồ vị trí gắn tấm PZT và cảm biến đo gia tốc .....	130
Hình 4.9. Sơ đồ bố trí thí nghiệm.....	131
Hình 4.10. Lắp đặt thí nghiệm trong hầm gió.....	131
Hình 4.11. Bố trí thiết bị đo thí nghiệm thực tế.....	132
Hình 4.12. Thí nghiệm và kết quả 01 lần đo.....	132
Hình 4.13. Điện áp $V_{in} = 9,30V$ , tần số kích thích $f = 6,944$ Hz.....	133
Hình 4.14. Đáp ứng gia tốc theo thời gian trong 5 lần đo liên tiếp ( $f = 6.944$ Hz, $U = 5m/s$ ) ở góc $0^\circ$ .....	134
Hình 4.15. Đáp ứng gia tốc tại điểm đo của tấm ( $U = 5m/s, \alpha = 45^\circ$ ).....	136

## MỞ ĐẦU

Trong vài thập kỷ gần đây, trong các lĩnh vực kỹ thuật như: xây dựng, giao thông, cơ điện tử, công nghiệp quốc phòng, hàng không vũ trụ, v.v.. đã sử dụng vật liệu composite để chế tạo các kết cấu dạng tấm, dầm, vỏ do loại vật liệu này có nhiều ưu điểm so với vật liệu thông thường về độ bền, tuổi thọ, khối lượng, v.v.. Ngoài những ưu việt về tính chất cơ lý tính của vật liệu composite, một trong những đặc điểm nổi bật của loại kết cấu composite áp điện là sự linh hoạt trong điều khiển ứng xử cơ học (chuyển vị, biến dạng, dao động và ổn định) của kết cấu do sự góp mặt của vật liệu áp điện dưới các dạng khác nhau. Việc nghiên cứu tính toán các kết cấu như: dầm, tấm, vỏ có sự tham gia của vật liệu áp điện (miếng, tấm, sợi) đã được các nhà khoa học trong nước và thế giới quan tâm và đã đạt được những kết quả đáng kể, trong đó có những kết quả nghiên cứu đã được đưa vào ứng dụng hiệu quả trong các lĩnh vực kỹ thuật như: y học, kỹ thuật điện tử, vũ khí công nghệ cao, thiết bị bay, v.v.. Việc phân tích kết cấu dầm, tấm, vỏ composite áp điện đã có nhiều kết quả công bố về tính toán bền, dao động tự do và ổn định. Đối với kết cấu dạng tấm composite áp điện tuy có khá nhiều kết quả công bố, song chủ yếu mới tập trung vào giải quyết bài toán với phân tích tĩnh, còn về phân tích động và điều khiển dao động mới chỉ là dao động tự do, dao động tuyến tính, không xét cản và chịu tải trọng đơn giản. Đặc biệt là nghiên cứu phân tích động lực học và ổn định đối với kết cấu dạng tấm, vỏ composite áp điện có các biện pháp gia cường như: gân gia cường, lượn sóng, gập nếp còn nhiều vấn đề phải tập trung nghiên cứu, trong đó cần phải xây dựng thuật toán, chương trình tính và làm chủ trong tính toán để lựa chọn các giải pháp tối ưu.

Do đó, vấn đề ***“Phân tích động lực học tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động”*** mà luận án sẽ tập trung giải quyết cũng không ngoài mục đích trên.

#### **Mục tiêu nghiên cứu của luận án:**

1, Sử dụng phương pháp PTHH để xây dựng thuật toán và chương trình tính nhằm phân tích phi tuyến động lực học và ổn định của tấm composite áp điện có biện pháp gia cường dạng gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động dưới Mach theo mô hình lực khí động của Scanlan.

2, Xây dựng chương trình và phương pháp tính để khảo sát số đối với các bài toán có các thông số kết cấu, vật liệu, tính chất áp điện, tính chất cản, tải trọng thay đổi để lựa chọn các thông số hợp lý nhằm giảm dao động và tăng khả năng ổn định của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường nhằm định hướng ứng dụng vào thực tế kỹ thuật.

3, Xây dựng miền ổn định cho kết cấu tấm composite áp điện dưới tác dụng của lực khí động với các cặp thông số thay đổi.

4, Nghiên cứu thực nghiệm về phản ứng động của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động do ống thổi khí động sinh ra để kiểm chứng độ tin cậy của chương trình tính đã lập.

#### **Đối tượng và phạm vi nghiên cứu của luận án:**

##### ***\* Đối tượng nghiên cứu của luận án:***

- ***Về kết cấu:*** Tấm composite có gân gia cường được gắn các lớp hoặc các miếng áp điện (gọi chung là tấm composites áp điện có gân gia cường), trong đó mỗi lớp composite là vật liệu đồng phương.

- ***Về tải trọng:*** Tải trọng khí động do dòng khí chuyển động gây ra.

***\* Phạm vi nghiên cứu của luận án:*** Động lực học phi tuyến và ổn định của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường.

**\* Phương pháp nghiên cứu:**

Kết hợp phương pháp nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm. Về lý thuyết, sử dụng lý thuyết tấm mỏng Mindlin và phương pháp PTHH, lập trình trong môi trường ANSYS để giải bài toán đặt ra. Về thực nghiệm, xây dựng mô hình và tiến hành thí nghiệm đo đáp ứng động của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động trong ống thổi.

**Cấu trúc của luận án:**

Luận án được cấu trúc gồm: Mở đầu, 4 chương, phần kết luận và kiến nghị, tài liệu tham khảo và phụ lục.

**Mở đầu:** Trình bày tính cấp thiết của vấn đề nghiên cứu

**Chương 1.** Tổng quan về vấn đề nghiên cứu

Trên cơ sở phân tích các tài liệu, công trình nghiên cứu của các tác giả trong nước và nước ngoài về lĩnh vực luận án quan tâm, rút ra những vấn đề đã được tập trung nghiên cứu, những vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu theo hướng của đề tài luận án. Đề xuất nhiệm vụ nghiên cứu của luận án.

**Chương 2.** Phân tích phi tuyến động lực học tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động

Trình bày mô hình, các giả thiết của bài toán. Xây dựng phương trình vi phân mô tả dao động phi tuyến của tấm composite áp điện có gân gia cường, từ đó xây dựng thuật toán PTHH và chương trình máy tính giải hệ phương trình vi phân phi tuyến động lực học của hệ. Kiểm tra mức độ tin cậy của chương trình tính trên cơ sở tính toán số so sánh kết quả với bài toán trong công trình công bố của các tác giả khác và tính toán so sánh với kết quả thực nghiệm. Kết quả chính của chương này được phản ánh trong các công trình đã công bố [1], [3] và [4] của tác giả.

### **Chương 3. Khảo sát số và thảo luận**

Trên cơ sở thuật toán và chương trình tính đã được lập ở chương 2 và những yêu cầu thực tiễn, trong chương này tác giả tiến hành khảo sát số với các bài toán cụ thể để xem xét ảnh hưởng của các yếu tố như: tải trọng, kết cấu, vật liệu, tính chất áp điện, tính chất của gân gia cường, ... đến đáp ứng động lực học và ổn định của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động. Các nhận xét, khuyến cáo kỹ thuật cũng được đưa ra từ kết quả các khảo sát số. Kết quả chính của chương này được phản ánh trong các công trình đã công bố [2], [5] của tác giả.

### **Chương 4. Nghiên cứu thực nghiệm**

Trình bày mô hình, thiết bị, phương pháp tổ chức triển khai thực hiện và kết quả thí nghiệm xác định các đặc trưng phản ứng động của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động trong ống thổi khí động gây ra. So sánh kết quả thí nghiệm với kết quả tính toán lý thuyết bằng chương trình tính đã lập trong chương 2 của luận án để làm cơ sở đánh giá mức độ tin cậy của thuật toán và chương trình. Kết quả chính của chương này được phản ánh trong các công trình đã công bố [6] của tác giả.

**Kết luận và kiến nghị:** Trình bày những kết quả mới của luận án và các kiến nghị của tác giả rút ra từ nội dung nghiên cứu.

### **Tài liệu tham khảo**

### **Phụ lục**

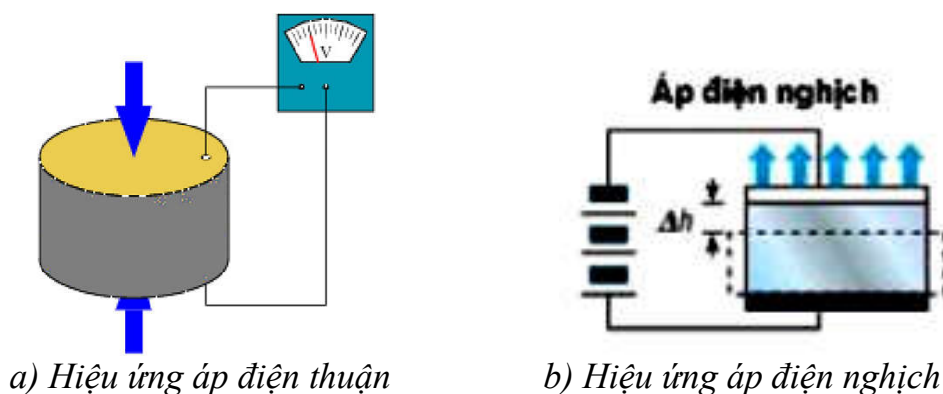


## CHƯƠNG 1

### TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

#### 1.1. Sơ lược về hiện tượng áp điện và ứng dụng trong kỹ thuật

Hiện tượng áp điện (piezoelectric phenomena) xảy ra trong loại vật chất có tính thuận - nghịch về cơ học và điện. Theo đó, khi áp đặt vào khối vật chất này một trường điện thì nó biến đổi hình dạng, tức là có sự biến dạng xảy ra đối với khối vật chất và ngược lại, khi tác dụng một lực cơ học vào khối vật chất làm cho nó biến dạng thì trong khối vật chất đó xuất hiện dòng điện. Điều này tương tự như nguyên lý của máy biến đổi năng lượng điện sang năng lượng cơ học và từ năng lượng cơ học sang năng lượng điện. Về bản chất, hiệu ứng thuận - nghịch của vật liệu áp điện đó là: sự xuất hiện các điện tích (và do đó làm xuất hiện điện trường) khi kết cấu áp điện bị biến dạng do tác động cơ học dẫn đến hiệu ứng thuận, còn hiệu ứng nghịch là hiện tượng khi kết cấu áp điện đặt trong điện trường bên ngoài thì nó xuất hiện biến dạng (Hình 1.1) [47].



**Hình 1.1.** Hiện tượng hiệu ứng áp điện thuận và nghịch

Với những tính chất đặc biệt như trên, ngày nay các chi tiết, kết cấu áp điện đã và đang được ứng dụng rộng rãi trong các lĩnh vực kỹ thuật, đặc biệt là trong các lĩnh vực kỹ thuật công nghệ cao như: các loại cảm biến

(đo lực, áp suất, vận tốc, gia tốc), cảm biến siêu âm, cảm biến địa chấn, máy thu âm, v.v.. Một thiết bị quan trọng trong nhóm các thiết bị áp điện là các máy phát siêu âm áp điện, chúng khác so với các kiểu máy phát ma sát từ và các loại máy khác là chúng đảm bảo phát siêu âm hiệu quả hơn với công suất và tần số được kiểm soát. Siêu âm trong các máy phát này được tạo ra nhờ sử dụng hiệu ứng áp điện nghịch. Lần đầu tiên hiệu ứng áp điện đã được ứng dụng thực tế trong máy phát siêu âm áp điện thạch anh của trạm kích hoạt thuỷ lực dùng để phát hiện ra các tàu ngầm trong chiến tranh Thế giới thứ nhất. Từ đó việc ứng dụng này đã sản sinh ra một loạt ứng dụng rộng rãi các phương pháp phát hiện những khuyết tật (tạp chất) trong các môi trường khác nhau. Máy phát hiện khuyết tật siêu âm được ứng dụng để nghiên cứu một phổ rộng rãi những vật liệu và kết cấu, bao gồm các ống và các đường ống khác nhau. Ngoài ra, ứng dụng quan trọng của vật liệu áp điện còn phải kể đến là động cơ piezo cũng như áp dụng vật liệu áp điện để điều khiển dao động cơ học đối với các kết cấu như: tấm, vỏ, v.v..

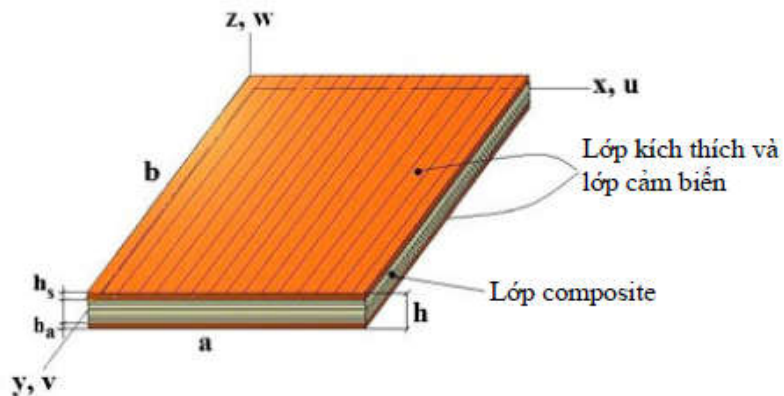
Thực tế cho thấy, vật liệu áp điện thông thường tồn tại dưới 2 dạng cơ bản, đó là: dạng khối ceramic (gốm) và dạng phiến mỏng (tấm, miếng mỏng), chúng đã và sẽ góp phần quan trọng vào cấu tạo các chi tiết, thiết bị và kết cấu quan trọng trong các lĩnh vực kỹ thuật như: hàng không vũ trụ, công nghiệp quốc phòng, cơ điện tử, kỹ thuật hạt nhân, y học, v.v.. từng bước góp phần đưa khoa học kỹ thuật phát triển lên một tầm cao mới.

## **1.2. Tổng quan về kết cấu tấm composite áp điện**

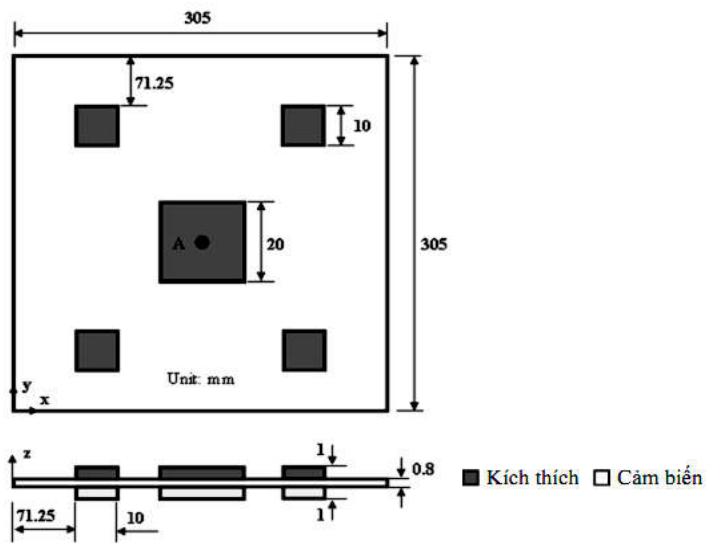
Kết cấu tấm composite áp điện thường tồn tại dưới hai dạng, đó là: kết cấu tấm composite có các lớp áp điện, đây là loại kết cấu tấm được cấu tạo từ một số lớp composite liên kết bám dính tuyệt đối với một số lớp vật liệu áp điện; dạng thứ hai là kết cấu tấm composite, trong đó trên bề mặt tấm có

gắn các miếng bằng vật liệu áp điện. Để đơn giản, có thể gọi chung hai loại kết cấu này là tấm composite áp điện.

Với sự phát triển của công nghệ chế tạo và nhu cầu thực tiễn, ngoài kết cấu tấm composite áp điện dạng tròn (Hình 1.2), hiện nay còn có kết cấu tấm composite áp điện có các biện pháp gia cường (Hình 1.3). Khi tạo thành kết cấu tổng thể, các lớp hoặc các miếng vật liệu áp điện đóng vai trò kích thích (actuator) và vai trò cảm biến (sensor), chúng có tác dụng “điều khiển” ứng xử của kết cấu dưới tác dụng của các loại tải trọng cơ học, trong đó có sự can thiệp của con người.

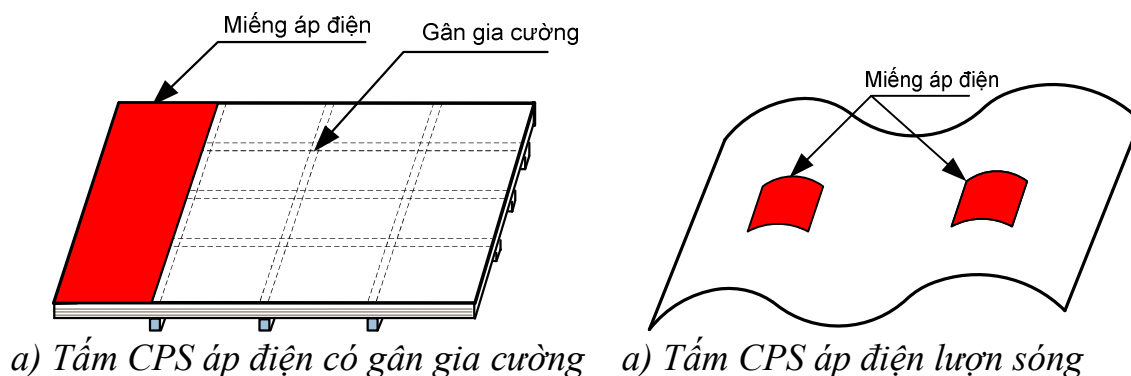


a, Tấm composite có lớp áp điện



b, Tấm composite gắn miếng áp điện

**Hình 1.2.** Kết cấu tấm composite áp điện dạng tròn



**Hình 1.3.** Kết cấu tấm composite áp điện có biện pháp gia cường

Để phục vụ cho việc chọn mô hình tải trọng khí động tác dụng lên tấm, tiếp sau đây tác giả trình bày một số mô hình lực khí động thường dùng để tính toán kết cấu.

### 1.3. Các mô hình lực khí động sử dụng tính toán kết cấu

#### 1.3.1. Mô hình lực khí động thực nghiệm

Ứng dụng khí động lực học rất phức tạp, chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố. Nghiên cứu để đưa ra được mô hình lực khí động phù hợp với tất cả các điều kiện là điều hết sức khó khăn, đến nay tùy vào các điều kiện cụ thể, một số mô hình lực khí động được sử dụng để tính toán kết cấu, cụ thể:

##### 1.3.1.1. Mô hình lực khí động tuyến tính theo hàm Theodorsen [35],[36]:

Với mô hình này, lực nâng và mô men xoắn phân bố dọc theo chiều dài của kết cấu được xác định bởi:

$$\begin{cases} l_h = \frac{\pi}{2} \rho_a U^2 B \left[ \left( \frac{\dot{h}}{U} + \frac{B\dot{\theta}}{4U} + \theta \right) C(k) + \frac{B\ddot{h}}{4U^2} + \frac{B\ddot{\theta}}{4U} \right] \\ m_\theta = \frac{\pi}{2} \rho_a U^2 2B \left[ \left( \frac{\dot{h}}{U} + \frac{B\dot{\theta}}{4U} + \theta \right) C(k) \right] - \frac{B^2\ddot{\theta}}{32U^2} - \frac{B\ddot{\theta}}{4U} \end{cases} \quad (1.1)$$

trong đó:  $k = \frac{B\omega}{U}$  - tần số dẫn xuất;  $C(k) = F(k) + jG(k)$  - hàm Theodorsen được xác định bằng thực nghiệm,  $l_h$  - lực nâng phân bố,  $m_\theta$  - mô men xoắn phân bố,  $\rho_a$  - khối lượng riêng của không khí,  $U$  - vận tốc dòng khí,  $B$  -

chiều rộng của mặt cắt ngang kết cấu,  $h$  - chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt ngang,  $\theta$  - góc xoay của mặt cắt ngang quanh trục kết cấu so với hướng dòng khí,  $\omega$  - tần số dao động của kết cấu.

*1.3.1.2. Mô hình lực khí động tuyến tính Scanlan [35],[36],[92]:*

$$\begin{cases} l_h = \frac{1}{2} \rho_a U^2 B \left[ kH_1^*(k) \frac{\dot{h}}{U} + kH_2^*(k) \frac{B\dot{\theta}}{U} + k^2 H_3^*(k) \theta \right] \\ m_\theta = \frac{1}{2} \rho_a U^2 B^2 \left[ kA_1^*(k) \frac{\dot{h}}{U} + kA_2^*(k) \frac{B\dot{\theta}}{U} + k^2 A_3^*(k) \theta \right] \end{cases} \quad (1.2)$$

với:  $H_i^*, A_i^*$  ( $i = 1 \div 3$ ) - các hệ số dẫn xuất, được xác định bằng thực nghiệm trong ống thổi, chúng phụ thuộc vào dạng mặt cắt kết cấu và tỉ số  $\frac{U}{B\omega}$ .

*1.3.2. Mô hình lực khí động thực nghiệm phi tuyến*

Mô hình lực khí động thực nghiệm phi tuyến được trình bày trong như trong các tài liệu [35],[36]:

$$\begin{cases} l_h = \frac{1}{2} \rho_a U^2 B \left[ H_1 \frac{B}{U^2} \frac{\dot{h}\dot{\theta}}{\theta} + H_2 \frac{\dot{h}}{U} + H_3 \frac{2h}{B} \right] \\ m_\theta = \frac{1}{8} \rho_a U^2 B^2 \left[ A_1 \frac{B^2}{U^2} \frac{\dot{\theta}^2}{h} + A_2 \frac{B\dot{\theta}}{U} + A_3 \theta + A_4 \frac{\theta \dot{h}^2}{U^2} \right] \end{cases} \quad (1.3)$$

trong đó:  $H_i^*, A_j^*$  ( $i = 1 \div 3, j = 1 \div 4$ ) - các hệ số khí động, chúng được xác định bằng thực nghiệm.

*1.3.3. Mô hình lực khí động theo lý thuyết Piston*

*1.3.3.1. Mô hình lực khí động theo lý thuyết Piston tuyến tính [35]:*

$$p_a(x, y, t) = -\frac{\rho_a U_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left[ \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} + \frac{1}{U_\infty} \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \cdot \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} \right], \quad (1.4)$$

trong đó:  $p_a$  - lực khí động trên một đơn vị diện tích (áp suất khí động),  $U_\infty$  - vận tốc dòng khí chưa bị nhiễu động,  $M_\infty$  - số Mach,  $w$  - chuyển vị dài theo phương  $z$  (độ võng).

### 1.3.3.2. Mô hình lực khí động theo lý thuyết Piston phi tuyến [36]:

Trong trường hợp này, tỷ số giữa áp suất khí động tác dụng lên mặt ngoài của vật thể và áp suất tĩnh của dòng khí chưa bị nhiễu động được xác định theo biểu thức:

$$\frac{p}{p_\infty} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{v_n}{a_\infty} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1.5)$$

với:  $v_n$  - vận tốc của vật theo phương pháp tuyến với bề mặt, được xác định:

$$v_n = U_\infty \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} \quad (1.6)$$

$\gamma$  - tỷ số nhiệt dung của chất khí (chỉ số mũ đoạn nhiệt).

### 1.3.3.3. Mô hình lực khí động theo lý thuyết tuyến tính dòng có thể [35]:

Theo lý thuyết này, dòng có thể và không nhớt cho bởi biểu thức:

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{a_\infty^2} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right]^2 \phi_{\text{air}} = 0. \quad (1.7)$$

Từ phương trình (1.7) cho ta đại lượng  $\phi_{\text{air}}$  theo điều kiện của bề mặt. Đối với trường hợp tấm phẳng, ta có:

$$\left. \frac{\partial \phi_{\text{air}}}{\partial z} \right|_{z=0} = \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right]^2 w \quad (1.8)$$

trong đó:  $\phi_{\text{air}}$  - hàm thế vận tốc,  $a_\infty$  - vận tốc âm thanh,  $U_\infty$  - vận tốc dòng khí,  $w$  - chuyển vị của dòng khí theo phương pháp tuyến (phương trục  $z$ ).

Theo đó, mối quan hệ giữa áp suất và hàm thế vận như sau:

$$\Delta p = \rho_k \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right]^2 \phi_{\text{air}}, \quad (1.9)$$

với:  $\Delta p$  - độ chênh áp suất khí động, phụ thuộc chuyển dịch của vật thể.

Mỗi mô hình lực khí động thường phù hợp với những điều kiện nhất định, trong đó có thể thấy:

- Mô hình lực khí động thực nghiệm Theodorsen và mô hình lực khí

động thực nghiệm Scanlan phù hợp tính toán các công trình có mặt cắt ngang chịu tác dụng của lực khí động, trong đó vận tốc dòng khí dưới âm ( $M < 1$ ).

- Đối với mô hình lực khí động theo lý thuyết dòng bị biến dạng phù hợp với dòng cận âm hoặc dòng vượt âm có  $M < \sqrt{2}$ .

- Mô hình lực khí động theo lý thuyết Piston phù hợp với dòng vượt âm có  $M \geq \sqrt{2}$ , trong đó lý thuyết Piston phi tuyến đã xét đến quan hệ phi tuyến giữa lực khí động tác dụng lên kết cấu và chuyển vị của kết cấu.

- Mô hình lực khí động theo lý thuyết tuyến tính hóa dòng có thể phù hợp với dòng cận âm hoặc dòng vượt âm với  $M < 5$ .

Với định hướng nghiên cứu, tác giả luận án lựa chọn mô hình lực khí động thực nghiệm Scanlan kết hợp với mô hình áp lực gió lên tấm để tính toán động lực học kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường.

## **1.4. Tổng quan về tình hình nghiên cứu về kết cấu tấm composite áp điện**

### ***1.4.1. Về tình hình nghiên cứu trên Thế giới:***

Nghiên cứu tính toán kết cấu composite áp điện để áp dụng trong các ngành kỹ thuật được nhiều nhà khoa học trên thế giới quan tâm và đã có khá nhiều công trình nghiên cứu được công bố.

Về nghiên cứu ứng xử cơ học đối các kết cấu composite áp điện đã được nhiều nhà khoa học trên thế giới quan tâm. Tác giả Dipak Kumar Maiti [31] nghiên cứu ứng xử uốn và ổn định tĩnh đàn hồi của tấm composite áp điện chịu tác dụng của tải trọng cơ và nhiệt độ bằng phương pháp PTHH. Kết quả tính toán số cho thấy ảnh hưởng của điện thế áp đặt vào lớp áp điện, nhiệt độ, cách bố trí lớp vật liệu composite đến chuyển vị và ổn định của tấm là đáng kể. Tác giả Dipak Kumar Maiti và cộng sự [32], Dimitris Varelis và cộng sự [33] đã thiết lập quan hệ ứng xử ổn định phi tuyến và nghiên cứu sau ổn định của tấm composite áp điện chịu tác dụng của tải trọng tĩnh và nhiệt độ. Tác

giả Hui-Shen Shen [42] nghiên cứu ứng xử sau ổn định của tấm composite áp điện trong điều kiện đầy đủ tải trọng điện - cơ - nhiệt. Kết quả khảo sát số cho thấy ảnh hưởng của một số yếu tố như nhiệt độ, điện thế và kích thước hình học của tấm đến lực tới hạn. Trong nghiên cứu của mình, I.K.Oh và các cộng sự [44] đã có được các đặc trưng dao động phi tuyến và sau ổn định của tấm composite áp điện chịu tác dụng của tải trọng nhiệt độ và điện. Tác giả Jin Zhang và các cộng sự [48] đã tập trung nghiên cứu ảnh hưởng của lớp bề mặt trong kết cấu tấm lớp sandwich có các lớp áp điện và kích thước tấm bé, trong đó lý thuyết chuyển vị bậc nhất được tác giả sử dụng. Các khảo sát số đã xem xét được ảnh hưởng của tính chất cơ lý lớp bề mặt và điện áp áp đặt lên các lớp áp điện đến giá trị tới hạn của tấm. Tác giả Jose M. Simoes Moita và các cộng sự [50], M. Yaqoob Yasin và các cộng sự [58] đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) để nghiên cứu tính toán điều khiển dao động tự do của tấm, vỏ composite bằng áp điện. Bằng phương pháp thực nghiệm, Miroslav M. Jovanović và các cộng sự [55] bước đầu đã có những nghiên cứu nhằm điều khiển dao động của tấm dạng conson, kết quả cho thấy hiệu quả của hệ điều khiển đến dao động của tấm, trong đó các miếng áp điện đóng vai trò quan trọng. Tác giả S. Jafari Mehrabadi và các cộng sự [86] đã có được một số kết quả khi nghiên cứu về tính chất dao động tự do của tấm FGM hình tròn có gắn các lớp áp điện. David N. Betts và các cộng sự [30], Zdzislaw Mieszczyk và các cộng sự [102] đã sử dụng phương pháp PTHH thiết lập các quan hệ ứng xử tĩnh và dao động đối với tấm composite có các lớp áp điện, các khảo sát số cho thấy khả năng điều khiển chuyển vị tĩnh và giảm dao động cho tấm đối với tính chất của các lớp vật liệu áp điện gắn lên tấm. Tác giả Abhishek Gupta [13] sử dụng phần tử tấm 9 điểm nút thiết lập thuật toán và chương trình phân tích phi tuyến bài toán uốn tấm



composite áp điện trong môi trường nhiệt độ. Kết quả nghiên cứu cho thấy ảnh hưởng của tính chất áp điện và nhiệt độ đến dao động của tấm. Tác giả Aziz Lebiéd [21], Shiuh-Chuan Her và cộng sự [85], R.M. Kanasogi và cộng sự [81], Rudiger Schmidt và cộng sự [100] thiết lập thuật toán, chương trình tính phân tích tuyến tính và phi tuyến hình học động lực học tấm composite có các miếng hoặc lớp áp điện dưới tác dụng của tải trọng tĩnh phân bố đều, kết quả khảo sát số cho thấy ảnh hưởng đáng kể của hệ số hồi tiếp, vị trí bố trí và số lượng các miếng áp điện đến tính chất dao động của tấm.

Các tác giả A. Mukherjee và các cộng sự [18], Chennappa H. Korishettivà cộng sự [27], G. R. Liu và các cộng sự [38], Kapil Narwal và cộng sự [51], S. Y. Wang và các cộng sự [88], Zhang Shunqi và các cộng sự [103] đã sử dụng phương pháp PTHH với loại phần tử 9 điểm nút để mô hình hoá bài toán dao động của tấm composite có các lớp hoặc miếng áp điện và thuật toán điều khiển dao động của các kết cấu dạng này. Kết quả khảo sát số cho thấy hiệu quả rõ rệt của vật liệu áp điện trong việc điều khiển dao động cho kết cấu tấm với các điều kiện liên kết khác nhau. Tác giả Jinqiang Li và các cộng sự [46] xây dựng thuật toán và tính toán số nhằm điều khiển dao động ngẫu nhiên của tấm composite áp điện bằng việc áp dụng nguyên lý Hamilton và phương pháp Rayleigh - Ritz, ảnh hưởng của vật liệu áp điện đã được xem xét trong các tính toán số. Tác giả Shunqi Zhang [91] sử dụng phần tử phi tuyến trong việc thiết lập thuật toán điều khiển dao động của kết cấu thành mỏng bằng vật liệu composite áp điện và đã có những kết quả khảo sát số cho thấy ảnh hưởng của tính chất điện áp cũng như các thông số hình học đến dao động của tấm. Jose Simoes Moita và các cộng sự [49] sử dụng phương pháp PTHH để mô hình hoá và điều khiển dao động kết cấu tấm lớp áp điện. Tác giả A. Ghorbanpour Arani và cộng sự [14] nghiên cứu ổn định của tấm hình vành khuyên có các

dây gia cường và các lớp áp điện chịu tác dụng của tải trọng cơ và nhiệt. Các tác giả Alfredo R. de Faria và cộng sự [15], Priyanka Jadhav và cộng sự [71], P. Wluka và cộng sự [76], Rajan L. Wankhade và cộng sự [77] sử dụng lý thuyết chuyển vị bậc nhất và tấm có các miếng áp điện với ứng suất trước để phân tích ổn định đối với tấm composite. Phát triển hướng nghiên cứu này, Alfredo R. de Faria [16] nghiên cứu tối ưu ổn định và sau ổn định cho tấm composite có các miếng áp điện với cách bố trí khác nhau. Tác giả Vahid Monfared [97] sử dụng phương pháp giải tích để phân tích hiện tượng ổn định tuyến tính của tấm hình tròn và hình chữ nhật dưới tác dụng của các loại tải trọng khác nhau như: phân bố đều, phân bố nửa hình sin theo cạnh tấm. Tác giả N.S. Viliani và các cộng sự [62] đã phân tích ổn định của tấm bằng vật liệu FGM có gắn các miếng áp điện hình chữ nhật ở mặt trên và dưới tấm. Tác giả F. Ebrahimi và cộng sự [37] đã nghiên cứu điều khiển dao động tự do của tấm FGM hình vành khuyên bằng vật liệu áp điện theo lý thuyết tấm cổ điển và thuật toán PTHH. Tác giả Panupan Jommalai và cộng sự [64] sử dụng phương pháp Kantorovich để nghiên cứu dao động và ổn định của tấm composite chịu tác dụng của tải trọng nén tĩnh.

Bên cạnh việc sử dụng lý thuyết biến dạng bậc nhất để tính toán, các nhà khoa học cũng đã sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc ba và phương pháp giải tích để nghiên cứu về ứng xử cơ học của kết cấu composite áp điện. Các tác giả P.Veera Sanjeeva Kumar và các cộng sự [73,74,75] đã xem xét bài toán uốn và dao động của tấm composite áp điện bằng lý thuyết chuyển vị bậc cao với các điều kiện biên đơn giản, chịu tải trọng cơ-điện phân bố đều trên bề mặt tấm. Các tác giả K. Chandrashekhara và cộng sự [53], Piotr Kedziora và cộng sự [66], Piotr Wluka và cộng sự [67] sử dụng phương pháp PTHH thiết lập thuật toán điều khiển, phân tích ổn định tĩnh đối với tấm composite áp

điện chịu tải trọng cơ - điện. Tác giả P. Ravikanth Raju và các cộng sự [72], Rajan L. Wankhade và cộng sự [78] sử dụng lý thuyết chuyển vị bậc 3 và phương pháp Navier để thiết lập thuật toán và giải bài toán tấm composite áp điện. Các nghiên cứu đã xem xét ảnh hưởng của các yếu tố hình học, tính chất áp điện đến lực tới hạn (độ bền) của tấm, nghiên cứu cũng cho thấy hiệu quả của vật liệu áp điện trong việc điều khiển khả năng ổn định cho các kết cấu có độ cứng bé như dạng tấm. Tác giả Victor M. Franco Correia và các cộng sự [99] đã nghiên cứu tối ưu ổn định của kết cấu tấm composite áp điện chịu tác dụng của tải trọng nén tĩnh, trong đó lý thuyết chuyển vị bậc 3 đã được tác giả sử dụng. Tác giả M. Shariyat [57] cũng sử dụng lý thuyết chuyển vị bậc 3 để nghiên cứu ổn định động của tấm composite áp điện không hoàn hảo chịu tác dụng của nhiệt độ - điện - cơ, trong đó tải trọng điều hoà tác dụng được xem xét. Tác giả đã tính toán số với các trường hợp liên kết của tấm khác nhau. Việc sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao để tính toán sẽ cho kết quả chính xác hơn, tuy nhiên khối lượng tính toán sẽ nhiều và phức tạp hơn so với lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất.

Về nghiên cứu các kết cấu composite áp điện có biện pháp gia cường như: gân, lượn sóng, gấp nếp, v.v.. là đối tượng bắt đầu được các khoa học quan tâm nghiên cứu dưới các hình thức khác nhau. Theo đó, V. Balamurugan và cộng sự [98] phân tích bài toán dao động của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng điều hoà bằng phương pháp PTHH, trong đó đã chỉ ra sự khác biệt về đáp ứng chuyển vị của tấm giữa trường hợp không có điều khiển và có điều khiển dao động bằng áp điện. Tác giả Atanu Sahu và các cộng sự [19] phân tích bài toán dao động và điều khiển dao động của tấm composite được tăng cứng bởi các sợi vật liệu áp điện, các tác giả đã tính toán cho một số trường

hợp tăng cứng khác nhau của tấm. Tác giả A.H. Akbarzadeh và các cộng sự [20] đã sử dụng phương pháp bán giải tích để nghiên cứu đáp ứng động lực học của tấm lớp có biện pháp gia cường đặt trên nền đàn hồi. Trong nghiên cứu của mình, Hadi Ghashochi-Bargh và cộng sự [40] đã thiết lập phương trình và tính toán số đối với bài toán tấm composite có các miếng áp điện chịu tác dụng của sóng xung kích do nổ gây nên. Các tác giả đã tính toán, so sánh với bài toán của các tác giả khác cho thấy sự phù hợp và tính chính xác của phương pháp đề xuất. Tác giả Srinivasan Sridharan và cộng sự [87] nghiên cứu đưa ra thuật toán điều khiển ổn định đối với kết cấu tấm bằng vật liệu đẳng hướng có gân gia cường, trong đó sử dụng các lớp áp điện để làm nhân tố điều khiển.

Về nghiên cứu ảnh hưởng của tải trọng khí động đối với kết cấu composite áp điện, các tác giả Chang-Yull Lee và cộng sự [26], Chonghui Shao và các cộng sự [28, 29], T. V. R. Chowdary và các cộng sự [96] đã sử dụng phương pháp PTHH để thiết lập thuật toán, chương trình máy tính và tính toán số đối với bài toán dao động, ổn định Flutter của tấm composite, trong đó tải trọng khí động được xác định theo lý thuyết piston. Các tác giả Shih-Yao Kuo [90], Xiaosui Ouyang và cộng sự [101] nghiên cứu dao động và ổn định Flutter của tấm với các phương án sợi gia cường khác nhau trong điều kiện vận tốc dòng khí vượt âm. Tác giả Seok-Hyeon Kang và cộng sự [83] nghiên cứu ứng xử khí động lực học của kết cấu áp điện mỏng trong môi trường nhiệt độ, chịu tác dụng của dòng khí vượt âm và đã có được một số kết quả đáng kể. Tác giả Kanjuro Makihara và các cộng sự [52] nghiên cứu dao động và ổn định Flutter của tấm composite áp điện ngàm một cạnh dạng conson. Tác giả M.K. Singha và cộng sự [56] đã nghiên cứu dao động của tấm composite nhiều lớp hình trụ thoải chịu tải trọng nhiệt cơ học do

vận tốc dòng khí động gây ra, trong đó cho thấy ảnh hưởng của áp suất khí động và hướng của dòng khí đến dao động của tấm composite trụ thoải. Nghiên cứu điều khiển dao động của kết cấu cánh máy bay dạng tấm và kết cấu tấm bằng vật liệu composite dưới tác dụng của lực khí động, sử dụng kết cấu áp điện dạng sợi được thể hiện trong các công trình nghiên cứu của Seung-Man Yang và các cộng sự [82], Tahereh Mirmohammadi Ghoojdi [92]. Các tác giả Guo Yao và cộng sự [39], R.C Batra và cộng sự [79], S. Pradyumnava và cộng sự [84], S.Y.Wang và các cộng sự [89] đã thành công trong việc thiết lập thuật toán, chương trình máy tính phân tích phi tuyến động lực học và ổn định của tấm, vỏ trụ thoải composite áp điện. Tác giả H. Afshari và cộng sự [43] nghiên cứu xác định các thông số dao động và ổn định Flutter của tấm lớp vật liệu biến đổi chức năng, trong đó liên kết của tấm là ngàm một cạnh. Bằng các tính toán số các tác giả đã đưa ra được những khuyến cáo có giá trị về mặt kỹ thuật nhằm giảm dao động, tăng khả năng ổn định cho các loại kết cấu trên.

#### ***1.4.2. Về tình hình nghiên cứu trong nước:***

Ở Việt Nam, việc nghiên cứu tính toán ứng dụng kết cấu dạng tấm, vỏ bằng vật liệu composite nói chung và composite áp điện nói riêng để làm cơ sở ứng dụng vào các lĩnh vực kỹ thuật cũng đã được nhiều nhà khoa học quan tâm nghiên cứu.

Các tác giả Đào Huy Bích và các cộng sự [23, 24], Đào Văn Dũng và cộng sự [34], Nguyễn Đình Đức và các cộng sự [59, 60] đã sử dụng phương pháp giải tích để nghiên cứu đáp ứng cơ học của kết cấu FGM có gân gia cường, với giả thiết gân gia cường bố trí phải mau, vật liệu gân đồng nhất với tấm FGM và kết cấu có dạng thành mỏng (bỏ qua khoảng cách giữa mặt trung hòa và mặt trung bình). Các tác giả dựa trên lý thuyết

tám cổ điển và lý thuyết san đều tác dụng gân của Lekhnitsky với những điều kiện biên đơn giản để giải bài toán. Tuy nhiên, trong thực tế các kết cấu FGM có thể có dạng đa liên kết và chỉ cần bố trí gân tại những vị trí xung yếu (số lượng gân ít) thì việc sử dụng phương pháp giải tích để tính vẫn gặp hạn chế và chưa giải quyết triệt để.

Tác giả Phùng Văn Phúc và các cộng sự [68, 69] đã thiết lập các quan hệ ứng xử phi tuyến của tấm composite áp điện làm cơ sở cho việc điều khiển dao động của kết cấu loại này và đã có những ví dụ số với các trường hợp cụ thể. Các tác giả Nguyễn Trần Chân [2], Phùng Văn Phúc và các cộng sự [70] sử dụng phương pháp PTHH mô hình hoá bài toán cặp đôi cơ - điện và kiểm chứng bằng một số thí nghiệm đối với vật liệu áp điện, cùng với các nghiên cứu khác, các kết quả này có tác dụng tốt cho việc làm thông số tính toán đối với các kết cấu áp điện. Bằng phương pháp PTHH trơn, nghiên cứu điều khiển dao động tự do của tấm composite áp điện đã được Phan Đào Hoàng Hiệp và cộng sự [65] đã phân tích ứng xử cơ học của tấm composite lớp với các lớp áp điện. Tác giả Lê Kim Ngọc [7] đã phân tích khá kỹ về ứng xử cơ - điện của loại vật liệu áp điện và kết cấu composite có lớp áp điện. Tác giả đã tiến hành tính toán tĩnh và dao động (đặc biệt phân tích kỹ về dao động tự do) của kết cấu tấm composite có lớp áp điện hình chữ nhật bằng phương pháp PTHH. Mặc dù kết quả mới dừng lại ở trường hợp tải trọng tĩnh và dao động tự do của kết cấu, song đây là cơ sở khoa học khá hữu ích cho việc phát triển tiếp theo, khi nghiên cứu kết cấu tấm composite có lớp áp điện chịu tải trọng động bất kỳ, trong đó hình dạng của kết cấu và liên kết phức tạp hơn. Phân tích tĩnh và động của tấm composite áp điện, trong đó bài toán dao động tự do có cần được tập trung giải quyết là vấn đề được các tác giả Trần Ích Thịnh và cộng sự [93] thực hiện, qua đó cho thấy tác động của các miếng áp điện đến đặc trưng dao động tự do của tấm. Ngoài ra, nhóm tác

giả này [54] đã nghiên cứu ảnh hưởng của chiều dày và vị trí của miếng áp điện đến điều khiển dao động của tấm composite áp điện dạng conson thông qua sự thay đổi của các giá trị hồi tiếp, kết quả cho thấy sự nhạy cảm của kích thước chiều dày, vị trí của miếng áp điện đến khả năng dao động tự do của hệ, cũng như tính linh hoạt trong việc điều khiển dao động của tấm composite khi có sự tham gia của các lớp hoặc miếng áp điện.

Theo phương pháp nghiên cứu lý thuyết kết hợp với thực nghiệm để kiểm chứng việc điều khiển dao động của tấm composite áp điện được các tác giả Trần Ích Thịnh và cộng sự [94] sử dụng loại phần tử tấm có gân gia cường để mô phỏng bài toán, kết quả cho thấy ảnh hưởng đáng kể của gân gia cường và tính chất của các lớp áp điện đến đặc trưng dao động tự do của tấm. Tác giả Trần Hữu Quốc và các cộng sự [95] đã nghiên cứu tối ưu hoá các phương án sắp xếp vị trí các cặp miếng áp điện (cảm biến và kích thích) nhằm điều khiển dao động cho tấm composite áp điện, trong đó đã chỉ ra được một số phương án tối ưu cho các trường hợp cụ thể của bài toán. Bằng phương pháp PTHH, tác giả Trần Thế Văn [11] đã thiết lập thuật toán, chương trình tính và tính toán số đối với bài toán dao động, ổn định Flutter của tấm composite lớp, chịu tác động đồng thời của tải trọng khí động theo lý thuyết piston và nhiệt độ.

Các tác giả Nguyễn Thái Chung và các cộng sự [61], Trương Thị Hương Huyền [6], Nguyễn Thị Thanh Xuân [12] đã nghiên cứu thiết lập thuật toán và chương trình tính phân tích phi tuyến động lực học và ổn định của tấm, vỏ trụ thoải composite áp điện. Qua tính toán số các tác giả đã đưa ra được những khuyến cáo có giá trị về mặt kỹ thuật nhằm giảm dao động, tăng khả năng ổn định cho các loại kết cấu trên. Tác giả Lê Thúc Định [5] đã tập trung nghiên cứu bài toán dao động và ổn định của kết cấu tấm, vỏ bằng vật liệu cơ tính biến thiên chịu tác dụng của lực khí động theo mô hình Scanlan theo phương bất kỳ, trong đó có xét đến tính chất cản của kết cấu và cản khí động.

Từ các kết quả công bố của các tác giả trong và ngoài nước, có thể nhận thấy trong khoảng hơn 10 năm trở lại đây, việc nghiên cứu tính toán các kết cấu như: dầm, tấm, vỏ có sự tham gia của vật liệu áp điện (miếng, tấm, sợi) đã được các nhà khoa học trong nước và nước ngoài quan tâm đặc biệt và đã đạt được những kết quả đáng kể, trong đó có những kết quả nghiên cứu đã được đưa vào ứng dụng hiệu quả trong các lĩnh vực kỹ thuật như: y học, kỹ thuật điện tử, vũ khí công nghệ cao, thiết bị bay, v.v.. Việc phân tích kết cấu tấm, vỏ composite áp điện đã có khá nhiều kết quả công bố về tính toán bền, dao động tự do và ổn định của vỏ composite áp điện. Đối với kết cấu dạng tấm composite áp điện tuy có khá nhiều kết quả công bố, song chủ yếu mới tập trung vào giải quyết bài toán với phân tích tĩnh, còn về phân tích động và điều khiển dao động mới chỉ là dao động tự do, dao động tuyến tính, không xét cản và chịu tải trọng đơn giản. Đặc biệt, việc phân tích động lực học của tấm composite áp điện với tải trọng động bất kỳ, có biện pháp gia cường, có xét đầy đủ cản kết cấu, cản áp điện cho đến nay còn rất ít công trình công bố.

### **1.5. Các kết quả đạt được từ các công trình đã công bố**

- Đã có những nghiên cứu về vật liệu áp điện và khả năng ứng dụng của vật liệu áp điện vào một số lĩnh vực kỹ thuật. Các quan hệ ứng xử cơ học - điện đã được thiết lập đủ để tính toán ứng xử đối với các kết cấu có sự tham gia của vật liệu áp điện.

- Có lời giải cả giải tích và phương pháp số (PTHH) cho bài toán tấm FGM, tấm composite có miếng hoặc lớp áp điện, chịu tác dụng của tải trọng điện, cơ - điện, trong đó tải trọng cơ (tĩnh hoặc động), bài toán tuyến tính hoặc phi tuyến đã được nghiên cứu trong đó. Đối với phương pháp giải tích, điều kiện liên kết là đơn giản, tấm composite chủ yếu là hình chữ nhật, vuông hoặc tròn. Đối với phương pháp PTHH các tác giả đã giải quyết được các bài toán với điều kiện tải trọng, liên kết và hình dạng tấm phức tạp.



- Bài toán ổn định tĩnh và động của tấm composite áp điện đã có một số công trình nghiên cứu đề cập, song tập trung chủ yếu ở dạng ổn định tuyến tính, tải trọng phân bố đều, đối xứng. Bên cạnh đó, một số nghiên cứu về ổn định Flutter của tấm composite, tấm composite áp điện với vận tốc dòng khí cận âm và vượt âm cũng đã được đề cập.

- Một số ít nghiên cứu về kết cấu tấm composite áp điện có biện pháp gia cường chịu tải trọng tĩnh, chủ yếu sử dụng phương pháp PTHH, song kết quả công bố chưa nhiều.

- Bên cạnh nghiên cứu lý thuyết, một số nghiên cứu thực nghiệm xem xét ứng xử tĩnh và động kết cấu tấm composite có gắn các miếng áp điện bằng thực nghiệm đã được các nhóm nghiên cứu trong nước và ngoài nước thực hiện, bước đầu có những kết quả khả quan góp phần kiểm chứng việc nghiên cứu tính toán lý thuyết.

### **1.6. Các vấn đề cần được tiếp tục nghiên cứu**

- Nghiên cứu tính toán dao động, ổn định của kết cấu tấm, vỏ composite, FGM áp điện có các biện pháp gia cường như: gân gia cường, kết cấu lượn sóng, gấp nếp chịu tác dụng của tải trọng cơ, nhiệt, khí động lực học, v.v.. Trong đó cần đi sâu nghiên cứu xây dựng mô hình, thuật toán và chương trình máy tính để tính toán, lựa chọn các thông số hợp lý hoặc tối ưu kết cấu dạng này với các điều kiện khác nhau để định hướng ứng dụng vào các lĩnh vực kỹ thuật.

- Nghiên cứu, tính toán kết cấu tấm, vỏ composite, FGM áp điện, trong đó sử dụng các loại vật liệu áp điện khác nhau như: vật liệu áp điện đẳng hướng, dị hướng, thay đổi tính chất theo nhiệt độ; kết cấu dạng tấm, miếng, sợi chịu tác dụng đồng thời của các dạng tải trọng: cơ, nhiệt, lực khí động, v.v..

- Nghiên cứu ứng xử tĩnh, động và ổn định các kết cấu tấm, vỏ composite, FGM với sự tham gia của các lớp hoặc các miếng áp điện có hoặc không có các biện pháp gia cường bằng phương pháp thực nghiệm

trên mô hình trong phòng thí nghiệm.

### 1.7. Kết luận rút ra từ tổng quan

Cho đến nay, các kết cấu làm bằng vật liệu composite, FGM có các miếng hoặc các lớp áp điện là các loại kết cấu được quan tâm nghiên cứu, trong đó đã xem xét ứng xử cơ học trước tác động của các dạng tải trọng khác nhau với mục đích định hướng ứng dụng vào các lĩnh vực kỹ thuật, đặc biệt trong lĩnh vực kỹ thuật công nghệ cao, trong đó các kết cấu tấm, vỏ composite, FGM có sự tham gia của vật liệu áp điện là các đối tượng được quan tâm nhiều nhất.

Về dao động (tự do, cưỡng bức), đối với kết cấu tấm composite áp điện đã có nhiều công trình công bố. Đối với tấm composite áp điện, nghiên cứu về ổn định tĩnh, động đã có nhiều công trình công bố và kết quả có được khá phong phú. Ngoài tải trọng điện - cơ, các nghiên cứu bước đầu đã đề cập đến tải trọng khí động, chủ yếu nghiên cứu dao động và ổn định của tấm dạng Flutter.

Đối với kết cấu tấm, vỏ composite áp điện có gân gia cường là loại kết cấu hội tụ được hai yếu tố nổi bật, đó là tính chất điều khiển của vật liệu áp điện và sự tăng cứng của các biện pháp gia cường, tuy nhiên lại phức tạp và khó trong tính toán. Ngày nay do công nghệ chế tạo phát triển mạnh nên các loại kết cấu này tương đối phổ biến, do đó nhu cầu tính toán lựa chọn các thông số hợp lý cho kết cấu dạng này là lớn nên cần phải được tập trung nghiên cứu cả lý thuyết và thực nghiệm.

Vì vậy, vấn đề ***“Phân tích động lực học tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động”*** mà luận án tập trung nghiên cứu được thực hiện trên cơ sở kế thừa, phát triển các nghiên cứu trước, nhằm có được các kết quả nghiên cứu dần đáp ứng nhu cầu thực tế trong một số lĩnh vực kỹ thuật như: cơ điện tử, hàng không vũ trụ, thiết bị bay, công nghiệp quốc phòng, v.v..

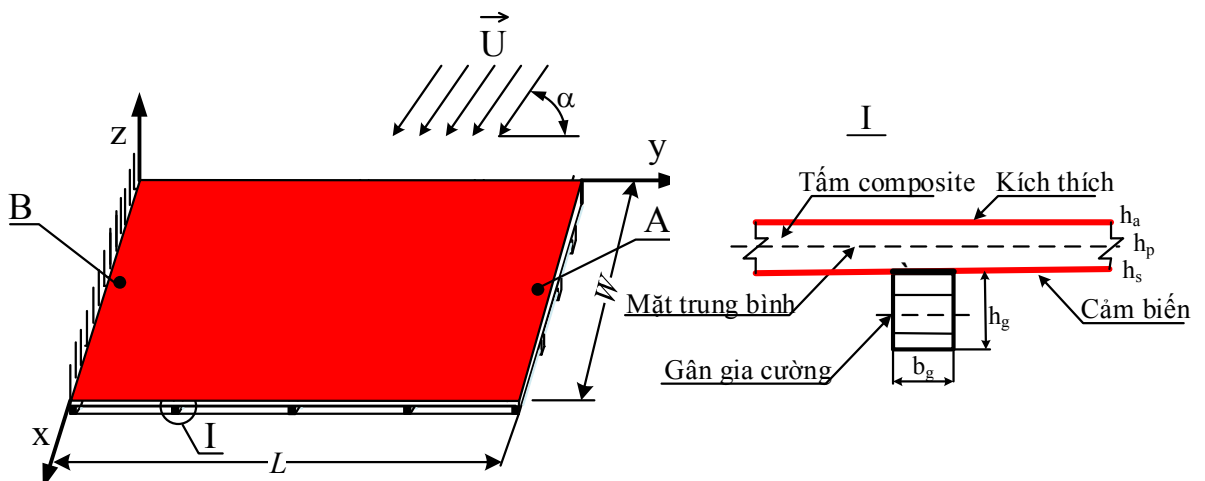
## CHƯƠNG 2

### PHÂN TÍCH PHI TUYẾN ĐỘNG LỰC HỌC CỦA TẤM COMPOSITE ÁP ĐIỆN CÓ GÂN GIA CƯỜNG CHỊU TẢI TRỌNG KHÍ ĐỘNG

#### 2.1. Đặt vấn đề

Như đã nêu trong chương tổng quan, để làm công cụ cho việc tính toán số đối với bài toán kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng khí động nhằm định hướng ứng dụng vào các lĩnh vực kỹ thuật, trong chương này tác giả luận án tập trung xây dựng mô hình, các quan hệ ứng xử cơ - điện, thuật toán phần tử hữu hạn (PTHH) và chương trình tính để giải quyết bài toán đặt ra. Tác giả luận án sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất của Mindlin và quan hệ phi tuyến giữa biến dạng - chuyển vị để thiết lập thuật toán điều khiển dao động của tấm composite áp điện có gân gia cường trên cơ sở áp dụng tính chất thuận nghịch của vật liệu áp điện dưới tác dụng của tải trọng khí động.

#### 2.2. Mô hình bài toán và các giả thiết



**Hình 2.1.** Mô hình tấm composite áp điện có gân gia cường  
chịu tải trọng khí động

Xét tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động do dòng khí di chuyển với vận tốc  $U$  hợp với mặt phẳng xoy của tấm một góc  $\alpha$  (Hình 2.1).

***Các giả thiết của bài toán như sau:***

- Tấm và gân liên kết bám dính tuyệt đối, trường hợp tổng quát xét tấm thỏa mãn điều kiện lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, bỏ qua biến dạng pháp tuyến  $\varepsilon_z$ , Vật liệu của tấm, gân và áp điện làm việc trong giới hạn đàn hồi. Mỗi lớp của tấm và gân là vật liệu composite đồng phương.

- Điện thế là hằng số trên mặt lớp áp điện và biến thiên tuyến tính theo chiều dày của lớp áp điện. Các hệ số đàn hồi, hệ số tương tác áp điện và các hệ số điện môi không thay đổi trong quá trình tấm biến dạng.

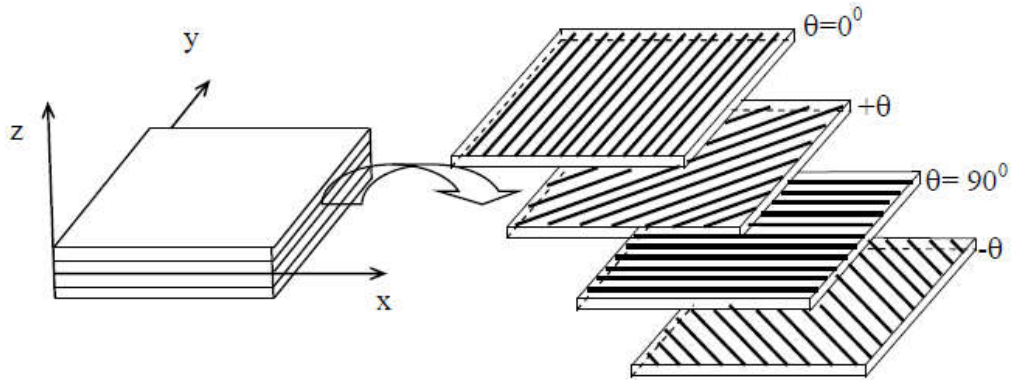
- Bỏ qua hiệu ứng rời của dòng khí và chấp nhận phương pháp độc lập, công tác dụng của tải trọng.

Lúc này, dưới tác dụng của tải trọng cơ học thông thường, điện và lực khí động động, phương trình dao động của tấm có dạng:  $[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{R\}$ , trong đó  $[M]$  là ma trận khối lượng;  $[C]$  là ma trận biểu thị tổng cản kết cấu, áp điện và khí động;  $[K]$  là ma trận biểu thị tổng độ cứng kết cấu, tương tác kết cấu - áp điện và khí động;  $\{R\}$  là véc tơ tải trọng động cơ học thông thường.

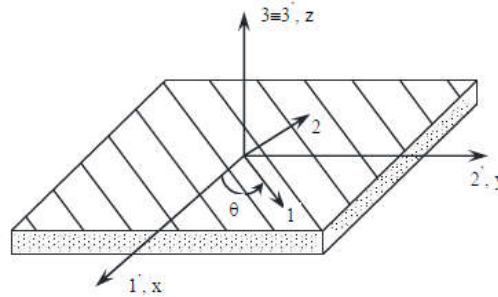
### **2.3. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite lớp có gân gia cường**

#### ***2.3.1. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite lớp:***

Xét tấm composite có  $n$  lớp composite nằm trong hệ trục tọa độ tổng thể  $(x,y,z)$ , mặt phẳng  $(xoy)$  trùng với mặt phẳng trung bình của tấm. Tấm có các phương chính  $(1,2,3)$ , mặt phẳng  $(1,2)$  trùng với mặt phẳng của lớp vật liệu, trong đó phương 1 trùng với phương sợi, phương 2 vuông góc với phương sợi (Hình 2.2).



a) Cấu trúc của tấm composite lớp



b) Hệ trục chính (1,2,3) và hệ trục tổng thể (x,y,z) của lớp vật liệu

**Hình 2.2.** Tấm composite lớp và hệ trục tọa độ của lớp vật liệu

Tác giả luận án sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất của Mindlin để xây dựng các quan hệ ứng xử cơ học đối với tấm composite lớp.

### 2.3.1.1. Quan hệ biến dạng và chuyển vị:

Trường chuyển vị tại một điểm bất kỳ thuộc tấm, có tọa độ (x,y,z), tại thời điểm t được biểu diễn như sau [80]:

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t), \\ v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z\theta_x(x, y, t), \\ w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t), \end{cases} \quad (2.1)$$

với: u, v, w tương ứng là chuyển vị dài dọc theo các trục x,y và z tại điểm thuộc tấm có tọa độ (x,y,z);  $u_0, v_0, w_0$  tương ứng là chuyển vị dài dọc theo các trục x, y, z tại điểm trên mặt trung bình của phần tử tấm;  $\theta_x, \theta_y$  lần lượt

là góc xoay của pháp tuyến tâm quanh các trục x và y.

Viết lại trường chuyển vị (2.1) dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z \\ 0 & 1 & 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{w}_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

hay:  $\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{L}]\{\hat{\mathbf{u}}\}, \quad (2.3)$

trong đó:  $\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{u} \ \mathbf{v} \ \mathbf{w}\}^T,$

$$[\mathbf{L}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z \\ 0 & 1 & 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Quan hệ phi tuyến giữa chuyển vị và biến dạng lớn theo lý thuyết Von-Karman tại một điểm bất kỳ thuộc tâm (2.1) như sau:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \right)^2 = \frac{\partial \mathbf{u}_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial x} \right)^2 = \frac{\partial \mathbf{u}_0}{\partial x} + z \kappa_x + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial x} \right)^2, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} \right)^2 = \frac{\partial \mathbf{v}_0}{\partial y} - z \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial y} \right)^2 = \frac{\partial \mathbf{v}_0}{\partial y} + z \kappa_y + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial y} \right)^2, \\ \gamma_{xy} &= \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} = \left( \frac{\partial \mathbf{u}_0}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{v}_0}{\partial x} \right) + z \left( \frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial y} \quad (2.4) \\ &= \left( \frac{\partial \mathbf{u}_0}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{v}_0}{\partial x} \right) + z \kappa_{xy} + \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial y}, \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial x} + \theta_y, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{w}_0}{\partial y} - \theta_x. \end{aligned}$$

Viết lại 3 phương trình đầu của (2.4) dưới dạng véc tơ như sau:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} + Z \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} & \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} w_0, \quad (2.5)$$

Hay:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + Z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^N \\ \varepsilon_y^N \\ \gamma_{xy}^N \end{Bmatrix}, \quad (2.6)$$

trong đó:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \text{ là véc tơ biến dạng mặt trung bình,}$$

$$\{\kappa\} = \{\kappa_x \quad \kappa_y \quad \kappa_{xy}\}^T = \left\{ \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad -\frac{\partial \theta_x}{\partial y} \quad -\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right\}^T \text{ là véc tơ độ}$$

cong uốn và xoắn,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^N \\ \varepsilon_y^N \\ \gamma_{xy}^N \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} & \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} w_0 \text{ là véc tơ biến dạng phi tuyến.}$$

đặt:

$$[D_\varepsilon] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad [D_\kappa] = z \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix},$$

$$[A_\varphi(w)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} & \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \{D_N\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}.$$

Do vậy, ba phương trình đầu của (2.4) viết dưới dạng véc tơ như sau:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D_\varepsilon] \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} + [D_\kappa] \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} [A_\varphi(w)] \{D_N\} w_0 = \quad (2.7)$$

$$= \{\varepsilon_0\} + z \{\kappa\} + \{\varepsilon^N\} = \{\varepsilon_b^L\} + \{\varepsilon^N\} = \{\varepsilon_b\}.$$

Hai phương trình biến dạng cắt của (2.4) viết dưới dạng véc tơ như sau:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 \\ \frac{\partial}{\partial y} & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \left[ \{D^w\} \quad -[I_s] \right] \begin{Bmatrix} w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \{\varepsilon_s\}, \quad (2.8)$$

trong đó:

$$\{D^w\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}, \quad [I_s] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$



Kết hợp (2.7) và (2.8) ta có biểu thức quan hệ biến dạng - chuyển vị:

$$\{\varepsilon_b\} = \{\varepsilon_b^L\} + \{\varepsilon^N\} = \left( [D_b^L] + \frac{1}{2}[D^N(w)] \right) \{\hat{u}\}, \quad (2.9)$$

$$\{\varepsilon_s\} = [D_s] \{\hat{u}\} \quad (2.10)$$

trong đó:

$$\{\varepsilon_b^L\} = \{\varepsilon^0\} + z\{\kappa\} \quad \text{là véc tơ biến dạng tuyến tính,}$$

$$\{\varepsilon^N\} \quad \text{là véc tơ biến dạng phi tuyến,}$$

$$[D_b^L] = \begin{bmatrix} [D_\varepsilon] & \underbrace{\{0\}}_{3 \times 1} & \underbrace{[0]}_{3 \times 2} \\ \underbrace{[0]}_{3 \times 2} & \underbrace{\{0\}}_{3 \times 1} & [D_\kappa] \end{bmatrix},$$

$$[D^N(w)] = \begin{bmatrix} \underbrace{[0]}_{3 \times 2} & [A_\varphi(w)]\{D_N\} & \underbrace{[0]}_{3 \times 2} \\ \underbrace{[0]}_{3 \times 2} & \underbrace{\{0\}}_{3 \times 1} & \underbrace{[0]}_{3 \times 2} \end{bmatrix},$$

$$[D_s] = \begin{bmatrix} \underbrace{[0]}_{2 \times 2} & \{D^w\} & -[I_s] \end{bmatrix},$$

$$\{\hat{u}\} = \{u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad q_x \quad q_y\},$$

chỉ số “L” ký hiệu tuyến tính và chỉ số “N” ký hiệu phi tuyến.

Lúc này biểu thức (2.4) được viết lại dưới dạng véc tơ như sau:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\varepsilon_b\} \\ \{\varepsilon_s\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\varepsilon_b^L\} + \{\varepsilon^N\} \\ \{\varepsilon_s\} \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

### 2.3.1.2. Quan hệ ứng suất và biến dạng:

Giả thiết bỏ qua ứng suất pháp vuông góc với mặt trung bình của tấm ( $\sigma_z = 0$ ), biểu thức quan hệ ứng suất - biến dạng trong lớp composite thứ k được xác định dưới dạng như sau [10], [17], [45]:

$$\{\sigma\}_k^c = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}, \quad (2.12)$$

trong đó: Các thành phần ứng suất ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) và biến dạng ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ ) tương ứng với trạng thái ứng suất phẳng; các thành phần  $\bar{Q}_{ij}, \bar{C}_{ij}$  được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta), \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta, \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta, \\ \bar{Q}_{66} &= ([Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})]) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta), \\ \bar{C}_{44} &= \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \cos^2 \theta + C_{66} \sin^2 \theta, \quad \bar{C}_{55} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \sin^2 \theta + C_{66} \cos^2 \theta, \\ \bar{C}_{45} &= \left( C_{66} - \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \right) \sin \theta \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.13)$$

với  $\theta$  là góc lệch trục của phương sợi so với trục x của phần tử; các hằng số độ cứng  $Q_{ij}$  và  $C_{ij}$  được xác định theo các mô đun kỹ thuật:

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12}, \\
C_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{23}}{E_1E_3\Delta}, C_{23} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1E_2\Delta}, C_{66} = G_{13}, \\
\Delta &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{22}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1E_2E_3}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

### 2.3.1.3. Các thành phần nội lực:

Dưới tác dụng của tải trọng, trong phần tử xuất hiện lực màng, mômen uốn, mômen xoắn và các thành phần lực cắt, chúng được xác định như sau [17], [80]:

#### a. Lực màng:

$$\{N^c(x, y, t)\} = \{N^c\} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}^c = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k^c dz, \tag{2.15}$$

trong đó:  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$  lần lượt là lực màng phân bố theo phương  $x$ ,  $y$ .

#### b. Mô men uốn và xoắn:

$$\{M^c(x, y, t)\} = \{M^c\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}^c = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k^c dz, \tag{2.16}$$

với  $M_x$ ,  $M_y$  và  $M_{xy}$  tương ứng là mô men uốn phân bố theo chiều dài và mô men xoắn phân bố theo chiều dài.

#### c. Lực cắt:

$$\{Q^c(x, y, t)\} = \{Q^c\} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix}^c = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}_k^c dz = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix}^c \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}, \tag{2.17}$$

trong đó  $Q_x$ ,  $Q_y$  là các thành phần lực cắt phân bố theo chiều dài.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [\bar{C}_{ij}] (h_k - h_{k-1}), \quad i, j=4,5, \quad (2.18)$$

Mindlin đã đề xuất bổ sung hàm hiệu chỉnh lực cắt  $\lambda$  để có được các thành phần ứng suất cắt trong tính toán đạt độ chính xác cao hơn so với lời giải của lý thuyết đàn hồi. Lúc này, từ (2.17) các thành phần lực cắt được tính bởi hệ thức [80]:

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \bar{A}_{44} & \bar{A}_{45} \\ \bar{A}_{45} & \bar{A}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}, \quad (2.19)$$

trong đó:

$$A_{ij} = \frac{5}{4} \sum_{k=1}^n [\bar{C}_{ij}] \left[ h_k - h_{k-1} - \frac{4}{3} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \frac{1}{h^2} \right], \quad i, j = 4,5. \quad (2.20)$$

Hệ số hiệu chỉnh cắt được chọn tùy thuộc vào từng loại vật liệu và từng quan điểm, đối với vật liệu composite chưa có hàm hiệu chỉnh tường minh. Trong các nghiên cứu của mình, Reissner chọn hệ số hiệu chỉnh bằng 5/6 để tính toán cho kết cấu đồng nhất và trục hướng [80]. Do vậy, tác giả cũng sử dụng giá trị này để tính toán trong luận án.

#### 2.3.1.4. Các quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite lớp:

Ký hiệu:  $\{\sigma\}_b = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}\}^T$ ,  $\{\sigma\}_s = \{\tau_{yz} \quad \tau_{xz}\}^T$  tương ứng là véc tơ ứng suất phẳng và cắt. Từ (2.12) các đại lượng này trong lớp composite thứ  $k$  được xác định:

$$\{\sigma_b\}_k = [\bar{Q}_{ij}]_k \left\{ \{\varepsilon^0\} + z\{\kappa\} + \{\varepsilon^N\} \right\}, \quad i, j=1,2,6. \quad (2.21)$$

$$\{\sigma_s\}_k = [\bar{C}_{ij}]_k \{\varepsilon_s\}, \quad i, j=4,5 \quad (2.22)$$

Thay (2.21) vào (2.15), (2.16) và thay (2.22) vào (2.17) dẫn đến:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix}^c = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) [\bar{Q}_{ij}]_k & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) [\bar{Q}_{ij}]_k \\ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) [\bar{Q}_{ij}]_k & \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) [\bar{Q}_{ij}]_k \end{bmatrix}^c \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_0\} + \{\varepsilon^N\} \\ \{\kappa\} \end{Bmatrix}, \quad (2.23)$$

$$\{Q\}^c = [0] (\{\varepsilon^0\} + \{\varepsilon^N\}) + [0] \{\kappa\} + \sum_{k=1}^n f(h_k - h_{k-1}) [\bar{C}_{ij}]_k \{\varepsilon_s\}, \quad (2.24)$$

Viết tổng hợp lại dưới dạng ma trận:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix}^c = \begin{bmatrix} [A] & [B] & [0] \\ [B] & [D] & [0] \\ [0] & [0] & [F] \end{bmatrix}^c \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^0\} + \{\varepsilon^N\} \\ \{\kappa\} \\ \{\varepsilon_s\} \end{Bmatrix}, \quad (2.25)$$

trong đó:

$$[A] = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) [\bar{Q}_{ij}]_k, \quad i, j = 1, 2, 6 \text{ - ma trận độ cứng màng,}$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) [\bar{Q}_{ij}]_k, \quad i, j = 1, 2, 6 \text{ - ma trận độ cứng tương tác}$$

màng-uốn-xoắn,

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) [\bar{Q}_{ij}]_k, \quad i, j = 1, 2, 6 \text{ - ma trận độ cứng uốn,}$$

$$[F] = \sum_{k=1}^n f(h_k - h_{k-1}) [\bar{C}_{ij}]_k, \quad i, j = 4, 5 \text{ với } f = 5/6 \text{ - ma trận độ cứng cắt.}$$

Trường hợp tấm đối xứng thì ma trận độ cứng tương tác màng-uốn-xoắn triệt tiêu, nghĩa là  $[B]=0$ .

### 2.3.2. Quan hệ ứng xử cơ học của gân gia cường

Xét gân gia cường là loại dầm 3 chiều gồm  $n$  lớp composite, bố trí song song với các cạnh của tấm và để phù hợp với hệ tọa độ cục bộ của tấm, ta gắn hệ tọa độ cục bộ  $oxyz$  cho dầm với trục  $ox$  trùng với trục dầm, trục  $oz$  trùng với phương pháp tuyến của tấm, đồng thời bỏ qua chuyển vị xoắn quanh trục  $z$  ( $\theta_z = 0$ ). Sau khi có được các ma trận phần tử, sử dụng ma trận chuyển để phù hợp với phương của gân: song song với cạnh ngắn hay cạnh dài của tấm. Do vậy, trong trường hợp tổng quát, các quan hệ ứng xử của gân được xác định như sau:

#### 2.3.2.1. Trường chuyển vị:

Các thành phần chuyển vị dài  $u$ ,  $v$  và  $w$  của một điểm thuộc phần tử dầm dọc theo các trục tọa độ cục bộ  $oxyz$  được biểu diễn bởi [3], [63], [105]:

$$\begin{cases} u = u(x, y, z, t) = u_0(x, t) - z\theta_y(x, t), \\ v = v(x, y, z, t) = v_0(x, t) + z\theta_x(x, t), \\ w = w(x, y, z, t) = w_0(x, t) - y\theta_x(x, t), \end{cases} \quad (2.26)$$

trong đó:  $u_0(x, t)$ ,  $v_0(x, t)$  và  $w_0(x, t)$  tương ứng là chuyển vị dài theo phương  $ox$ ,  $oy$  và  $oz$  của điểm giao giữa mặt cắt ngang qua điểm tính và trục dầm;  $\theta_x(x, t)$ ,  $\theta_y(x, t)$  tương ứng là góc xoay mặt cắt ngang của dầm quanh trục  $x$ ,  $y$ .

#### 2.3.2.2. Trường biến dạng:

Biến dạng phi tuyến tại một điểm thuộc dầm được xác định [63], [105]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2, \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Thay (2.26) vào (2.27), ta có:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} z^2 \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 + \\
&\quad + \frac{1}{2} y^2 \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 - y \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + z \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \\
\gamma_{xz} &= -\theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial x} - y \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Sử dụng hệ số hiệu chỉnh  $\lambda$ , biểu thức (2.28) trở thành [63], [80]:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} z^2 \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 + \\
&\quad + \frac{1}{2} y^2 \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 - y \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + z \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \\
\gamma_{xz} &= \sqrt{\lambda} \frac{\partial w_0}{\partial x} - y \frac{\partial \theta_x}{\partial x} - \sqrt{\lambda} \theta_y, \\
\gamma_{xy} &= \sqrt{\lambda} \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Viết dưới dạng véc tơ:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^L\} + \{\varepsilon^{NL}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^L \\ \gamma_{xz}^L \\ \gamma_{xy}^L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{NL} \\ \gamma_{xz}^{NL} \\ \gamma_{xy}^{NL} \end{Bmatrix}, \tag{2.30}$$

trong đó:  $\{\varepsilon^L\}$  là véc tơ biến dạng tuyến tính và  $\{\varepsilon^{NL}\}$  là véc tơ biến dạng phi tuyến. Các thành phần của biểu thức (2.30) như sau:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^L &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \theta_y}{\partial x}, \\
\gamma_{xz}^L &= \sqrt{\lambda} \frac{\partial w_0}{\partial x} - y \frac{\partial \theta_x}{\partial x} - \sqrt{\lambda} \theta_y, \\
\gamma_{xy}^L &= \sqrt{\lambda} \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x},
\end{aligned} \tag{2.31}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{NL} = & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} z^2 \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 + \\ & + \frac{1}{2} y^2 \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 - y \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + z \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\gamma_{xz}^{NL} = 0, \quad \gamma_{xy}^{NL} = 0,$$

2.3.2.3. Trường ứng suất:

Quan hệ ứng suất - biến dạng tại điểm thuộc dầm được xác định [80]:

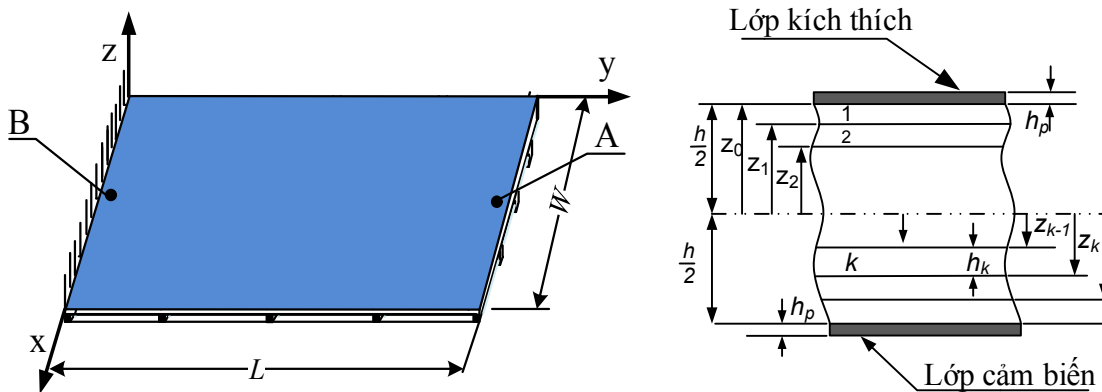
$$\{\sigma\} = [\bar{Q}] \{\varepsilon\} = [\bar{Q}] \{\varepsilon^L\} + [\bar{Q}] \{\varepsilon^{NL}\}, \quad (2.33)$$

Hay:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^L \\ \gamma_{xz}^L \\ \gamma_{xy}^L \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{NL} \\ \gamma_{xz}^{NL} \\ \gamma_{xy}^{NL} \end{Bmatrix}. \quad (2.34)$$

2.4. Quan hệ ứng xử cơ học của tấm composite có lớp áp điện

Tấm composite áp điện gồm n lớp composite và m lớp vật liệu áp điện như hình 2.3.



a) Tấm composite có lớp áp điện

b) Cấu trúc lớp của tấm composite áp điện

**Hình 2.3.** Mô hình tấm composite có lớp áp điện



Lớp áp điện gồm lớp kích thích và lớp cảm biến, chúng được kết nối với hệ thống điều khiển trở thành hệ khép kín. Lúc này, những lớp áp điện vừa đóng vai trò lớp vật liệu trong tấm composite, vừa đóng vai trò lớp kích thích hoặc lớp cảm biến. Vì vậy, khi chịu tác động (cơ học hoặc điện), tấm composite áp điện vừa có ứng xử cơ học, vừa có ứng xử điện hay nói cách khác trong tấm lúc này xuất hiện các ứng xử cơ - điện đồng thời.

#### 2.4.1. Ứng xử cơ học của lớp áp điện

Quan hệ ứng suất - biến dạng và hệ thức biểu diễn sự cân bằng điện tích trong lớp áp điện thứ k được xác định như sau [9],[47]:

$$\{\sigma\}_k^p = [\bar{C}]_k \{\varepsilon\}_k - [e]_k \{E\}_k, \quad (2.35)$$

$$\{D\}_k = [e]_k^T \{\varepsilon\}_k + [p]_k \{E\}_k, \quad (2.36)$$

trong đó:  $\{\sigma\}_k^p = \left\{ \sigma_x^p \ \sigma_y^p \ \tau_{xy}^p \ \tau_{yz}^p \ \tau_{xz}^p \right\}_k^T$  - véc tơ ứng suất,

$\{\varepsilon\}_k = \left\{ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx} \right\}_k^T$  - véc tơ biến dạng,

$[\bar{C}]_k$  - ma trận hệ số độ cứng của vật liệu áp điện,

$\{E\}_k$  - véc tơ cường độ điện trường,

$\{D\}_k$  - véc tơ chuyển dịch điện tích (véc tơ điện tích cảm ứng),

$[e]_k$  - ma trận hệ số ứng suất áp điện,

$[p]_k$  - ma trận hằng số điện môi.

Khi áp đặt điện thế tĩnh  $\phi$  trên bề mặt lớp áp điện thì trong lớp áp điện sẽ sinh ra điện trường E được xác định bởi:

$$E^x = 0, E^y = 0, E^z = E_k^z = -\frac{\phi_k}{t_k}. \quad (2.37)$$

$$\{E\}_k = \left\{ E_k^x \ E_k^y \ E_k^z \right\}^T = \left\{ 0 \ 0 \ E_k^z \right\}^T = -\left\{ 0 \ 0 \ \frac{\phi_k}{t_k} \right\}^T \quad (2.38)$$

trong đó:  $\phi_k$  là điện thế tĩnh áp đặt lên lớp áp điện thứ  $k$ ;  $t_k$  là chiều dày lớp áp điện thứ  $k$ . Lúc này trong lớp áp điện thứ  $k$ , ứng suất  $\{\sigma\}_k^P$  gồm hai thành phần: Ứng suất do biến dạng bởi các lực cơ học tác dụng (ký hiệu  $\{\sigma\}_k^M$ ) và ứng suất do điện trường gây nên (ký hiệu  $\{\sigma\}_k^E$ ), nghĩa là:

$$\{\sigma\}_k^P = \{\sigma\}_k^M - \{\sigma\}_k^E, \quad (2.39)$$

với: Ứng suất cơ học  $\{\sigma\}_k^M$  được xác định bởi:

$$\{\sigma\}_k^M = \begin{Bmatrix} \{\sigma_b\} \\ \{\sigma_s\} \end{Bmatrix}_k^M = \begin{bmatrix} [\hat{C}] & [0] \\ [0] & [\tilde{C}] \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_b\} \\ \{\varepsilon_s\} \end{Bmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|cc} \bar{\bar{C}}_{11} & \bar{\bar{C}}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\bar{C}}_{12} & \bar{\bar{C}}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\bar{C}}_{66} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \bar{\bar{C}}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\bar{C}}_{55} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}, \quad (2.40)$$

với:

$$[\hat{C}] = \begin{bmatrix} \bar{\bar{C}}_{11} & \bar{\bar{C}}_{12} & 0 \\ \bar{\bar{C}}_{12} & \bar{\bar{C}}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\bar{C}}_{66} \end{bmatrix}, \quad [\tilde{C}] = \begin{bmatrix} \bar{\bar{C}}_{44} & 0 \\ 0 & \bar{\bar{C}}_{55} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\bar{C}}_{11} = E_1 \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta}, \quad \bar{\bar{C}}_{22} = E_2 \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta}, \quad \bar{\bar{C}}_{44} = G_{23}, \quad \bar{\bar{C}}_{66} = G_{12}, \quad \bar{\bar{C}}_{55} = G_{13},$$

$$\bar{\bar{C}}_{12} = E_1 \frac{\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{31}}{\Delta}, \quad \Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}.$$

Ứng suất điện  $\{\sigma\}_k^E$  gây ra bởi điện trường áp đặt, được biểu diễn bằng biểu thức:

$$\underbrace{\{\sigma\}_k^E}_{5 \times 1} = \left\{ \sigma_x^E \quad \sigma_y^E \quad \tau_{xy}^E \quad \tau_{yz}^E \quad \tau_{zx}^E \right\}_k^T = \left( \underbrace{[e]}_{5 \times 3} \underbrace{\{E\}}_{3 \times 1} \right)_k \quad (2.41)$$

$$\text{trong đó: } \underbrace{[e]}_k = \left( \underbrace{[\bar{\bar{C}}]}_{5 \times 5} \underbrace{[d]}_{5 \times 3} \right)_k$$

với  $[d]_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ \hline d_{14} & d_{24} & 0 \\ d_{15} & d_{25} & 0 \end{bmatrix}_k$  - Ma trận hệ số biến dạng của vật liệu áp điện.

Do vậy, biểu thức (2.41) viết lại như sau:  $\{\sigma\}_k^E = \left( [\bar{C}] [d] \{E\} \right)_k$ . (2.42)

#### 2.4.2. Ứng xử của tấm n lớp composite và m lớp áp điện

Nội lực trong tấm composite áp điện là tổ hợp nội lực trong n lớp vật liệu composite và nội lực trong m lớp vật liệu áp điện. Tích phân theo chiều dày các biểu thức (2.25) và (2.36), ta có phương trình ứng xử cơ học của tấm gồm n lớp composite và m lớp áp điện như sau:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{Q\} \\ \{D^p\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] & [0] & [\bar{e}] \\ [B] & [D] & [0] & [\bar{e}] \\ [0] & [0] & [F] & [\tilde{e}] \\ [\bar{e}] & [\bar{e}] & [\tilde{e}] & [\bar{p}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^o\} + \{\varepsilon^N\} \\ \{\kappa\} \\ \{\varepsilon_s\} \\ \{-E\}_k \end{Bmatrix}, \quad (2.43)$$

Trong đó:  $\{N\}$ ,  $\{M\}$ ,  $\{Q\}$  là các thành phần nội lực tương ứng với ứng suất cơ học của các lớp vật liệu composite, lớp áp điện và ứng suất gây ra bởi điện trường áp đặt và được xác định như sau:

$$[A] = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) [\bar{Q}_{ij}]_k + \sum_{k=1}^m (h_k - h_{k-1}) [\bar{C}_{ij}]_k, \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) [\bar{Q}_{ij}]_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (h_k^2 - h_{k-1}^2) [\bar{C}_{ij}]_k, \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) [\bar{Q}_{ij}]_k + \frac{1}{3} \sum_{k=1}^m (h_k^3 - h_{k-1}^3) [\bar{C}_{ij}]_k, \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$[F] = \sum_{k=1}^n f(h_k - h_{k-1}) [\bar{C}_{ij}]_k + \sum_{k=1}^m f(h_k - h_{k-1}) [\bar{\bar{C}}_{ij}]_k, \quad i, j = 4, 5, f = 5 / 6$$

$$[\bar{e}] = \sum_{k=1}^m (h_k - h_{k-1}) \underbrace{[e]_k}_{3 \times 3}, \quad [\bar{\bar{e}}] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (h_k^2 - h_{k-1}^2) \underbrace{[e]_k}_{3 \times 3},$$

$$[\tilde{e}] = \sum_{k=1}^m (h_k - h_{k-1}) \underbrace{[e]_k}_{2 \times 2}, \quad \text{với } \underbrace{[e]_k}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} e_{14} & 0 \\ 0 & e_{25} \end{bmatrix}_k,$$

$$[\bar{p}] = \sum_{k=1}^m (h_k - h_{k-1}) [p]_k,$$

$$\text{với } [p]_k = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} \end{bmatrix}_k \text{ là ma trận hằng số điện môi.}$$

Biểu thức (2.43) cho ta thấy trong tấm composite áp điện có tính tương tác cơ - điện và điện - cơ một cách rõ ràng. Trong đó, nội lực cơ học (N, M, Q) không chỉ gây ra biến dạng cơ học mà còn gây ra điện trường (E) và ngược lại, điện tích ( $D^p$ ) không chỉ gây ra điện trường mà còn gây ra các biến dạng cơ học ( $\varepsilon^0 + \varepsilon^N, \kappa, \varepsilon_s$ ).

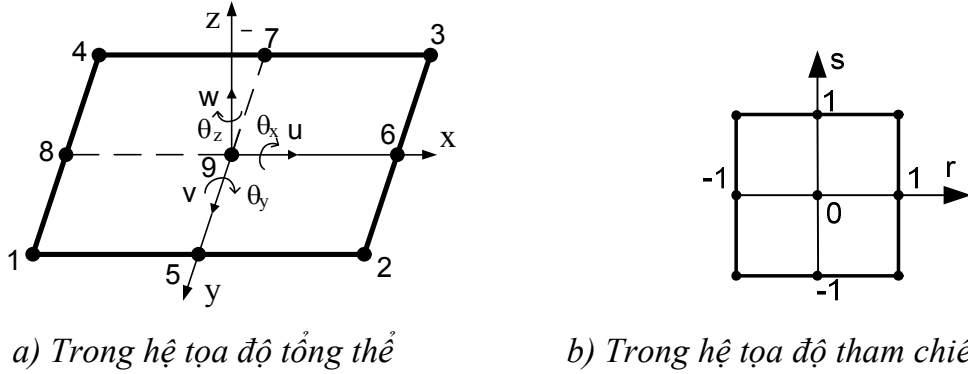
## 2.5. Thiết lập phương trình vi phân phi tuyến mô tả dao động của phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động

### 2.5.1. Phần tử tấm composite có lớp áp điện:

Với tấm composite áp điện có gân gia cường, tùy thuộc vào số lượng, cách bố trí gân và cách chia phần tử, mô hình PTHH của tấm lúc này có thể gồm các phần tử tấm composite có lớp áp điện và các phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường, trong đó với cách chia lưới PTHH như trong luận án, nút của tấm và gân gia cường trùng nhau.

Xét tấm composite có lớp áp điện được rời rạc hóa bởi hữu hạn các phần tử đẳng tham số 9 điểm nút, mỗi nút của phần tử có 5 bậc tự do cơ

học và 1 bậc tự do điện thế. Mô hình hình học và bậc tự do phần tử thể hiện như trên hình 2.4.



**Hình 2.4.** Thứ tự nút, hệ tọa độ tổng thể, hệ tọa độ tham chiếu của phần tử đẳng tham số 9 điểm nút

Các ma trận và véc tơ phần tử trong hệ tọa độ tổng thể được thiết lập từ kết quả tính theo hệ tọa độ tham chiếu phần tử và phép biến đổi tọa độ. Hệ tọa độ tham chiếu  $ors$  cho phần tử đẳng tham số 9 điểm nút là hệ tọa độ mà các trục  $r$  và  $s$  đi qua các điểm giữa của các cặp cạnh đối diện nhau. Các cạnh này được xác định bởi phương trình  $r=\pm 1$  và  $s=\pm 1$ . Khi đó điểm bất kỳ thuộc phần tử trong hệ tọa độ tổng thể  $(x,y)$  sẽ có tọa độ  $(r,s)$  trong hệ tọa độ tham chiếu, các tọa độ này là không thứ nguyên và có giá trị trong khoảng  $-1$  đến  $+1$ .

Đối với các phần tử không có lớp áp điện, chúng chỉ chứa các bậc tự do cơ, véc tơ chuyển vị nút được biểu diễn như sau [1], [3], [8], [63]:

$$\{q_e\} = \{q_e^M\} = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \dots \quad u_9 \quad v_9 \quad w_9 \quad \theta_{x9} \quad \theta_{y9}\}^T \quad (2.44)$$

Đối với các phần tử tâm có lớp áp điện, véc tơ chuyển vị nút gồm cả bậc tự do cơ và điện [6], [7], [12], [27]:

$$\{q_e\} = \begin{Bmatrix} \{q_e^M\} \\ \{q_e^\phi\} \end{Bmatrix} = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \dots \ u_9 \ v_9 \ w_9 \ \theta_{x9} \ \theta_{y9} \ \phi_{k1} \ \phi_{k2} \ \dots \ \phi_{k9}\}^T, \quad (2.45)$$

trong đó  $k=\overline{1,m}$ . Các tọa độ tổng thể  $(x,y)$  được xác định thông qua tọa độ tham chiếu  $(r,s)$  như sau:

$$x = \sum_{i=1}^9 N_i(r,s)x_i, \quad y = \sum_{i=1}^9 N_i(r,s)y_i, \quad (2.46)$$

trong đó:  $(x_i,y_i)$  là tọa độ của nút  $i$  trong hệ tọa độ tổng thể (với  $i=\overline{1,9}$ ),

$N_i$  là các hàm nội suy được xác định như sau:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}rs(r-1)(s-1), & N_2 &= \frac{1}{4}rs(r+1)(s-1), \\ N_3 &= \frac{1}{4}rs(r+1)(s+1), & N_4 &= \frac{1}{4}rs(r-1)(s+1), \\ N_5 &= \frac{1}{2}s(1-r^2)(s-1), & N_6 &= \frac{1}{2}r(r+1)(1-s^2), \\ N_7 &= \frac{1}{2}s(1-r^2)(s+1), & N_8 &= \frac{1}{2}r(r-1)(1-s^2), \\ N_9 &= (1-r^2)(1-s^2). \end{aligned} \quad (2.47)$$

Việc tính đạo hàm của các hàm dạng theo biến tham chiếu  $r,s$  được thực hiện thông qua phép tính đạo hàm theo các biến tổng thể  $x,y$  như sau:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}, \quad (2.48)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \end{Bmatrix}, \quad (2.49)$$

trong đó  $[J]$  là ma trận Jacobi của phép biến đổi tọa độ,  $[J]^{-1}$  là nghịch đảo của  $[J]$ . Và ta có:

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^9 \frac{\partial N_i}{\partial r} x_i & \sum_{i=1}^9 \frac{\partial N_i}{\partial r} y_i \\ \sum_{i=1}^9 \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i & \sum_{i=1}^9 \frac{\partial N_i}{\partial s} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

Nghịch đảo của  $[J]$  có dạng:

$$[J]^{-1} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

với:  $|J| = \det[J] = J_{11}J_{22} - J_{21}J_{12} \neq 0$  là định thức của ma trận Jacobi.

Lúc này (2.49) trở thành:

$$\left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\}^T = [J]^{-1} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial r} \quad \frac{\partial N_i}{\partial s} \right\}^T = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial r} \quad \frac{\partial N_i}{\partial s} \right\}^T. \quad (2.52)$$

Các thành phần chuyển vị của điểm bất kỳ thuộc phần tử biểu diễn theo hàm dạng và chuyển vị nút phần tử như sau [3], [8], [63]:

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{i=1}^9 N_i(r,s) u_i, & v_0 &= \sum_{i=1}^9 N_i(r,s) v_i, & w_0 &= \sum_{i=1}^9 N_i(r,s) w_i, \\ \theta_x &= \sum_{i=1}^9 N_i(r,s) \theta_{xi}, & \theta_y &= \sum_{i=1}^9 N_i(r,s) \theta_{yi}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Biểu diễn dưới dạng ma trận:

$$\{\hat{u}_e(r,s)\} = [N^M] \{q_e^M\}. \quad (2.54)$$

Do vậy, trường chuyển vị của tấm được biểu diễn theo hàm dạng và véc tơ chuyển vị nút của phần tử trên mặt trung bình như sau:

$$\{u\} = [L] \{\hat{u}\} = [L] \{\hat{u}_e(r,s)\} = [L] [N^M] \{q_e^M\}, \quad (2.55)$$

trong đó:  $[N^M] = [N_1[I] \quad N_2[I] \quad \dots \quad N_8[I] \quad N_9[I]]$ , là ma trận hàm dạng chuyển vị với  $[I]$  là ma trận đơn vị cấp 5.

Từ (2.9) và (2.10) dẫn đến trường biến dạng biểu như sau:

$$\{\varepsilon\} = \left[ \frac{[D_b^L] + \frac{1}{2}[D^N(w)]}{[D_s]} \right] \{\bar{u}\} = ([B^L] + [B^N]) \{q_e^M\}, \quad (2.56)$$

trong đó:  $[B^L]$  và  $[B^N]$  tương ứng là ma trận tính biến dạng tuyến tính và

$$\text{phi tuyến, với: } [B^L] + [B^N] = \left[ \frac{[D_b^L] + \frac{1}{2}[D^N(w)]}{[D_s]} \right] [N^M].$$

Trường hợp tổng quát, điện thế phần tử được biểu diễn theo hàm dạng và điện thế nút của phần tử [48] như sau:

$$\{\phi_k(r,s)\} = [N^\phi] [q_e^\phi], \quad k = \overline{1,m} \quad (2.57)$$

Ma trận hàm dạng điện thế  $[N^\phi]$  được biểu diễn dưới dạng:

$$[N^\phi] = [N_1^\phi \quad N_2^\phi \quad \dots \quad N_8^\phi \quad N_9^\phi]. \quad (2.58)$$

Thay (2.59) vào (2.40), véc tơ điện trường được xác định:

$$\{E\}_k = - \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{1}{t_k} \right\} [N^\phi] \{q_e^\phi\} = - [B_\phi] \{q_e^\phi\}, \quad (2.59)$$

với  $[B_\phi]$  gọi là ma trận tính điện trường.

Với đặc tính của vật liệu áp điện là dưới tác động của lực cơ học, vật thể biến dạng làm xuất hiện điện tích trong vật liệu áp điện, do vậy, điện thế sinh ra tương ứng với biến dạng (chuyển vị) của vật thể. Với giả thiết về sự bám dính tuyệt đối giữa lớp vật liệu áp điện và lớp composite, nên hàm dạng nội suy trường điện thế của phần tử chính là hàm dạng nội suy trường chuyển vị của phần tử, do đó (2.58) được xác định bởi:  $[N^\phi] = [N^M]$ .



Ứng suất trong lớp composite thứ k:

$$\{\sigma\}_k^c = [\bar{Q}] \left( \{\varepsilon^L\} + \{\varepsilon^N\} \right) = [\bar{Q}] \left( [B^L] + [B^N] \right) \{q_e^M\}, \quad (2.60)$$

Các thành phần ứng suất trong lớp áp điện thứ k như sau:

$$\{\sigma\}_k^M = [\bar{C}] \left( \{\varepsilon^L\} + \{\varepsilon^N\} \right) = [\bar{C}] \left( [B^L] + [B^N] \right) \{q_e^M\}, \quad (2.61)$$

$$\{\sigma\}_k^E = [\bar{C}]_k [d]_k \{E\}_k = -[\bar{C}]_k [d]_k [B_\phi] \{q_e^\phi\} \quad (2.62)$$

Do vậy, biểu thức (2.39) trở thành:

$$\{\sigma\}_k^p = [\bar{C}]_k \left( [B^L] + [B^N] \right) \{q_e^M\} + [\bar{C}]_k [d]_k [B_\phi] \{q_e^\phi\}. \quad (2.63)$$

Điện tích cảm ứng trong lớp áp điện gồm 2 thành phần: điện tích cảm ứng sinh ra do biến dạng cơ học và điện tích cảm ứng sinh ra do điện trường tác động. Do đó, biểu thức (2.36) được viết lại như sau:

$$\{D\}_k = \{D^M\} + \{D^E\}, \quad (2.64)$$

trong đó :

$$\begin{aligned} \{D^M\} &= [e]^T \{\varepsilon\} = [e]^T \left( \{\varepsilon^L\} + \{\varepsilon^N\} \right), \\ \{D^E\} &= [p] \{E\}, \end{aligned} \quad (2.65)$$

với :  $\{D^M\}$  - véc tơ điện tích cảm ứng sinh ra do biến dạng cơ học,  
 $\{D^E\}$  - véc tơ điện tích cảm ứng sinh ra do điện trường tác động.

Véc tơ điện tích cảm ứng sinh ra do biến dạng cơ học được biểu diễn thông qua véc tơ chuyển vị nút phần tử như sau:

$$\{D^M\} = \left\{ D_{11}^M \quad D_{22}^M \quad D_{33}^M \right\}^T = [e]^T \left( [B^L] + [B^N] \right) \{q_e^M\}. \quad (2.66)$$

Và véc tơ điện tích cảm ứng sinh ra do điện trường tác động được biểu diễn thông qua véc tơ điện thế nút phần tử:

$$\{D^E\} = \left\{ D_{11}^E \quad D_{22}^E \quad D_{33}^E \right\}^T = [p] [B_\phi] \{q_e^\phi\}. \quad (2.67)$$

Áp dụng nguyên lý Hamilton cho phần tử, ta có [64], [105]:

$$\delta H_e = \delta \int_{t_0}^{t_1} (T_e - U_e + W_e + W_e^E) dt = 0, \quad (2.68)$$

trong đó:  $H_e = T_e - U_e + W_e + W_e^E = H_e(\{q_e^M\}, \{\dot{q}_e^M\}, \{q_e^\phi\}, t)$  là hàm tác dụng Hamilton,  $T_e$  là động năng của phần tử,  $U_e$  là thế năng biến dạng đàn hồi của phần tử,  $W_e$  là công gây ra bởi ngoại lực và điện tích ngoài tác động,  $W_e^E$  là công của lực điện trường.

Xét trường hợp không kể đến lực cản và bỏ qua lực quán tính điện, từ phương trình (2.68) dẫn đến hệ phương trình sau:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial H_e}{\partial \{\dot{q}_e^M\}} \right\} - \frac{\partial H_e}{\partial \{q_e^M\}} = \{0\}, \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial H_e}{\partial \{q_e^\phi\}} = \{0\}$$

Động năng của phần tử, được xác định theo biểu thức:

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \{\dot{u}_e\}^T \{\dot{u}_e\} dV = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e^M\}^T \left( \int_{V_e} \rho [N^M]^T [L]^T [L] [N^M] dV \right) \{\dot{q}_e^M\},$$

hay:  $T_e = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e^M\}^T \left( \int_{V_e} \rho [N^M]^T [h] [N^M] dV \right) \{\dot{q}_e^M\}, \quad (2.70)$

với:  $[h] = [L]^T [L]$ .

Thế năng biến dạng đàn hồi của phần tử, được xác định bởi:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = U_e^M + U_e^E, \quad (2.71)$$

với:  $U_e^M$  là thế năng biến dạng đàn hồi cơ học của phần tử có n lớp composite và m lớp vật liệu áp điện,  $U_e^E$  là thế năng biến dạng đàn hồi điện

của  $m$  lớp vật liệu áp điện. Gọi  $U_e^c$  và  $U_e^p$  tương ứng là thế năng biến dạng đàn hồi của  $n$  lớp composite và  $m$  lớp áp điện, nên  $U_e^M = U_e^c + U_e^p$ .

Thay (2.56), (2.60) và (2.61) vào biểu thức thế năng (2.71) dẫn đến:

$$U_e^c = \frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( \begin{array}{l} [B^L]^T [\bar{Q}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{Q}] [B^N] + \\ [B^N]^T [\bar{Q}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{Q}] [B^N] \end{array} \right) dV \{q_e^M\},$$

$$U_e^p = \frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( \begin{array}{l} [B^L]^T [\bar{C}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{C}] [B^N] + \\ [B^N]^T [\bar{C}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{C}] [B^N] \end{array} \right) dV \{q_e^M\},$$

Từ hai biểu thức trên ta có:

$$U_e^M = \frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( \begin{array}{l} [B^L]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{H}] [B^N] + \\ [B^N]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{H}] [B^N] \end{array} \right) dV \{q_e^M\}, \quad (2.72)$$

trong đó:  $[\bar{H}] = [\bar{Q}] + [\bar{C}]$ .

Thay (2.56), (2.62) vào biểu thức thế năng (2.71) dẫn đến:

$$U_e^E = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\epsilon\}^T \{\sigma\}^E dV = -\frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( [B^L]^T + [B^N]^T \right) [e] [B_\phi] dV \{q_e^\phi\}, \quad (2.73)$$

Từ các biểu thức (2.72), (2.73) thay vào (2.71) ta có:

$$U_e = \frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( \begin{array}{l} [B^L]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{H}] [B^N] + \\ [B^N]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{H}] [B^N] \end{array} \right) dV \{q_e^M\} -$$

$$-\frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( [B^L]^T + [B^N]^T \right) [e] [B_\phi] dV \{q_e^\phi\}, \quad (2.74)$$

Công gây ra bởi ngoại lực và điện tích ngoài tác động biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned}
W_e = & \frac{1}{2} \int_{V_e} \{q_e^M\}^T \{f_b^e\} dV + \frac{1}{2} \int_{A_e} \{q_e^M\}^T \{f_s^e\} dA + \{q_e^M\}^T \{f_c^e\} - \\
& - \int_{A_e} \{q_e^\phi\}^T \{q^e\} dA,
\end{aligned} \tag{2.75}$$

Công của lực điện trường biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned}
W_e^E = & \frac{1}{2} \int_{V_e} \{E\}^T \{D\} dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} dV + \frac{1}{2} \int_{A_e} \{E\}^T [p] \{E\} dV = \\
= & -\frac{1}{2} \{q_e^\phi\}^T \left( \int_{V_e} [B_\phi]^T [e]^T ([B^L] + [B^N]) dV \right) \{q_e^M\} - \\
& -\frac{1}{2} \{q_e^\phi\}^T \left( \int_{A_e} [B_\phi]^T [p] [B_\phi] dA \right) \{q_e^\phi\}.
\end{aligned} \tag{2.76}$$

Thay (2.70), (2.74), (2.75) và (2.76) vào biểu thức hàm tác dụng Haminton (2.68), dẫn đến:

$$\begin{aligned}
H_e = & \frac{1}{2} \{\dot{q}_e^M\}^T \left( \int_{V_e} \rho [N^M]^T [h] [N^M] dV_e \right) \{\dot{q}_e^M\} - \\
& -\frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( \begin{aligned} & [B^L]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{H}] [B^N] + \\ & [B^N]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{H}] [B^N] \end{aligned} \right) dV \{q_e^M\} + \\
& + \frac{1}{2} \{q_e^M\}^T \int_{V_e} \left( [B^L]^T + [B^N]^T \right) [e] [B_\phi] dV \{q_e^\phi\} + \\
& + \frac{1}{2} \int_{V_e} \{q_e^M\}^T \{f_b^e\} dV + \frac{1}{2} \int_{A_e} \{q_e^M\}^T \{f_s^e\} dA + \{q_e^M\}^T \{f_c^e\} - \int_{A_e} \{q_e^\phi\}^T \{q^e\} dA - \\
& -\frac{1}{2} \{q_e^\phi\}^T \left( \int_{V_e} [B_\phi]^T [e]^T ([B^L] + [B^N]) dV \right) \{q_e^M\} - \\
& -\frac{1}{2} \{q_e^\phi\}^T \left( \int_{A_e} [B_\phi]^T [p] [B_\phi] dA \right) \{q_e^\phi\},
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Từ đây ta có:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H_e}{\partial \{\dot{q}_e^M\}} \right) &= [M_{uu}^e] \{\ddot{q}_e^M\}, \\ \frac{\partial H_e}{\partial \{q_e^M\}} &= -[K_{uu}^e] \{q_e^M\} - [K_{u\phi}^e] \{q_e^\phi\} + \{F_e^M\}, \\ \frac{\partial H_e}{\partial \{q_e^\phi\}} &= [K_{\phi\phi}^e] \{q_e^\phi\} - [K_{\phi u}^e] \{q_e^M\} + \{Q_c^e\}, \end{aligned} \quad (2.78)$$

trong đó:

$$\text{- Ma trận khối lượng phần tử: } [M_{uu}^e] = \int_{V_e} \rho_k [N^M]^T [h] [N^M] dV, \quad (2.79a)$$

- Ma trận độ cứng cơ học phần tử:

$$[K_{uu}^e] = \int_{V_e} \left( \begin{array}{l} [B^L]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{H}] [B^N] + \\ [B^N]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{H}] [B^N] \end{array} \right) dV, \quad (2.80a)$$

- Ma trận độ cứng tương tác cơ học – điện của phần tử:

$$[K_{u\phi}^e] = \int_{V_e} \left( [B^L]^T + [B^N]^T \right) [e] [B_\phi] dV, \quad (2.81a)$$

- Ma trận độ cứng tương tác điện - cơ học của phần tử:

$$[K_{\phi u}^e] = \int_{V_e} [B_\phi]^T [e]^T \left( [B^L] + [B^N] \right) dV, \quad (2.82a)$$

- Ma trận độ cứng điện môi của phần tử:

$$[K_{\phi\phi}^e] = \int_{A_e} [B_\phi]^T [p] [B_\phi] dA, \quad (2.83a)$$

- Véc tơ tải trọng cơ học:

$$\{F_e^M\} = \int_{V_e} \{f_b^e\} dV + \int_{A_e} \{f_s^e\} dA + \{f_c^e\}, \quad (2.84a)$$

$$\text{- Véc tơ ngoại tải điện: } \{Q_c^e\} = - \int_{A_e} \{q^e\} dA, \quad (2.85a)$$

trong đó:  $\rho$  - khối lượng riêng tương đương của vật liệu phần tử [10], [17], [45];  $A_e$  - diện tích phần tử,  $V_e$  - thể tích phần tử;  $V_p$  - thể tích phần tử m lớp áp điện;  $\{f_b^e\}$  - véc tơ lực khối phần tử;  $\{f_s^e\}$  - véc tơ lực bề mặt phần tử;  $\{f_c^e\}$  - véc tơ lực tập trung phần tử;  $\{q^e\}$  - véc tơ mật độ điện tích bề mặt phần tử.

Các biểu thức (2.79a) đến (2.85a) được tính theo phương pháp tích phân số với 2 điểm tính của phép cầu phương Gauss [1], [3], [8], [63]:

$$[M_{uu}^e] = \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 [N^M]^T \left( \sum_{k=1}^{m+n} \rho_k [h] \right) [N^M] w_{ii} w_{jj} |J|, \quad (2.79b)$$

$$[K_{uu}^e] = \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 \left( \begin{array}{l} [B^L]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^L]^T [\bar{H}] [B^N] + \\ [B^N]^T [\bar{H}] [B^L] + [B^N]^T [\bar{H}] [B^N] \end{array} \right) w_{ii} w_{jj} |J|, \quad (2.80b)$$

$$[K_{u\phi}^e] = \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 \left( [B^L]^T + [B^N]^T \right) [e^*] [B_\phi] w_{ii} w_{jj} |J|, \quad (2.81b)$$

$$[K_{\phi u}^e] = \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 [B_\phi]^T [e^*]^T \left( [B^L] + [B^N] \right) w_{ii} w_{jj} |J|, \quad (2.82b)$$

$$[K_{\phi\phi}^e] = \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 [B_\phi]^T [\bar{p}] [B_\phi] w_{ii} w_{jj} |J|, \quad (2.83b)$$

$$\{F_e^M\} = \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 \{f_b^e\} w_{ii} w_{jj} [N^M]^T |J| + \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 \{f_s^e\} w_{ii} w_{jj} [N^M]^T |J| + \{f_c^e\}, \quad (2.84b)$$

$$\{Q_c^e\} = - \sum_{ii=1}^3 \sum_{jj=1}^3 \{q^e\} w_{ii} w_{jj} [N_\phi]^T |J|, \quad (2.85b)$$

trong đó:  $[\bar{H}] = \begin{bmatrix} [A] & [B] & [0] \\ [B] & [D] & [0] \\ [0] & [0] & [F] \end{bmatrix}$ ,  $[e^*] = \begin{bmatrix} [\bar{e}] \\ [\bar{e}] \\ [\bar{e}] \end{bmatrix}$ ,  $w_{ii}$  và  $w_{jj}$  là trọng số tương

ứng điểm Gauss thứ  $ii$ ,  $jj$ .

Thay (2.78) vào (2.69), ta có hệ phương trình vi phân phi tuyến mô tả dao động của phần tử tấm composite áp điện như sau:

$$\left[ M_{uu}^e \right] \left\{ \ddot{q}_e^M \right\} + \left[ K_{uu}^e \right] \left\{ q_e^M \right\} + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left\{ q_e^\phi \right\} = \left\{ F_e^M \right\}, \quad (2.86)$$

$$\left[ 0 \right] \left\{ \ddot{q}_e^\phi \right\} + \left[ K_{\phi u}^e \right] \left\{ q_e^M \right\} - \left[ K_{\phi\phi}^e \right] \left\{ q_e^\phi \right\} = \left\{ Q_c^e \right\}, \quad (2.87)$$

trong đó:

$\left\{ q_e^M \right\}$ ,  $\left\{ \dot{q}_e^M \right\}$ ,  $\left\{ \ddot{q}_e^M \right\}$  tương ứng là véc tơ chuyển vị, vận tốc, gia tốc nút cơ học của phần tử;

$\left\{ q_e^\phi \right\}$ ,  $\left\{ \dot{q}_e^\phi \right\}$ ,  $\left\{ \ddot{q}_e^\phi \right\}$  tương ứng là véc tơ điện thế, vận tốc điện thế, gia tốc điện thế nút của phần tử;

Từ (2.87), ta có:

$$\left\{ q_e^\phi \right\} = \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \left\{ q_e^M \right\} - \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left\{ Q_c^e \right\}. \quad (2.88)$$

Thay (2.88) vào (2.86), ta có phương trình vi phân mô tả dao động cơ học không cản của phần tử tấm composite có lớp áp điện như sau:

$$\begin{aligned} \left[ M_{uu}^e \right] \left\{ \ddot{q}_e^M \right\} + \left( \left[ K_{uu}^e \right] + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \right) \left\{ q_e^M \right\} = \\ = \left\{ F_e^M \right\} + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left\{ Q_c^e \right\}. \end{aligned} \quad (2.89)$$

Trường hợp xét đến cản của phần tử, giả thiết rằng lực cản tỷ lệ với vận tốc chuyển dịch, từ (2.89) ta có phương trình vi phân mô tả dao động của phần tử tấm composite có lớp áp điện như sau:

$$\begin{aligned} \left[ M_{uu}^e \right] \left\{ \ddot{q}_e^M \right\} + \left[ C_R^e \right] \left\{ \dot{q}_e^M \right\} + \left( \left[ K_{uu}^e \right] + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \right) \left\{ q_e^M \right\} = \\ = \left\{ F_e^M \right\} + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left\{ Q_c^e \right\}, \end{aligned} \quad (2.90)$$

trong đó :  $\left[ C_R^e \right]$  là ma trận cản kết cấu (Rayleigh).

Khi xem ảnh hưởng của tương tác cơ học - điện đến cân kết cấu là bé, thì:

$$\left[ C_R^e \right] = \alpha_r \left[ M_{UU}^e \right] + \beta_r \left[ K_{UU}^e \right], \text{ với } \alpha \text{ và } \beta \text{ là các hằng số cản Rayleigh [104].}$$

Về nguyên lý điều khiển hoạt động của kết cấu áp điện nói chung thường có hai dạng: Dạng thứ nhất là có sử dụng mạch hồi tiếp và dạng thứ hai là không sử dụng mạch hồi tiếp. Theo đó, khi không có mạch hồi tiếp (giữa các tấm hoặc miếng áp điện không có liên hệ điện tích với nhau) và không có điện tích ngoài tác dụng thì không tồn tại ngoại tải điện. Trường hợp có mạch hồi tiếp, lúc này trong tấm composite áp điện có ít nhất hai lớp hoặc hai miếng áp điện thì một lớp hay miếng áp điện này đóng vai trò kích thích (actuator), còn một lớp hay miếng áp điện còn lại đóng vai trò cảm biến (sensor), khi tấm biến dạng, điện tích sẽ xuất hiện trong các lớp hay miếng áp điện. Sau đây tác giả trình bày phương trình ứng xử của phần tử tấm composite áp điện cho hai trường hợp này:

a, Trường hợp không có mạch hồi tiếp và không có điện tích ngoài tác dụng, véc tơ ngoại tải điện triệt tiêu  $\{Q_c^e\} = \{0\}$ , biểu thức (2.90) trở thành:

$$\left[ M_{uu}^e \right] \{ \ddot{q}_e^M \} + \left[ C_R^e \right] \{ \dot{q}_e^M \} + \left( \left[ K_{uu}^e \right] + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \right) \{ q_e^M \} = \{ F_e^M \}. \quad (2.91)$$

Trường hợp không xét đến cản, biểu thức (2.91) được viết lại:

$$\left[ M_{uu}^e \right] \{ \ddot{q}_e^M \} + \left( \left[ K_{uu}^e \right] + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \right) \{ q_e^M \} = \{ F_e^M \}. \quad (2.92)$$

Từ (2.91) và (2.92), khi  $\{ F_e^M \} = 0$ , xuất hiện 2 dạng bài toán:

- Bài toán dao động tự do có cản:

$$\left[ M_{uu}^e \right] \{ \ddot{q}_e^M \} + \left[ C_R^e \right] \{ \dot{q}_e^M \} + \left( \left[ K_{uu}^e \right] + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \right) \{ q_e^M \} = \{ 0 \}. \quad (2.93)$$

- Bài toán dao động tự do không cản:

$$\left[ M_{uu}^e \right] \{ \ddot{q}_e^M \} + \left( \left[ K_{uu}^e \right] + \left[ K_{u\phi}^e \right] \left[ K_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ K_{\phi u}^e \right] \right) \{ q_e^M \} = \{ 0 \}. \quad (2.94)$$



b, Khi có mạch hồi tiếp thì với thiết bị chuyên dụng, điện tích thu được từ lớp áp điện này (cảm biến - sensor) sẽ chuyển thành điện thế rồi khuếch đại, tác động vào lớp áp điện kia (kích thích - actuator). Lúc này, xét cho trường hợp không có điện tích ngoài đưa thêm vào ( $\{Q_c^e\} = \{0\}$ ), tấm biến dạng làm cho lớp hoặc miếng áp điện cùng biến dạng theo, khi đó trong các lớp áp điện xuất hiện điện tích.

Từ (2.88), điện thế được sinh ra bởi lớp cảm biến được xác định bởi:

$$\{q_e^\phi\} = \{q_e^\phi\}_s = [K_{\phi\phi}^e]_s^{-1} [K_{\phi u}^e]_s \{q_e^M\}_s, \quad (2.95)$$

trong đó chỉ số “s” là chỉ cảm biến (sensor).

Do đó, điện tích xuất hiện do biến dạng được xác định như sau:

$$\{Q_c^e\}_s = [K_{\phi u}^e]_s \{q_e^M\}_s. \quad (2.96)$$

Điện thế trong lớp hay miếng áp điện kích thích lúc này được xác định bởi biểu thức [6], [7], [12], [45], [61]:

$$\{q_e^\phi\}_a = G_d \{q_e^\phi\}_s + G_v \{\dot{q}_e^\phi\}_s, \quad (2.97)$$

với: “a” là chỉ số kích thích (actuator);  $G_d$ ,  $G_v$  lần lượt là hệ số hồi tiếp chuyển dịch và hệ số hồi tiếp tốc độ.

Lúc này theo (2.87), điện tích sinh ra trong lớp kích thích do chính nó biến dạng được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \{Q_c^e\}_a &= [K_{\phi u}^e]_a \{q_e^M\}_a - [K_{\phi\phi}^e]_a \{q_e^\phi\}_a = \\ &= [K_{\phi u}^e]_a \{q_e^M\}_a - [K_{\phi\phi}^e]_a \left( G_d \{q_e^\phi\}_s + G_v \{\dot{q}_e^\phi\}_s \right). \end{aligned} \quad (2.98)$$

Thay biểu thức (2.95) vào (2.98), ta có:

$$\begin{aligned} \{Q_c^e\}_a &= [K_{\phi u}^e]_a \{q_e^M\}_a - G_d [K_{\phi\phi}^e]_a [K_{\phi\phi}^e]_s^{-1} [K_{\phi u}^e]_s \{q_e^M\}_s - \\ &\quad - G_v [K_{\phi\phi}^e]_a [K_{\phi\phi}^e]_s^{-1} [K_{\phi u}^e]_s \{\dot{q}_e^M\}_s. \end{aligned} \quad (2.99)$$

Thay biểu thức (2.99) vào (2.90), dẫn đến:

$$\begin{aligned}
& \left[ \mathbf{M}_{uu}^e \right] \{ \ddot{\mathbf{q}}_e^M \} + \left[ \mathbf{C}_R^e \right] \{ \dot{\mathbf{q}}_e^M \} + \left( \left[ \mathbf{K}_{uu}^e \right] + \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right] \right) \{ \mathbf{q}_e^M \} = \\
& = \{ \mathbf{F}_e^M \} + \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_a \{ \mathbf{q}_e^M \}_a - \\
& - \mathbf{G}_d \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s \{ \mathbf{q}_e^M \}_s - \\
& - \mathbf{G}_v \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s \{ \dot{\mathbf{q}}_e^M \}_s. \quad (2.100)
\end{aligned}$$

Do giả thuyết liên kết lý tưởng (bám dính tuyệt đối) giữa các lớp áp điện với các lớp composite của tấm nên ta có:

$$\{ \mathbf{q}_e^M \}_s \equiv \{ \mathbf{q}_e^M \}_a \equiv \{ \mathbf{q}_e^M \}, \quad \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_a \equiv \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s \equiv \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right], \quad \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \equiv \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s \equiv \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right].$$

Vì vậy, phương trình (2.100) được viết lại như sau:

$$\begin{aligned}
& \left[ \mathbf{M}_{uu}^e \right] \{ \ddot{\mathbf{q}}_e^M \} + \left( \left[ \mathbf{C}_R^e \right] + \mathbf{G}_v \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s \right) \{ \dot{\mathbf{q}}_e^M \} + \\
& + \left( \left[ \mathbf{K}_{uu}^e \right] + \mathbf{G}_d \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s \right) \{ \mathbf{q}_e^M \} = \{ \mathbf{F}_e^M \}. \quad (2.101)
\end{aligned}$$

Đặt:  $\left[ \mathbf{C}_A^e \right] = \mathbf{G}_v \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s$  là ma trận hệ số cản áp điện chủ động của phần tử và:

$\left[ \mathbf{K}_{ME}^e \right] = \left[ \mathbf{K}_{uu}^e \right] + \mathbf{G}_d \left[ \mathbf{K}_{u\phi}^e \right] \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_a \left[ \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \right]_s^{-1} \left[ \mathbf{K}_{\phi u}^e \right]_s$  là ma trận độ cứng chủ động của phần tử.

Phương trình mô tả dao động của phần tử tấm composite áp điện, có kể đến cản được viết như sau:

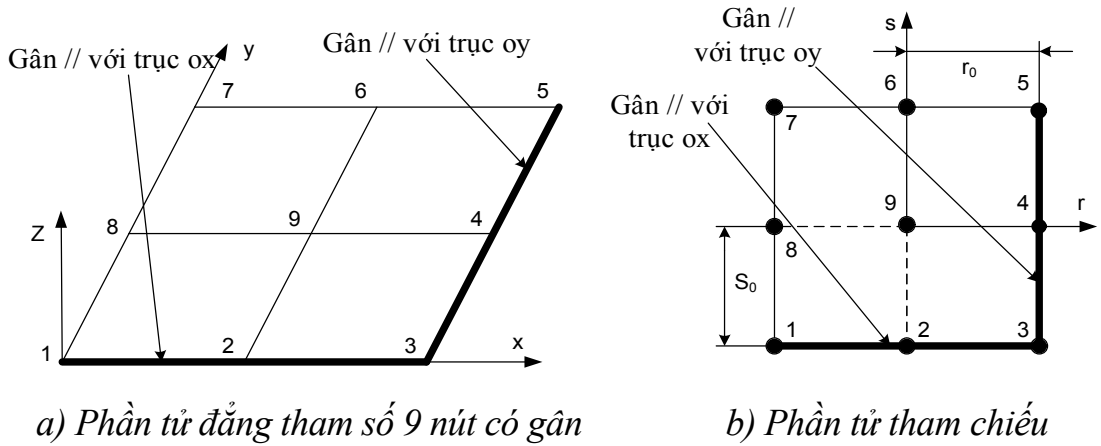
$$\left[ \mathbf{M}_{uu}^e \right] \{ \ddot{\mathbf{q}}_e^M \} + \left( \left[ \mathbf{C}_A^e \right] + \left[ \mathbf{C}_R^e \right] \right) \{ \dot{\mathbf{q}}_e^M \} + \left[ \mathbf{K}_{ME}^e \right] \{ \mathbf{q}_e^M \} = \{ \mathbf{F}_e^M \}. \quad (2.102)$$

Từ các biểu thức (2.80b), (2.81b) và (2.82b) ta thấy, các ma trận độ cứng

$[K_{uu}^e]$ ,  $[K_{u\phi}^e]$  và  $[K_{\phi u}^e]$  phụ thuộc vào véc tơ chuyển vị nút  $\{q_e^M\}$ , do vậy các ma trận  $[K_{ME}^e]$ ,  $[C_A^e]$  và  $[C_R^e]$  cũng phụ thuộc véc tơ chuyển vị nút  $\{q_e^M\}$ . Do vậy, phương trình (2.102) là phương trình vi phân phi tuyến hình học.

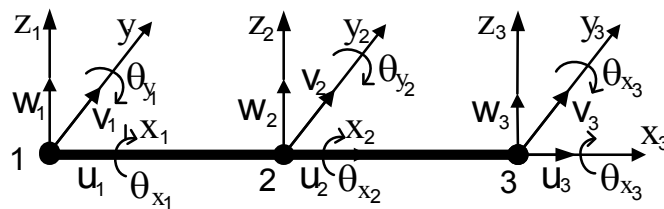
**2.5.2. Phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường**

Xét phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường, trong đó phần tử tấm là đẳng tham số 9 nút, phần tử gân gia cường ba chiều, 3 điểm nút. Mô hình hình học như hình 2.5.



**Hình 2.5.** Phần tử tấm CPS có gân gia cường và phần tử tham chiếu

Như đã đặt vấn đề ở mục 2.3.2 để đảm bảo tương thích với phần tử tấm, tác giả sử dụng phần tử gân gia cường dạng dầm ba chiều, 3 điểm nút, mỗi nút có 5 bậc tự do gồm:  $u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$  (Hình 2.6).



**Hình 2.6.** Phần tử gân gia cường và các bậc tự do

Véc tơ chuyển vị tại nút thứ  $i$  của phần tử gân xác định như sau:

$$\{q_i^g\} = \{u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}\}^T, \quad i=1,2,3. \tag{2.103}$$

Véc tơ chuyển vị nút của phần tử gân:

$$\underbrace{\{\mathbf{q}_e^g\}}_{15 \times 1} = \left\{ \underbrace{\{\mathbf{q}_1^g\}}^T \quad \underbrace{\{\mathbf{q}_2^g\}}^T \quad \underbrace{\{\mathbf{q}_3^g\}}^T \right\}^T. \quad (2.104)$$

Chuyển vị tại một điểm bất kỳ trong phần tử gân được xác định theo chuyển vị nút và ma trận hàm dạng phần tử:

$$\underbrace{\{\mathbf{u}_e^g\}}_{5 \times 1} = \underbrace{[\mathbf{N}^g]}_{3 \times 15} \underbrace{\{\mathbf{q}_e^g\}}_{15 \times 1}, \quad (2.105)$$

trong đó:  $[\mathbf{N}^g]$  là ma trận các hàm dạng của phần tử dầm, có dạng sau [63]:

$$[\mathbf{N}^g] = \begin{bmatrix} [\mathbf{N}_u] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\mathbf{N}_v] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\mathbf{N}_w] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\mathbf{N}_{\theta_x}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [\mathbf{N}_{\theta_y}] \end{bmatrix},$$

với  $[\mathbf{N}_u]$ ,  $[\mathbf{N}_v]$ ,  $[\mathbf{N}_w]$ ,  $[\mathbf{N}_{\theta_x}]$ ,  $[\mathbf{N}_{\theta_y}]$  là các ma trận hàng cấp (1x3) biểu thị các hàm dạng tương ứng chuyển vị:  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ .

Do giả thiết liên kết giữa tấm và gân là lý tưởng nên chuyển vị tại mặt dưới của tấm đồng nhất với chuyển vị tại mặt trên của gân. Xét trường hợp gân song song với trục  $ox$  và nằm phía dưới mặt tấm, lúc này ta có:

$$\begin{aligned} u_p \Big|_{z=-h_p/2} &= u_{gx} \Big|_{z=h_{gx}/2}, \quad \theta_{xp} \Big|_{z=-h_p/2} = \theta_{gx} \Big|_{z=h_{gx}/2}, \\ w_p \Big|_{z=-h_p/2} &= w_{gx} \Big|_{z=h_{gx}/2}, \end{aligned} \quad (2.106)$$

Từ đó rút ra quan hệ giữa chuyển vị tại vị trí nút chung thứ  $i$  giữa phần tử gân và phần tử tấm:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{0gxi} \\ v_{0gxi} \\ w_{0gxi} \\ \phi_{gxi} \\ \phi_{gyi} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,5(h + h_{gx}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} u_{0i} \\ v_{0i} \\ w_{0i} \\ \phi_{xi} \\ \phi_{yi} \end{array} \right\} \quad (2.107)$$

$$\text{hay: } \{q_i^{gx}\} = [T_x] \{q_i\} \quad (2.108)$$

$$\text{với: } [T_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0,5(h + h_{gx}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

Quan hệ giữa chuyển vị nút của phần tử gân song song với trục ox với phần tử tấm có cùng chung nút có dạng:

$$\{q_e^{gx}\} = [T^{gx}] \{q_e\} \quad (2.110)$$

$$\text{trong đó: } [T^{gx}] = \begin{bmatrix} T_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_x \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

là ma trận chuyển đổi có tính đến độ lệch giữa đường trung bình của gân và mặt trung bình của tấm và  $\{q_e\}$  là véc tơ chuyển vị nút của phần tử tấm có chứa phần tử gân.

Tương tự như đối với gân song song với trục oy, biểu thức quan hệ giữa chuyển vị nút giữa phần tử gân song song với trục oy với phần tử tấm có cùng chung nút có dạng:

$$\{q_e^{gy}\} = [T^{gy}] \{q_e\} \quad (2.112)$$

trong đó:

$$[T^{gy}] = [T_y] \cdot \text{diag}(9,9) \quad (2.113)$$

với:

$$[T_y] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0,5(h + h_{gy}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

Với quan hệ (2.30) và (2.34), áp dụng (2.70), (2.71) ta có động năng  $T_e^g$  và thế năng đàn hồi  $U_e^g$  của phần tử gân như sau:

$$T_e^g = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e^g\}^T [M_e^g] \{\dot{q}_e^g\}, \quad (2.115)$$

$$U_e^g = \frac{1}{2} \{q_e^g\}^T [K_e^g] \{q_e^g\}, \quad (2.116)$$

trong đó :  $[M_e^g]$ ,  $[K_e^g]$  tương ứng là ma trận khối lượng và ma trận độ cứng phần tử gân, chúng có dạng:

$$\underbrace{[M_e^g]}_{15 \times 15} = \begin{bmatrix} [M]_{11} & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [M]_{22} & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [M]_{33} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [M]_{44} & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [M]_{55} \end{bmatrix}, \quad (2.117)$$

$$\underbrace{[K_e^g]}_{15 \times 15} = [K_e^g]_1 + [K_e^g(\{q\})]_2 + [K_e^g(\{q\})]_3 + [K_e^g(\{q\})]_4, \quad (2.118)$$

trong đó:  $[K_e^g]_1$  là ma trận độ cứng tuyến tính của phần tử gân.

$[\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_2, [\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_3, [\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_4$  là các ma trận độ cứng phi tuyến của phần tử gân.

Các ma trận này có dạng như sau:

$$\underbrace{[\mathbf{K}_e^g]_1}_{15 \times 15} = \begin{bmatrix} [\mathbf{K}]_1^{11} & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\mathbf{K}]_1^{22} & [0] & [0] & [\mathbf{K}]_1^{25} \\ [0] & [0] & [\mathbf{K}]_1^{33} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\mathbf{K}]_1^{44} & [0] \\ [0] & ([\mathbf{K}]_1^{25})^T & [0] & [0] & [\mathbf{K}]_1^{55} \end{bmatrix}, \quad (2.119)$$

$$\underbrace{[\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_2}_{15 \times 15} = \begin{bmatrix} [0] & [\mathbf{K}]_2^{12} & [\mathbf{K}]_2^{13} & [\mathbf{K}]_2^{14} & [0] \\ [0] & [0] & [\mathbf{K}]_2^{23} & [\mathbf{K}]_2^{24} & [0] \\ [0] & [\mathbf{K}]_2^{32} & [0] & [\mathbf{K}]_2^{34} & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\mathbf{K}]_2^{53} & [\mathbf{K}]_2^{54} & [0] \end{bmatrix}, \quad (2.120)$$

$$\underbrace{[\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_3}_{15 \times 15} = 2 \underbrace{[\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_2}_{15 \times 15}^T, \quad (2.121)$$

$$\underbrace{[\mathbf{K}_e^g(\{q\})]_4}_{15 \times 15} = \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\mathbf{K}]_4^{22} & [0] & [\mathbf{K}]_4^{24} & [0] \\ [0] & [0] & [\mathbf{K}]_4^{33} & [\mathbf{K}]_4^{34} & [0] \\ [0] & ([\mathbf{K}]_4^{24})^T & ([\mathbf{K}]_4^{34})^T & [\mathbf{K}]_4^{44} & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}, \quad (2.122)$$

Các thành phần trong (2.117), (2.119), (2.120), (2.121) và (2.122) được chỉ ra trong Phụ lục 1.

Lúc này từ biểu thức (2.102), ta có phương trình mô tả dao động của phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường như sau:

$$\begin{aligned} & \left( [M_{uu}^e] + [M_e^g] \right) \{ \ddot{q}_e^M \} + \left( [C_A^e] + [C_R^e] \right) \{ \dot{q}_e^M \} + \\ & + \left( [K_{ME}^e] + [K_e^g] \right) \{ q_e^M \} = \{ F_e^M \}. \end{aligned} \quad (2.123)$$

Đây là phương trình vi phân phi tuyến.

$$\text{Đặt: } [M_{uu}^{epg}] = [M_{uu}^e] + [M_e^g], [K_{ME}^{epg}] = [K_{ME}^e] + [K_e^g]$$

Phương trình mô tả dao động phi tuyến của phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường được viết lại như sau:

$$[M_{uu}^{epg}] \{ \ddot{q}_e^M \} + \left( [C_A^e] + [C_R^{epg}] \right) \{ \dot{q}_e^M \} + [K_{ME}^{epg}] \{ q_e^M \} = \{ F_e^M \}. \quad (2.124)$$

Ở đây tác giả đưa ma trận cản phần tử  $[C_R^{epg}]$  vào phương trình để thể hiện có sự tham gia của cản, song thực tế, việc tính toán ma trận cản của các phần tử để từ đó tập hợp thành ma trận cản tổng thể của kết cấu là hết sức khó khăn và hầu như không thực hiện được do không xác định được tỷ số cản vật liệu. Do đó, ma trận cản tổng thể của kết cấu được xác định thông qua ma trận khối lượng và ma trận độ cứng của hệ sẽ được trình bày ở phần sau.

### ***2.5.3. Phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động***

Giả thiết rằng kích thước hình học của gân gia cường là rất nhỏ so với kích thước tấm, nên ảnh hưởng của lực khí động tác dụng lên gân có thể bỏ qua. Lúc này, dưới tác dụng của dòng khí, mỗi phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực nâng phân bố  $l_w$  và mô men uốn phân bố  $m_\theta$ , chúng được xem là lực khí động tác dụng lên phần tử tấm. Sử dụng mô hình Scanlan, phương trình mô tả lực khí động tác dụng lên phần tử tấm như sau [5], [35], [36]:



$$\begin{cases} l_w = \frac{1}{2} \rho_a U^2 B \left[ KH_1^*(K) \frac{\dot{w}}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\theta}}{U} + K^2 H_3^*(K) \theta \right] \\ m_\theta = \frac{1}{2} \rho_a U^2 B^2 \left[ KA_1^*(K) \frac{\dot{w}}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\theta}}{U} + K^2 A_3^*(K) \theta \right] \end{cases}, \quad (2.125)$$

trong đó:  $\rho_a$  - mật độ không khí;  $U$  - vận tốc dòng khí,  $B$  - bề rộng phần tử theo phương gió tác dụng;  $\theta, \dot{\theta}$  tương ứng là góc xoay và vận tốc góc xoay đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tấm quanh trục  $x, y$ ;  $K$  là tần số thu gọn:

$$K = \frac{B_w \omega_F}{U}. \quad (2.126)$$

Các hàm  $A_i^*(K), H_i^*(K)$  với  $i = 1 \div 3$ , được xác định bởi [36]:

$$\begin{cases} H_1^*(K) = -\frac{\pi}{k} F(k), H_2^*(K) = -\frac{\pi}{4k} \left[ 1 + F(k) + \frac{2G(k)}{k} \right], \\ H_3^*(K) = -\frac{\pi}{2k^2} \left[ F(k) - \frac{kG(k)}{2} \right], A_1^*(K) = \frac{\pi}{4k} F(k), \\ A_2^*(K) = -\frac{\pi}{16k} \left[ 1 - F(k) - \frac{2G(k)}{k} \right], A_3^*(K) = \frac{\pi}{8k^2} \left[ \frac{k^2}{8} + F(k) - \frac{kG(k)}{2} \right] \end{cases}, \quad (2.127)$$

với  $k = K/2$ ; các hàm  $F(k), G(k)$  được xác định bởi:

$$\begin{cases} F(k) = \frac{0,500502k^3 + 0,512607k^2 + 0,2104k + 0,021573}{k^3 + 1,035378k^2 + 0,251293k + 0,021508} \\ G(k) = -\frac{0,000146k^3 + 0,122397k^2 + 0,327214k + 0,001995}{k^3 + 2,481481k^2 + 0,93453k + 0,089318} \end{cases}, \quad (2.128)$$

Trường hợp tổng quát, với phương dòng khí hợp với pháp tuyến của tấm một góc  $\alpha$  (Hình 2.1), lực khí động tác dụng lên phần tử tấm là tổ hợp của hai thành phần: áp lực khí động phân bố được tính theo mô hình Scanlan và áp lực khí động phân bố tính theo áp lực gió phân bố vuông góc với một diện tích tấm, có dạng [5], [36]:

$$\left\{ \begin{array}{l} l_w = \frac{1}{2} \rho_a (U \cos \alpha)^2 B \left[ \begin{array}{l} KH_1^*(K) \frac{\dot{w}}{U \cos \alpha} + \\ + KH_2^*(K) \frac{B \dot{\theta}_x}{U \cos \alpha} + \\ + K^2 H_3^*(K) \theta_x \end{array} \right] + \frac{1}{2} C_p \rho_a (U \sin \alpha)^2. \\ m_\theta = \frac{1}{2} \rho_a (U \cos \alpha)^2 B^2 \left[ \begin{array}{l} KA_1^*(K) \frac{\dot{w}}{U \cos \alpha} + KA_2^*(K) \frac{B \dot{\theta}_x}{U \cos \alpha} + \\ + K^2 A_3^*(K) \theta_x \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (2.129)$$

với  $C_p$  là hệ số áp lực dòng khí.

Đây có thể gọi là mô hình lực khí động Scanlan mở rộng. Trường hợp đặc biệt, khi phương của dòng khí song song với mặt phẳng tấm ( $\alpha=0$ ) phương trình (2.129) trở thành phương trình (2.125) là phương trình lực khí động chuẩn của Scanlan.

Véc tơ lực khí động được xác định như sau [5], [35]:

$$\{F_a^e\} = - \int_{A_e} [N_w]^T l_w dA - \int_{A_e} \left[ \frac{\partial N_{\theta y}}{\partial x} \right]^T m_\theta dA, \quad (2.130)$$

Thay (2.129) vào (2.130), sau khi biến đổi dẫn đến:

$$\{F_a^e\} = -[K_{air}^e] \{q^e\} - [C_{air}^e] \{\dot{q}^e\} + \{f_{an}^e\} \quad (2.131)$$

trong đó:

$$[K_{air}^e] = \rho_a (U \cos \alpha)^2 B K^2 \int_{A_e} \left[ \begin{array}{l} H_3^*(K) [N_w]^T [N_{\theta x}] + \\ + B A_3^*(K) \left[ \frac{\partial N_{\theta y}}{\partial x} \right]^T [N_{\theta x}] \end{array} \right] dA \quad (2.132)$$

là ma trận độ cứng khí động của phần tử.

$$[C_{\text{air}}^e] = \rho_a (U \cos \alpha) BK \left[ \begin{array}{l} \int_{A_e} \left( H_1^*(K) [N_w]^T [N_w] + \right. \\ \left. + B H_2^*(K) [N_w]^T [N_{\theta x}] \right) dA \\ \int_{A_e} \left( B A_1^*(K) \left[ \frac{\partial N_{\theta y}}{\partial x} \right]^T [N_w] + \right. \\ \left. + B^2 A_2^*(K) \left[ \frac{\partial N_{\theta y}}{\partial x} \right]^T [N_{\theta x}] \right) dA \end{array} \right] + \quad (2.133)$$

là ma trận cản khí động của phần tử.

$$\{f_{\text{an}}^e\} = -\frac{1}{2} \int_{A_e} [N_w]^T C_p \rho_a (U \sin \alpha)^2 dA \quad (2.134)$$

là véc tơ lực khí động của phần tử, với:

$$\underbrace{[N_w]}_{45 \times 1} = [0 \quad 0 \quad N_1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad N_1 \quad 0 \quad 0] \quad (2.135)$$

$$\underbrace{[N_{\theta x}]}_{45 \times 1} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad N_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad N_1 \quad 0] \quad (2.136)$$

$$\underbrace{[N_{\theta y}]}_{45 \times 1} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad N_1 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad N_1] \quad (2.137)$$

Thay (2.131) vào (2.124), ta có phương trình mô tả dao động phi tuyến của phần tử tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động và ngoại lực khác như sau:

$$[M_{\text{uu}}^{\text{epg}}] \{\ddot{q}_e^M\} + \left( [C_A^e] + [C_R^{\text{epg}}] + [C_{\text{air}}^e] \right) \{\dot{q}_e^M\} + \left( [K_{\text{ME}}^{\text{epg}}] + [K_{\text{air}}^e] \right) \{q_e^M\} = \{f_{\text{ean}}^M\}. \quad (2.138)$$

trong đó:  $\{f_{\text{ean}}^M\} = \{F_e^M\} + \{f_{\text{an}}^e\}$ .

#### **2.5.4. Xây dựng ma trận tổng thể của kết cấu từ các ma trận phần tử**

Từ các ma trận, véc tơ tải trọng phần tử, bằng phương pháp ma trận chỉ số và sơ đồ Skyline, tác giả xây dựng ma trận tổng thể, véc tơ tải trọng tổng thể và có được phương trình mô tả dao động phi tuyến của tấm composite áp

điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng khí động và tải trọng cơ học khác, cụ thể như sau:

#### 2.5.4.1. Ma trận tổng thể:

Việc ghép nối ma trận phần tử thành ma trận tổng thể được thực hiện theo sơ đồ sau:

$$\begin{matrix} \begin{matrix} i & j \\ \left[ \begin{matrix} k_{ii}^e & k_{ij}^e \\ k_{ji}^e & k_{jj}^e \end{matrix} \right] \\ K^e \end{matrix} & \rightarrow & \begin{matrix} \begin{matrix} i & j \\ \left[ \begin{matrix} k_{11} & k_{12} & \vdots & \vdots \\ k_{21} & & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & k_{ii} + k_{ii}^e & k_{ij} + k_{ij}^e & \dots & \dots \\ \dots & \dots & k_{ji} + k_{ji}^e & k_{jj} + k_{jj}^e & \dots & \dots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & k_{nn} \end{matrix} \right] \\ K \end{matrix} \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.139)$$

Các bước cụ thể được thể hiện trong hàm *assem()* do tác giả xây dựng trong chương trình, theo đó hàm ghép ma trận phần tử vào ma trận tổng thể của hệ theo ma trận bậc tự do phần tử *edof* (hay ma trận chỉ số).

Trong đó, ma trận bậc tự do phần tử có cấu trúc như sau:

$$\text{edof} = [el \quad \text{dof}_1 \quad \text{dof}_2 \quad \dots \quad \text{dof}_{ned}], \quad (2.140)$$

trong đó: cột đầu tiên chứa số thứ tự của phần tử, từ cột thứ 2 đến cột thứ  $(ned + 1)$  chứa bậc tự do của phần tử tương ứng (*ned* là số bậc tự do).

Trường hợp xác định cho một số phần tử thì việc ghép ma trận được thực hiện đồng thời, theo đó, mỗi hàng trong ma trận *edof* xác định cho một phần tử:

$$\text{edof} = \begin{bmatrix} el_1 & \text{dof}_1 & \text{dof}_2 & \dots & \text{dof}_{ned} \\ el_2 & \text{dof}_1 & \text{dof}_2 & \dots & \text{dof}_{ned} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ el_{nel} & \text{dof}_1 & \text{dof}_2 & \dots & \text{dof}_{ned} \end{bmatrix}, \quad (2.141)$$

Chính bằng thuật toán này, tác giả tập hợp được các ma trận khối lượng tổng thể  $[M]$  và ma trận cản áp điện tổng thể  $[C_A]$  của kết cấu từ ma trận phần tử. Hàm tập hợp ma trận tổng thể được xây dựng trong chương trình có tên là *matrix\_tot.text*. Đối với ma trận cản kết cấu tổng thể  $[C_R]$  nhận được bằng phép tổ hợp tuyến tính từ ma trận độ cứng tổng thể  $[K_{ME}]$  và ma trận khối lượng tổng thể  $[M]$  của hệ theo hệ số cản Rayleigh.

#### 2.5.4.2. Véc tơ tải trọng tổng thể:

Véc tơ tải trọng tổng thể được xây dựng theo sơ đồ sau:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} f_i^e \\ f_j^e \end{bmatrix}}_{f^e} \rightarrow \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_i + f_i^e \\ f_j + f_j^e \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (2.142)$$

$i=\text{dof};$   
 $j=\text{dof};$   
 $f$

Tác giả luận án thiết lập hàm *insert(.)* trong chương trình có tên *force\_vecto.text* nhằm xây dựng véc tơ tải trọng nút của kết cấu tấm.

#### 2.5.4.3. Phương trình mô tả dao động của hệ:

Từ (2.138), sau khi tập hợp các ma trận, véc tơ tải trọng tổng thể như đã trình bày ở trên, ta có phương trình mô tả dao động phi tuyến của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động và lực cơ học khác:

$$[M]\{\ddot{q}\} + ([C_R] + [C_A] + [C_{air}])\{\dot{q}\} + ([K_{ME}] + [K_{air}])\{q\} = \{R\}. \quad (2.143)$$

trong đó:  $[C_R] = \alpha_r [M] + \beta_r [K_{ME}]$  - ma trận cản kết cấu với các hằng số cản Rayleigh  $\alpha_r, \beta_r$  được xác định thông qua tỷ số cản và tần số dao động riêng của kết cấu tấm [63], [104], [105]:

$$\beta_r = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2}; \alpha_r = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2} \omega_1 \omega_2 = \beta_r \omega_1 \omega_2, \quad (2.144)$$

ở đây:  $\omega_1, \omega_2$  là hai tần số dao động riêng đầu tiên của tấm, và  $\xi$  là tỷ số cản, được xác định bằng thực nghiệm (thông thường  $\xi \in [0,02 \div 0,06]$ ) [105];

Đặt:  $[C_{RAa}] = [C_R] + [C_A] + [C_{air}]$ ,  $[K_{MEa}] = [K_{ME}] + [K_{air}]$ , biểu thức (2.143) được viết gọn lại:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C_{RAa}]\{\dot{q}\} + [K_{MEa}]\{q\} = \{R\}. \quad (2.145)$$

Đây là phương trình vi phân phi tuyến hình học có hệ số phụ thuộc tính chất dòng khí và tính chất áp điện.

## 2.6. Thuật toán PTHH giải phương trình dao động của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động

### 2.6.1. Bài toán dao động tự do:

- Dao động tự do tuyến tính, được mô tả bởi phương trình:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K_{ME}^L]\{q\} = \{0\}, \quad (2.146)$$

trong đó:  $[K_{ME}^L]$  - ma trận độ cứng tuyến tính trong ma trận  $[K_{ME}]$ .

Nhiệm vụ bài toán lúc này là xác định các tần số riêng và các dạng riêng của hệ, theo đó tần số riêng được xác định bởi:

$$\left| [K_{ME}^L] - \omega^2 [M] \right| = 0, \quad (2.147)$$

với  $\omega$  là tần số riêng của vỏ.

Nghiệm (2.147) cho ta các giá trị  $\omega_i$ , tương ứng với các tần số riêng  $\omega_i$ , các véc tơ riêng  $\{q_i\}$  của hệ lúc này được xác định bởi phương trình:

$$\left( [K_{ME}^L] - \omega^2 [M] \right) \{q_i\} = \{0\}. \quad (2.148)$$

Điều này được tác giả thực hiện để giải bài toán dao động riêng của luận án.

- Dao động tự do phi tuyến, được mô tả bởi phương trình:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K_{ME}^N]\{q\} = \{0\}. \quad (2.149)$$

Nhiệm vụ bài toán là xác định mối quan hệ tần số - biên độ và được thực hiện bằng phương pháp giải lặp.

### 2.6.2. Bài toán dao động cưỡng bức:

- Dao động cưỡng bức tuyến tính có cản, được mô tả bởi phương trình:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C_{RAa}^L]\{\dot{q}\} + [K_{MEa}^L]\{q\} = \{R\}, \quad (2.150)$$

trong đó:  $[K_{MEa}^L]$  và  $[C_{RAa}^L]$  tương ứng là ma trận độ cứng và ma trận cản tuyến tính trong ma trận  $[K_{MEa}]$  và  $[C_{RAa}]$  của hệ.

Mục đích bài toán là xác định đáp ứng động lực học tuyến tính của hệ theo thời gian. Để giải phương trình (2.150) có khá nhiều phương pháp, một trong những phương pháp hiệu quả thường được sử dụng là phương pháp tích phân trực tiếp của Newmark.

- Dao động cưỡng bức phi tuyến, được mô tả bởi phương trình (2.145), phương pháp tích phân trực tiếp Newmark kết hợp lặp Newton-Raphson là phương pháp thường được sử dụng và có hiệu quả. Do vậy, tác giả chọn phương pháp này để giải bài toán trong luận án. Cụ thể: Nghiệm của phương trình (2.145) tại bước lặp thứ  $i$  ở thời điểm tính  $t+\Delta t$  được xác định bởi [22], [63], [105]:

$$[M]\{\ddot{q}^{t+\Delta t}\}^{(i)} + [C_{RAa}^{t+\Delta t}(\{q\})]^{(i-1)}\{\dot{q}^{t+\Delta t}\}^{(i)} + [K_{MEa}^{t+\Delta t}(\{q\})]^{(i-1)}\{q^{t+\Delta t}\}^{(i)} = \{R^{t+\Delta t}\} - \{P^{t+\Delta t}\}^{(i)}, \quad (2.151)$$

$$\{q^{t+\Delta t}\}^{(i)} = \{q^{t+\Delta t}\}^{(i-1)} + \{\Delta q\}^{(i)}, \quad (2.152)$$

với:  $\{P^{t+\Delta t}\}^{(i)}$  - véc tơ nội lực quy nút của hệ tại bước lặp  $i$  (chỉ số  $i$  chỉ thứ tự bước lặp),  $\{\Delta q\}^{(i)}$  - véc tơ số gia chuyển vị nút tại bước lặp thứ  $i$ .

Vận tốc và gia tốc nút tại thời điểm  $t + \Delta t$  của bước lặp thứ  $i$  là:

$$\{\dot{q}^{t+\Delta t}\}^{(i)} = a_1 \left( \{q^{t+\Delta t}\}^{(i-1)} + \{\Delta q\}^{(i)} - \{q^t\} \right) - a_4 \{\dot{q}^t\} - a_5 \{\ddot{q}^t\}, \quad (2.153)$$

$$\{\ddot{q}^{t+\Delta t}\}^{(i)} = a_0 \left( \{q^{t+\Delta t}\}^{(i-1)} + \{\Delta q\}^{(i)} - \{q^t\} \right) - a_2 \{\dot{q}^t\} - a_3 \{\ddot{q}^t\}, \quad (2.154)$$

các hệ số  $a_i$  ( $i=0 \div 5$ ) được xác định như sau:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; & a_1 &= \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; & a_2 &= \frac{1}{\alpha \Delta t}; & a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1; \\ a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1; & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right); \end{aligned} \quad (2.155)$$

ở đây các tham số  $\delta$  và  $\alpha$  được chọn:  $\delta \geq 0,5$ ;  $\alpha \geq 0,25 (0,5 + \delta)^2$ .

Điều kiện đầu cho mỗi cấp tải:

$$\{q^{t+\Delta t}\}^{(0)} = \{q^t\}; \quad \{R^{t+\Delta t}\}^{(0)} = \{R^t\}; \quad \{K_{MEa}^{t+\Delta t}\}^{(0)} = \{K_{ME}^t\}. \quad (2.156)$$

Thay (2.152), (2.153), (2.154) vào biểu thức (2.151), dẫn đến:

$$\left[ K_*^{t+\Delta t} \right]^{(i-1)} \{\Delta q\}^{(i)} = \{R_*^{t+\Delta t}\}^{(i-1)} - \{P^{t+\Delta t}\}^{(i)}, \quad (2.157)$$

với:  $\left[ K_*^{t+\Delta t} \right]^{(i-1)}$  là ma trận độ cứng tiếp tuyến hiệu quả,  $\{R_*^{t+\Delta t}\}^{(i-1)}$  là véc

tơ tải trọng hiệu quả, chúng được xác định như sau:

$$\left[ K_*^{t+\Delta t} \right]^{(i-1)} = \left[ K_{MEa}^{t+\Delta t} \right]^{(i-1)} + a_0 [M] + a_1 \left[ C_{RAa}^{t+\Delta t} \right]^{(i-1)}, \quad (2.158)$$

$$\begin{aligned} \{R_*^{t+\Delta t}\}^{(i-1)} &= \{R^{t+\Delta t}\}^{(i-1)} + [M] \left[ \left( a_0 \{q_{t+\Delta t}\}^{(i-1)} - \{q_t\} \right) - a_2 \{\dot{q}_t\} - a_3 \{\ddot{q}_t\} \right] + \\ &+ \left[ C_{RAa}^{t+\Delta t} \right] \left[ a_1 \{q_t\} + a_4 \{\dot{q}_t\} + a_5 \{\ddot{q}_t\} \right]. \end{aligned} \quad (2.159)$$

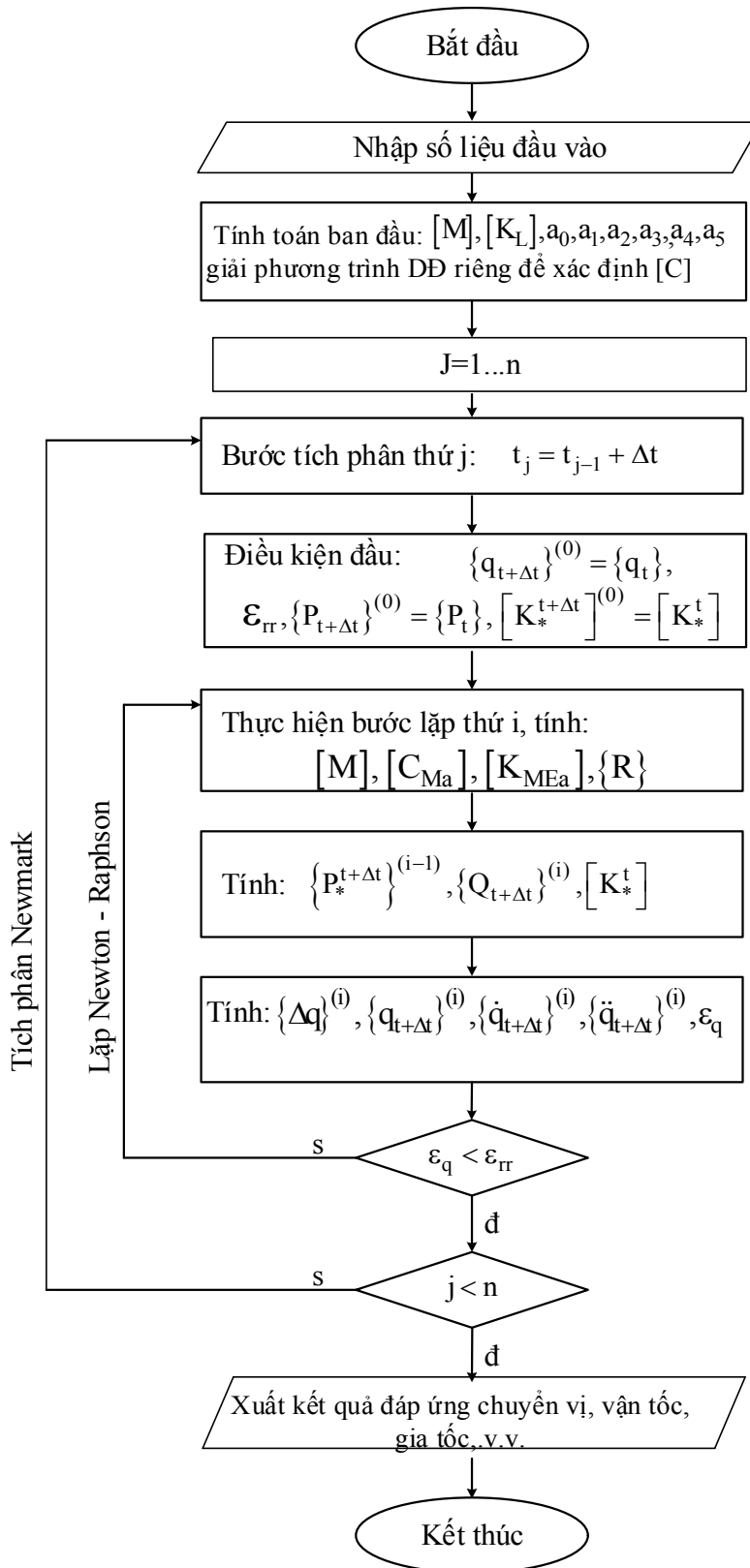
Tiêu chuẩn dừng của phép lặp là sự hội tụ của chuyển vị nút như sau:

$$\frac{\left\| \{\Delta q\}^{(i)} \right\|}{\left\| \{q_{t+\Delta t}\}^{(i)} - \{q_t\} \right\|} \leq \varepsilon_{err}, \quad (2.160)$$

trong đó:  $\varepsilon_{err}$  là độ chính xác yêu cầu theo chuyển vị.



Sơ đồ của thuật toán thể hiện như hình 2.7 sau:



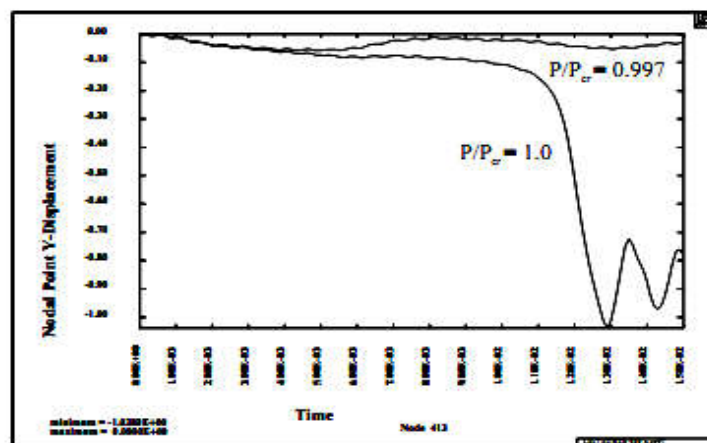
**Hình 2.7.** Sơ đồ thuật toán giải bài toán

## 2.7. Phân tích ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động

Từ kết quả giải phương trình động lực học phi tuyến hình học (2.145), căn cứ vào đáp ứng chuyển vị, vận tốc, gia tốc, nội lực theo thời gian, sử dụng tiêu chuẩn ổn định động của Budiansky - Roth [25] có thể xem xét được khả năng ổn định và mất ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường.

### 2.7.1. Tiêu chuẩn ổn định động của Budiansky – Roth [25]

Theo Budiansky – Roth [25], việc giải phương trình dao động ứng với các điều kiện khác nhau của hệ cơ học sẽ có kết quả đáp ứng động khác nhau. Trong một điều kiện nào đó, biên độ chuyển vị của hệ tăng theo thời gian và có bước nhảy đột ngột, hệ thực hiện dao động quanh vị trí cân bằng mới khác xa với vị trí cân bằng ban đầu thì kết cấu được xem là mất ổn định, tải trọng tương ứng để xảy ra hiện tượng này được gọi là lực tới hạn (Hình 2.8). Thời điểm lân cận quanh vị trí xuất hiện bước nhảy đột ngột của chuyển vị trong biểu đồ đáp ứng chuyển vị theo thời gian được gọi là thời điểm kết cấu mất ổn định. Hoặc dưới tác dụng của tải trọng, chuyển vị của kết cấu tăng không ngừng theo thời gian, kết cấu sẽ mất ổn định và các giá trị tương ứng làm xuất hiện hiện tượng này được gọi là các giá trị tới hạn.

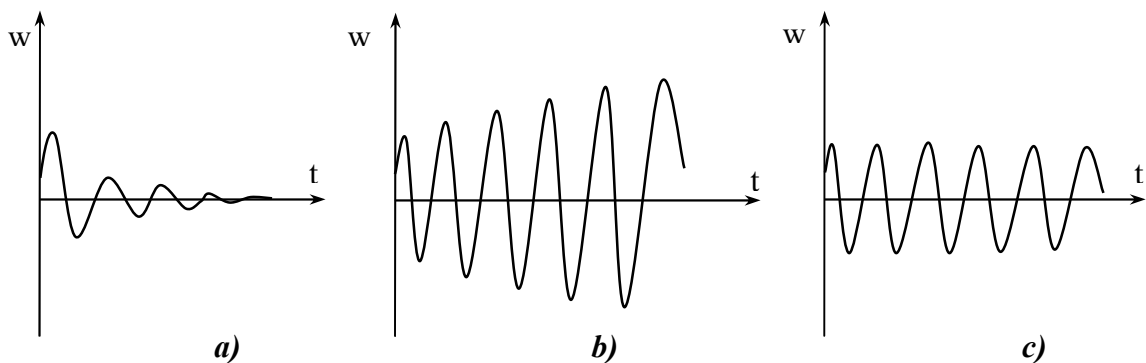


**Hình 2.8.** Biểu đồ dấu hiệu mất ổn định động theo Budiansky - Roth

### 2.7.2. Phân tích ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động

Ứng với điều kiện cụ thể của mỗi bài toán, bằng thuật toán đã xây dựng, sau khi giải phương trình (2.145) ta có được đồ thị quan hệ chuyển vị của tấm theo thời gian. Dựa vào hình dạng và tính chất của đồ thị theo tiêu chuẩn ổn định Budiansky – Roth [25] ta có thể kết luận về khả năng ổn định của tấm theo các dấu hiệu, cụ thể như sau:

- Dao động của tấm có biên độ chuyển vị của hệ tăng theo thời gian và có bước nhảy đột ngột, dao động quanh vị trí cân bằng mới khác xa với vị trí cân bằng ban đầu: Tấm mất ổn định.



**Hình 2.9.** Các dạng đáp ứng dao động theo thời gian

- Nếu đáp ứng của tấm là dao động với biên độ tắt dần theo thời gian (Hình 2.9a): Tấm ổn định.

- Nếu đáp ứng của tấm là dao động có biên độ tăng dần theo thời gian (Hình 2.9b) hoặc có sự đột biến: Tấm mất ổn định.

- Nếu đáp ứng của tấm là dao động có biên độ không đổi theo thời gian (Hình 2.9c): Tấm ở trạng thái tới hạn.

## 2.8. Giới thiệu chương trình và kiểm tra mức độ tin cậy

### 2.8.1. Giới thiệu chương trình tính

Trên cơ sở thuật toán đã trình bày trong mục 2.6, tác giả đã tiến hành lập trình trong môi trường ANSYS 13.5 để giải hệ phương trình (2.145),

trong đó có sự kết hợp với phần mềm MATLAB, chương trình tính có tên SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 (SSP\_2018). Chương trình có khả năng phân tích động lực học tuyến tính và phi tuyến của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng khí động và tải trọng cơ học thông thường. Cấu trúc của chương trình SSP\_2018 gồm các mô đun chính như sau:

Mô đun nhập số liệu: *data.text*;

Mô đun xây dựng mô hình hình học: *model.text*;

Mô đun phân tích dao động riêng: *free\_vibration\_analysis.text*;

Mô đun phân tích động lực học: *dynamic\_analysis.text*;

Mô đun xuất số liệu: *results.text*;

### **2.8.2. Kiểm tra độ tin cậy của chương trình**

Chương trình tính SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 được tác giả luận án kiểm tra độ tin cậy bằng hai cách: So sánh kết quả tính với bài toán trong công trình nghiên cứu của tác giả khác và so sánh với kết quả nghiên cứu thực nghiệm. Để so sánh với kết quả tính với công trình công bố khác, tác giả giải bài toán như trong công trình công bố của V. Balamurugan và cộng sự [98], trong đó tấm composite 4 lớp, hình vuông có kích thước là 508mm×508mm×2mm. Hai gân lệch tâm với 20 lớp, có kích thước mặt cắt ngang 5mm×10mm (rộng×cao), bố trí vuông góc với cạnh ngàm, cách đường chia đôi tấm về hai phía 152,4mm. Hai lớp áp điện PZT-G1195 có chiều dày 0,25mm dán lên mặt trên và mặt dưới của tấm được sử dụng để điều khiển dao động của kết cấu tấm. Tấm và gân được làm từ composite lớp graphite/epoxy (AS4/3501), với quy luật bố trí lớp  $(0^0/90^0)_s$ . Vật liệu tấm, gân và PZT có các đặc trưng như bảng 2.1 và 2.2.

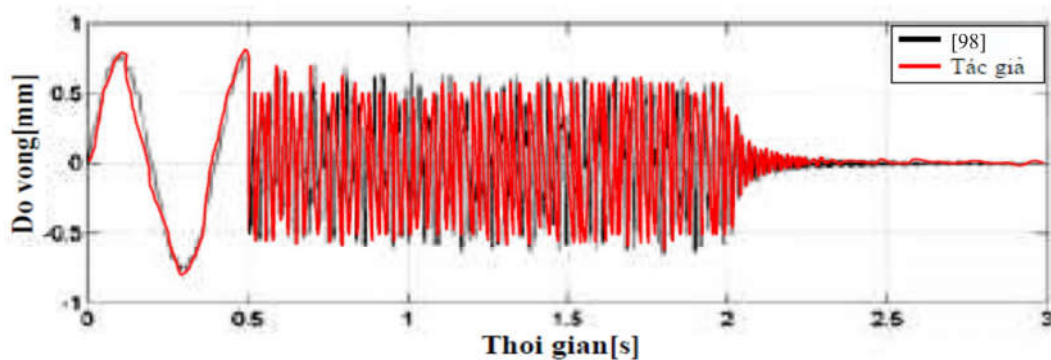
**Bảng 2.1.** Đặc trưng vật liệu tấm và gân

Đặc trưng	AS4/3501
Mô đun đàn hồi $E_{11} = E_{33}; E_{22}$ [GPa]	144,8; 9,67
Mô đun biến dạng cắt ( $G_{12}=G_{13}$ ); $G_{23}$ [GPa]	4,14; 3,45
Hệ số Poisson $\nu_c$	0,3
Khối lượng riêng $\rho_c$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1389,0

**Bảng 2.2.** Đặc trưng vật liệu áp điện

Đặc trưng	PZT
Mô đun đàn hồi ( $E_{11}=E_{33} = E_{22}$ ) [GPa]	63,0
Mô đun biến dạng cắt ( $G_{12}=G_{31} = G_{23}$ ) [GPa]	24,2
Hệ số Poisson $\nu_{PZT}$	0,3
Khối lượng riêng $\rho_{PZT}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7600
Hằng số áp điện ( $d_{31} = d_{32}$ ) [m/V]	$256 \times 10^{-12}$
Hệ số điện môi [F/m]	$1,15 \times 10^{-9}$

Tấm chịu tác dụng của lực tập trung  $P = 10\sin(5\pi t)$ N theo phương đứng tại điểm giữa của cạnh đối diện với cạnh ngàm. Thời gian tải tác dụng là 0,5s, thời điểm bắt đầu điều khiển là sau giây thứ 2 ( $\xi = 0.0, G_v = 0.0, G_d = 15$ ), tổng thời gian tính toán đáp ứng động của tấm là 3s. Các tác giả trong [98] sử dụng phương pháp PTHH, song bài toán là tuyến tính. Hình 2.10 là kết quả so sánh đáp ứng chuyển vị tại điểm đặt lực của tác giả và của tác giả V. Balamurugan và cộng sự [98].

**Hình 2.10.** Đáp ứng chuyển vị của tấm CPS áp điện có gân gia cường

Chuyển vị lớn nhất của tấm do tác giả V. Balamurugan và cộng sự tính là 0,766mm, do tác giả luận án tính là 0,778mm, sai số 1,57%.

**Nhận xét:** Dạng đáp ứng chuyển vị của tấm composite áp điện có gân gia cường do tác giả luận án tính toán trong trường hợp tuyến tính bằng chương trình SSP\_2018 tương đối đồng dạng với dạng đáp ứng chuyển vị của tấm do tác giả V. Balamurugan và cộng sự đã tính toán. Ngoài ra, sai số chuyển vị lớn nhất của 2 phương pháp là 1,57% cho thấy thuật toán, chương trình tính SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 do tác giả luận án đã xây dựng là có cơ sở tin cậy.

## 2.9. Kết luận chương 2

Một số kết quả chính đạt được:

- Mô hình hóa được kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động và tải trọng cơ học thông thường.

- Xây dựng được hệ phương trình vi phân tổng thể mô tả dao động phi tuyến của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động theo mô hình Scanlan mở rộng và tải trọng cơ học thông thường, trong đó đã kể đến tính chất cản của kết cấu và cản áp điện.

- Xây dựng được thuật toán PTHH giải hệ phương trình vi phân mô tả dao động phi tuyến của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động bằng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark và lặp Newton-Raphson. Thiết lập chương trình máy tính trong môi trường ANSYS 13.5 có sự kết hợp với phần mềm MATLAB cụ thể hóa thuật toán đã xây dựng, chương trình tính đã được kiểm chứng và có cơ sở tin cậy.

Kết quả đạt được ở chương này là cơ sở và công cụ cho việc tính toán số ở chương 3 tiếp theo của luận án, đồng thời cũng là cơ sở cho việc lựa chọn các thông số hợp lý cho kết cấu và những khuyến cáo kỹ thuật đối với dạng kết cấu trên khi áp dụng vào thực tiễn.

## CHƯƠNG 3

### KHẢO SÁT SỐ VÀ THẢO LUẬN

#### 3.1. Đặt vấn đề

Với thuật toán và chương trình đã lập ở chương 2, trong chương này tác giả tập trung nghiên cứu ảnh hưởng của một số yếu tố như: tính chất của áp điện, tính chất cản, đặc trưng tải trọng, kích thước hình học, vật liệu, điều kiện liên kết đến khả năng dao động và ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động do dòng khí chuyển động gây nên bằng khảo sát số. Các nhận xét, khuyến cáo kỹ thuật sẽ được đưa ra trên cơ sở các kết quả nghiên cứu số với từng bài toán cụ thể xét trong luận án.

#### 3.2. Bài toán xuất phát

**Thông số kết cấu:** Tấm composite có lớp áp điện, với kích thước  $0,5\text{m} \times 0,4\text{m} \times 0,00335\text{m}$  ( $L \times W \times h$ ). Tấm được cấu tạo gồm 4 lớp composite Graphite/Epoxy T300/976, mỗi lớp dày 0,8mm và hai lớp vật liệu áp điện PZT-5A bố trí theo quy luật  $[p/-\theta/\theta/\theta/-\theta/p]$ , mỗi lớp dày 0,075mm, ký hiệu “p” chỉ lớp áp điện, “ $\theta$ ” chỉ góc cốt của lớp composite ( $\theta = 45^0$ ). Tấm được gia cường bởi 10 gân bằng vật liệu composite cùng loại với tấm, trong đó 5 gân dọc cạnh dài và 5 gân dọc cạnh ngắn, khoảng cách giữa các gân theo mỗi chiều bằng nhau. Các gân có mặt cắt ngang chữ nhật  $0,003\text{m} \times 0,0048\text{m}$  ( $b_g \times h_g$ ).

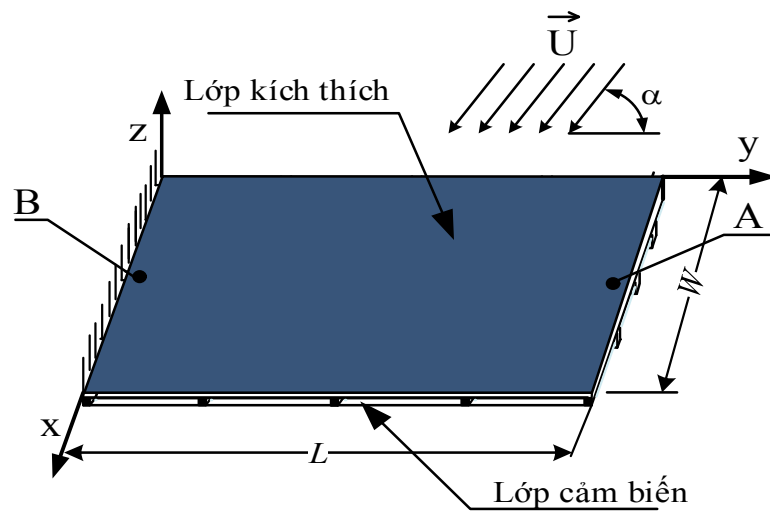
**Thông số vật liệu:** Graphite/Epoxy T300/976 có  $E_{11} = 150 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$ ;  $E_{22} = E_{33} = 9 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$ ;  $G_{12} = G_{13} = 7,1 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$ ;  $G_{23} = 2,5 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$ ;  $\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{32} = 0,3$ ;  $\rho_{GE} = 1600 \text{ kg/m}^3$  và vật liệu PZT-5A có  $E_{pzt} = 63 \times 10^5$

$\text{N/cm}^2$ ;  $G_{\text{pzt}} = 24,2 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$ ;  $\nu_{\text{pzt}} = 0,3$ ;  $\rho_{\text{pzt}} = 7600 \text{ kg/m}^3$ ;  $d_{31} = d_{32} = 2,54 \times 10^{-10} \text{ m/V}$ ;  $p_{11} = p_{22} = p_{33} = 15 \times 10^{-9} \text{ F/m}$ .

**Điều kiện liên kết:** Tấm bị ngàm 1 cạnh ngắn, 3 cạnh còn lại tự do.

**Thông số tải trọng:** Tấm chịu điện áp đặt  $V$  và dòng khí có vận tốc  $U$  tác dụng trong mặt phẳng tạo với mặt phẳng tấm một góc  $\alpha$ , song song với mặt phẳng  $xoz$ , trong đó  $V = 50\text{v}$ ,  $U = 20\text{m/s}$ ,  $\alpha = 30^\circ$  (Hình 3.1).

**Điểm xuất kết quả:** Điểm A (giữa cạnh ngắn tự do) và điểm B (giữa cạnh ngàm).

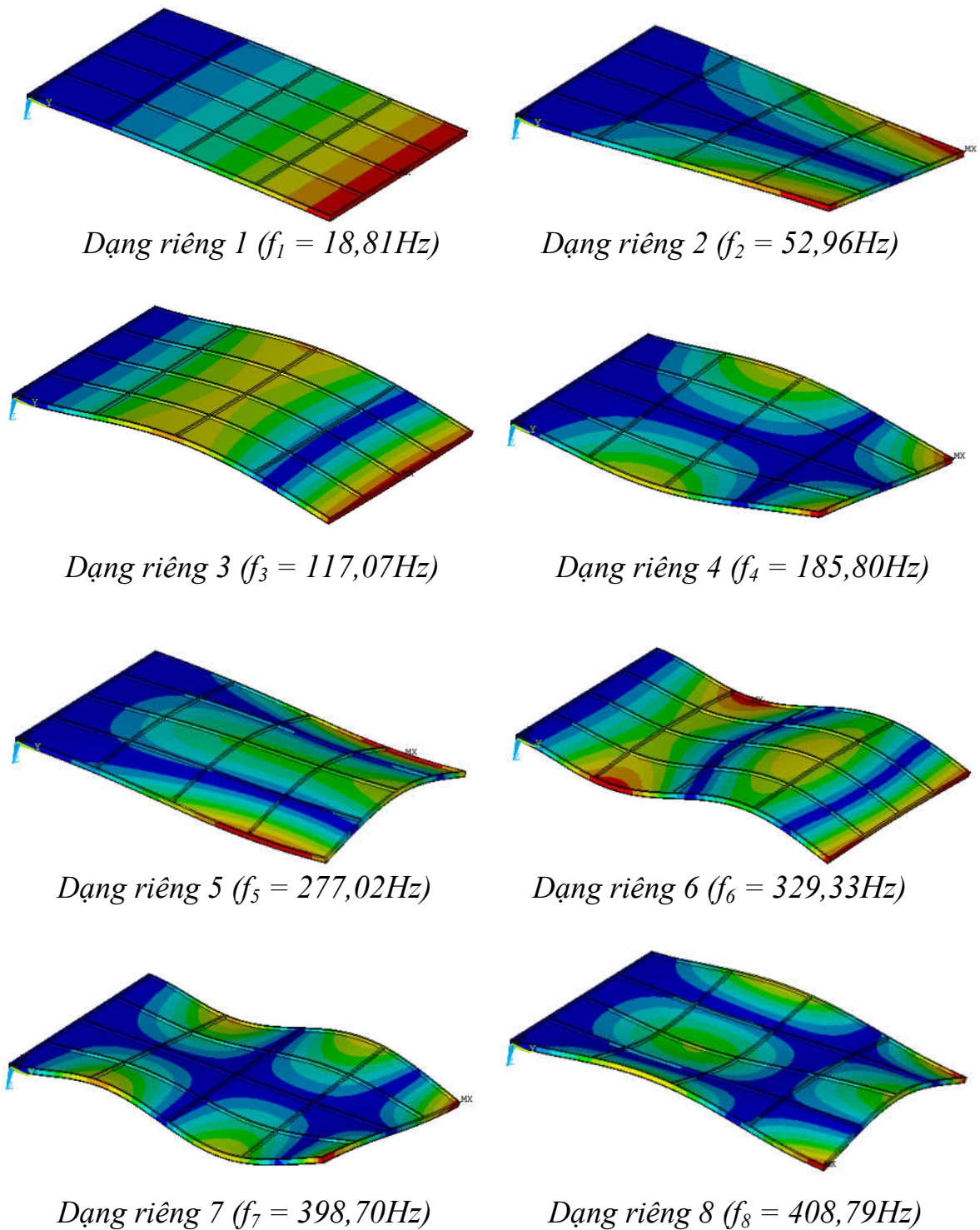


**Hình 3.1.** Mô hình bài toán xuất phát

Sử dụng chương trình SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 đã lập ở chương 2, tiến hành phân tích đáp ứng động của tấm. Kết quả:

**Bài toán dao động riêng:** Giải bài toán dao động riêng, tác giả nhận được các tần số riêng và dạng dao động riêng, trong đó 08 tần số riêng đầu tiên có giá trị:  $f_1=18,81\text{Hz}$ ;  $f_2=52,96\text{Hz}$ ;  $f_3=117,07\text{Hz}$ ;  $f_4=185,80\text{Hz}$ ;  $f_5=277,02\text{Hz}$ ;  $f_6=329,33\text{Hz}$ ;  $f_7=398,70\text{Hz}$ ;  $f_8=408,79\text{Hz}$  tương ứng với tám dạng dao động riêng thể hiện như trên hình 3.2.





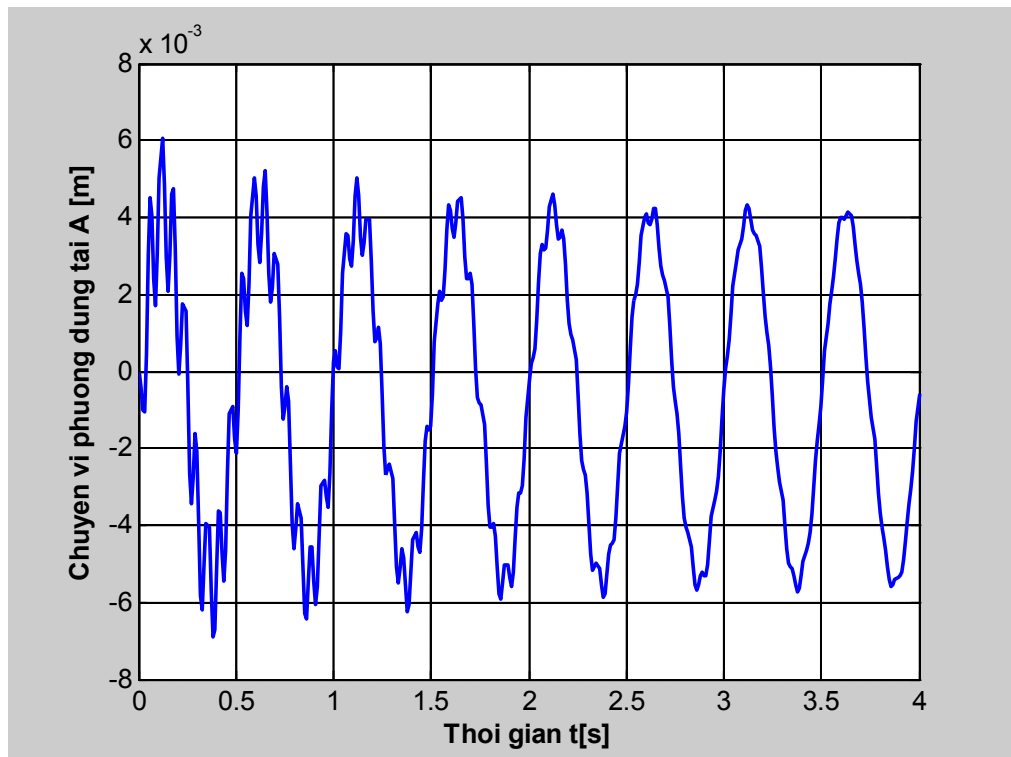
**Hình 3.2.** Tám dạng dao động riêng đầu tiên của tấm

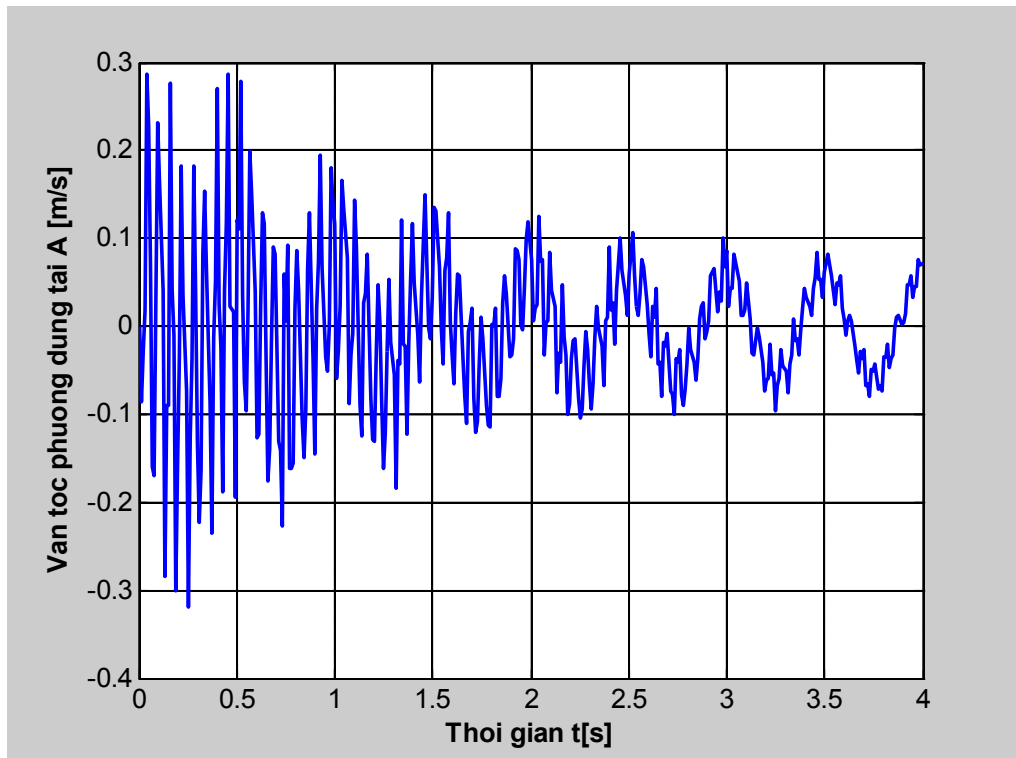
Tóm tắt kết quả 8 tần số riêng đầu tiên trong bài toán xuất phát cho trường hợp có điện áp ( $V = 50\text{v}$ ) và không có điện áp ( $V = 0\text{v}$ ) như trong Bảng 3.1.

**Bảng 3.1.** Tám tần số riêng đầu tiên của tấm

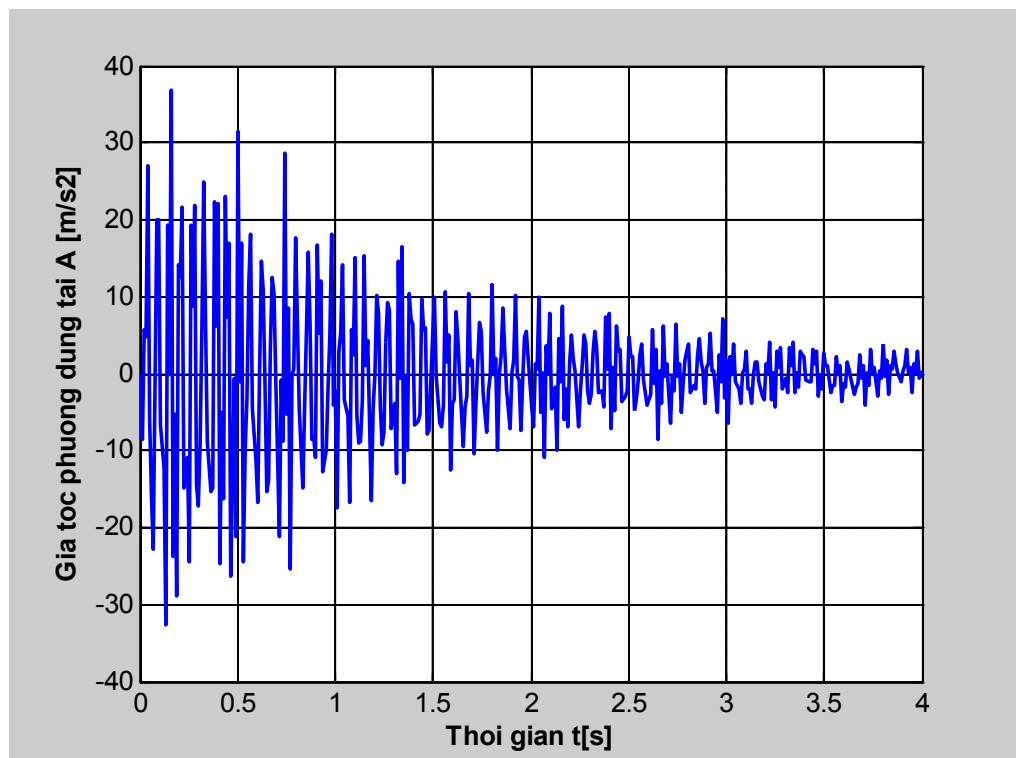
TT	Tần số riêng $f$ [Hz]	50v (có áp điện)	0v (không có áp điện)
1	$f_1$	18,81	17,32
2	$f_2$	52,96	49,66
3	$f_3$	117,07	115,27
4	$f_4$	185,80	178,92
5	$f_5$	277,02	261,33
6	$f_6$	329,33	316,27
7	$f_7$	398,70	384,96
8	$f_8$	408,79	388,48

**Bài toán động lực học:** Kết quả đáp ứng độ võng  $w$ , vận tốc  $\dot{w}$ , gia tốc  $\ddot{w}$  tại điểm A và đáp ứng ứng suất pháp, biến dạng tỷ đối theo phương  $oy$  tại điểm B như trên hình 3.3, 3.4, 3.5 và 3.6, 3.7.

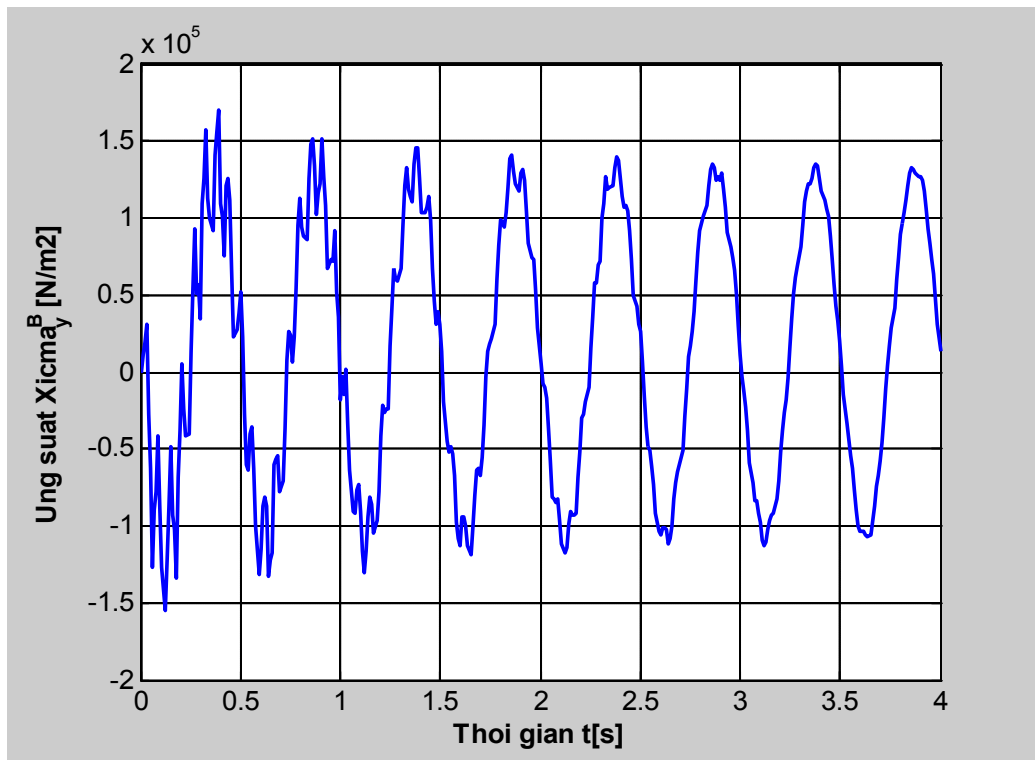
**Hình 3.3.** Đáp ứng độ võng  $w^A$  theo thời gian



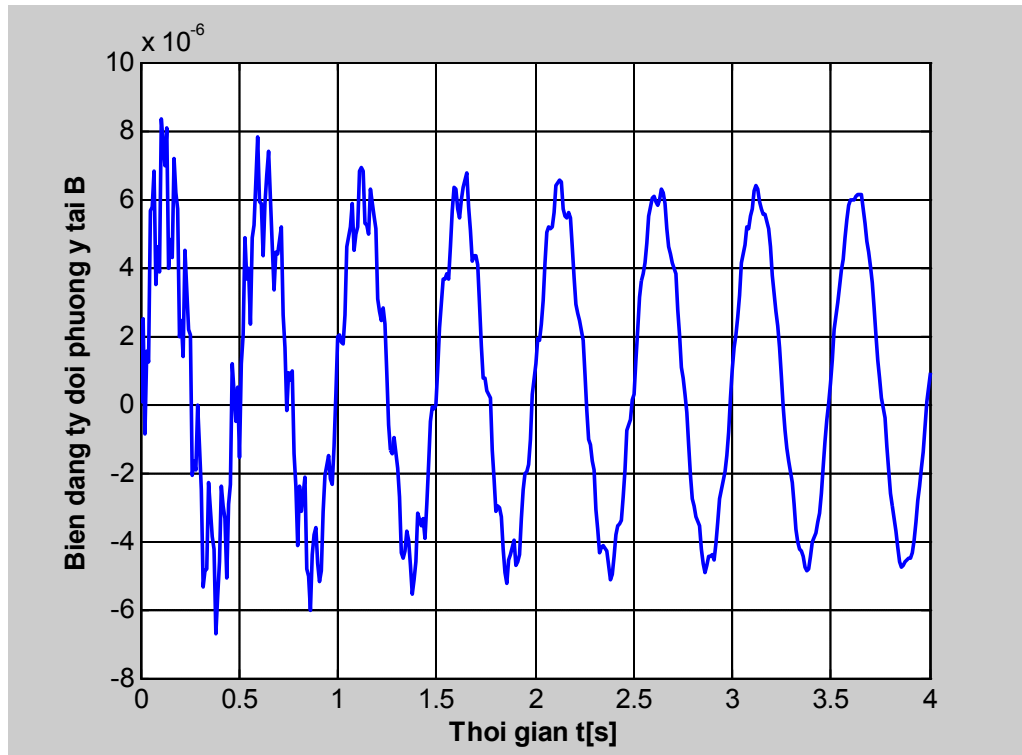
**Hình 3.4.** Đáp ứng vận tốc  $\dot{w}^A$  theo thời gian



**Hình 3.5.** Đáp ứng gia tốc  $\ddot{w}^A$  theo thời gian



Hình 3.6. Đáp ứng ứng suất  $\sigma_y^B$  theo thời gian



Hình 3.7. Đáp ứng biến dạng  $\varepsilon_y^B$  theo thời gian

**Bảng 3.2.** Giá trị lớn nhất của các đại lượng tính

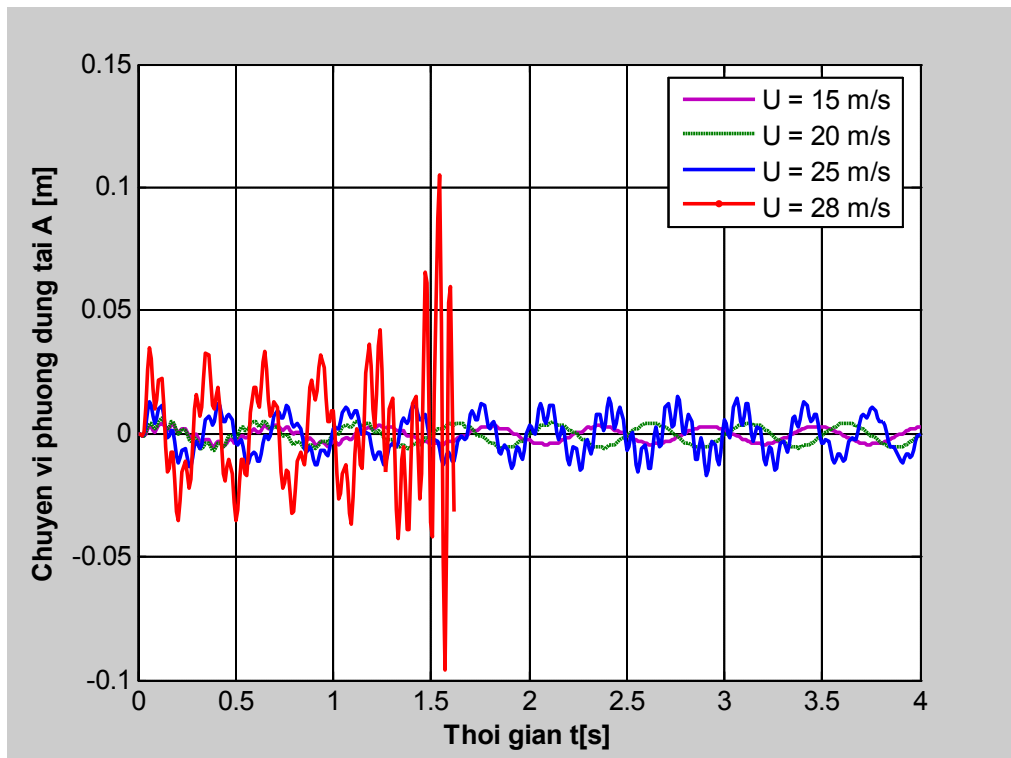
Tham số	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w^A \cdot 10^{-3}$ [m]	$\dot{w}^A \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$\ddot{w}^A$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\varepsilon_y$
Giá trị LN	6,923	31,970	36,832	16,991	$8,317 \cdot 10^{-6}$

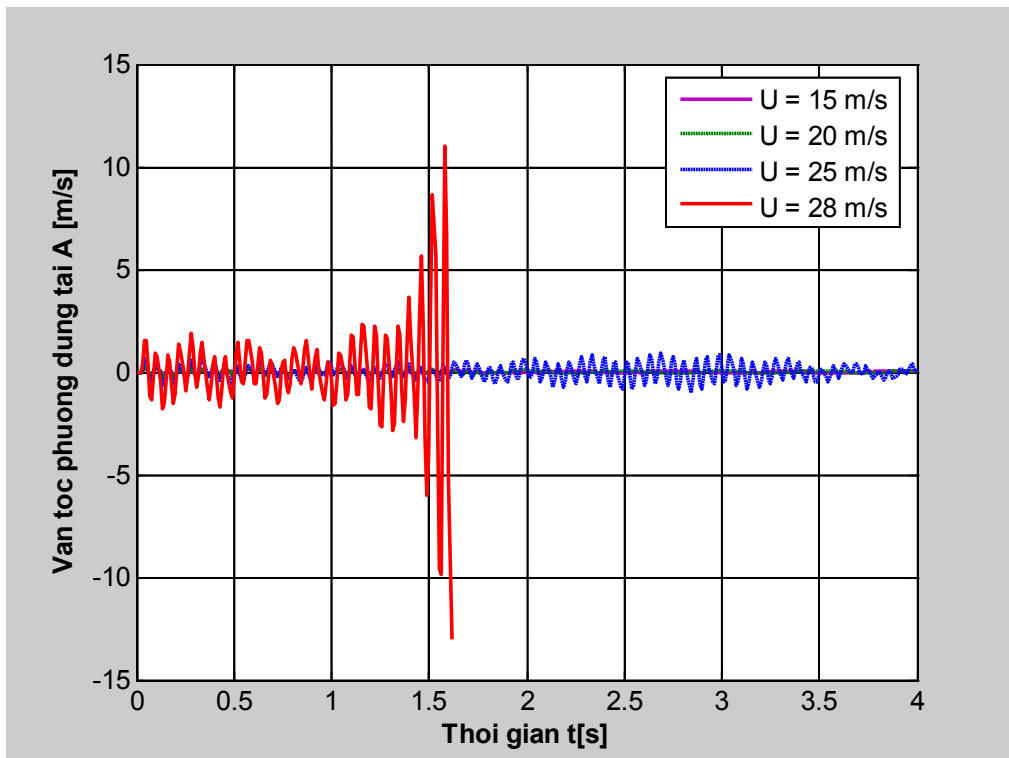
**Nhận xét:** Kết quả khảo sát cho thấy giá trị của các đáp ứng chuyển vị, vận tốc, gia tốc và ứng suất đều có xu hướng giảm dần theo thời gian. Điều này cho thấy vận tốc dòng khí sinh ra lực khí động tác động lên tấm nằm trong phạm vi cho phép nên tấm làm việc ổn định.

### 3.3. Ảnh hưởng của một số yếu tố đến dao động và ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động

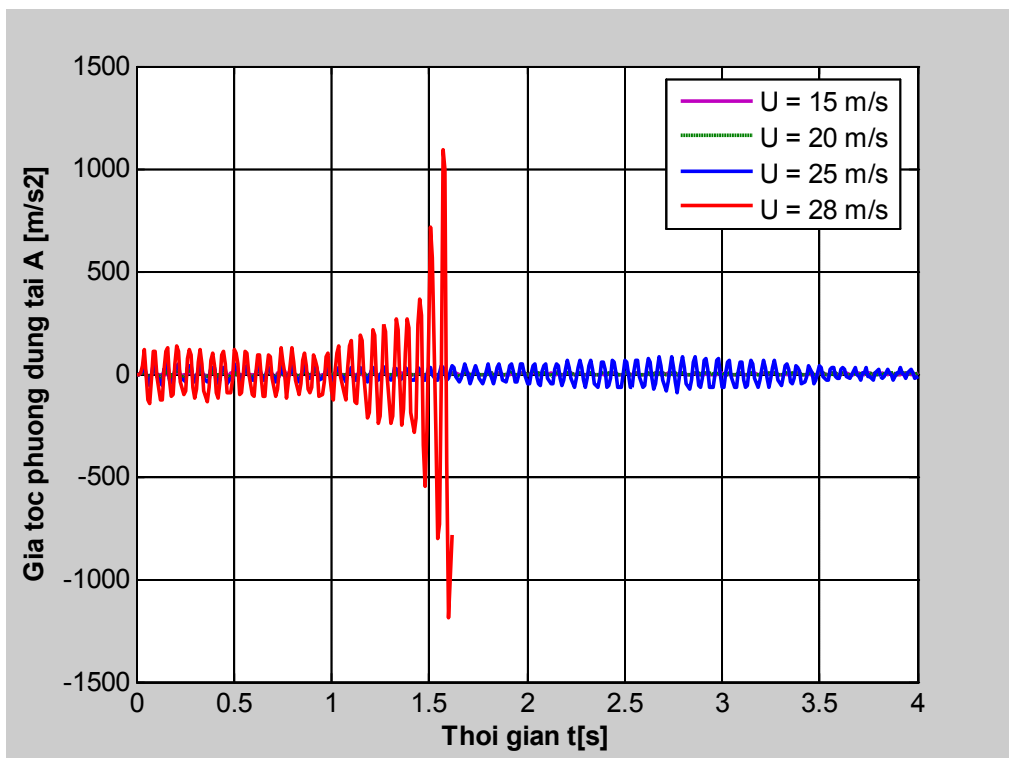
#### 3.3.1. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí

Phân tích bài toán với vận tốc dòng khí biến thiên từ 15m/s (54km/h), đến 28m/s (100,8km/h). Kết quả đáp ứng độ võng, vận tốc, gia tốc và ứng suất, biến dạng tại các điểm tính như trên hình 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 và 3.12.

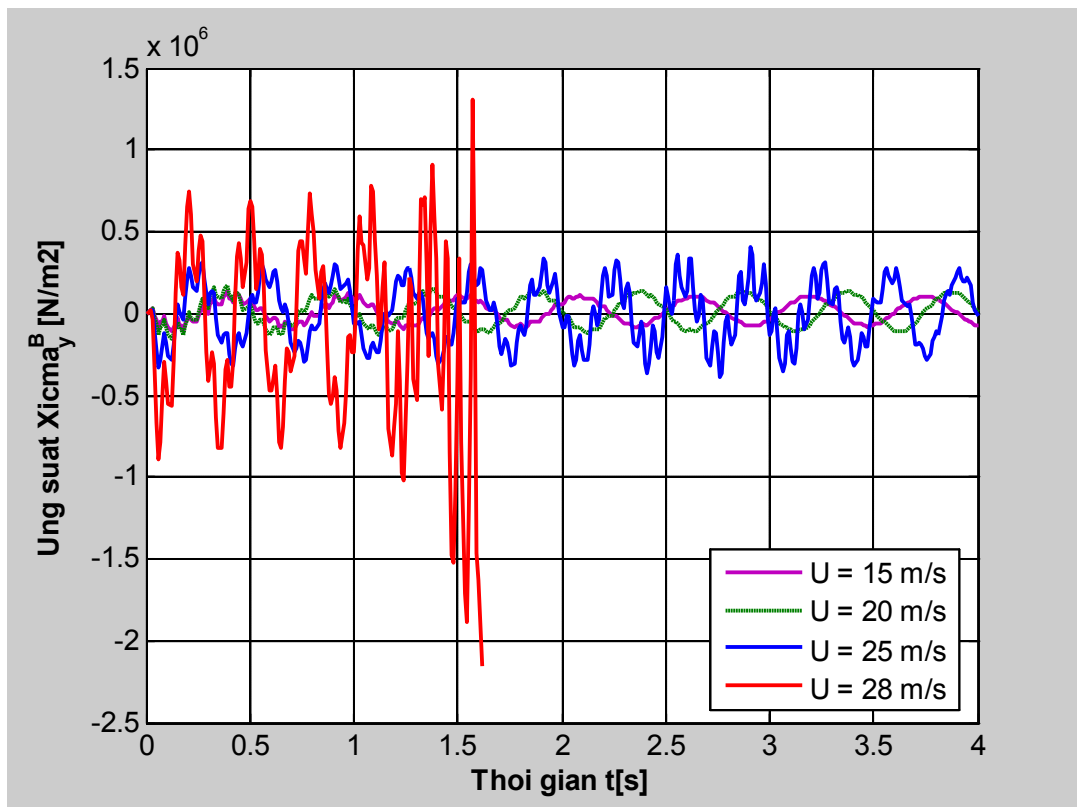
**Hình 3.8.** Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng độ võng w



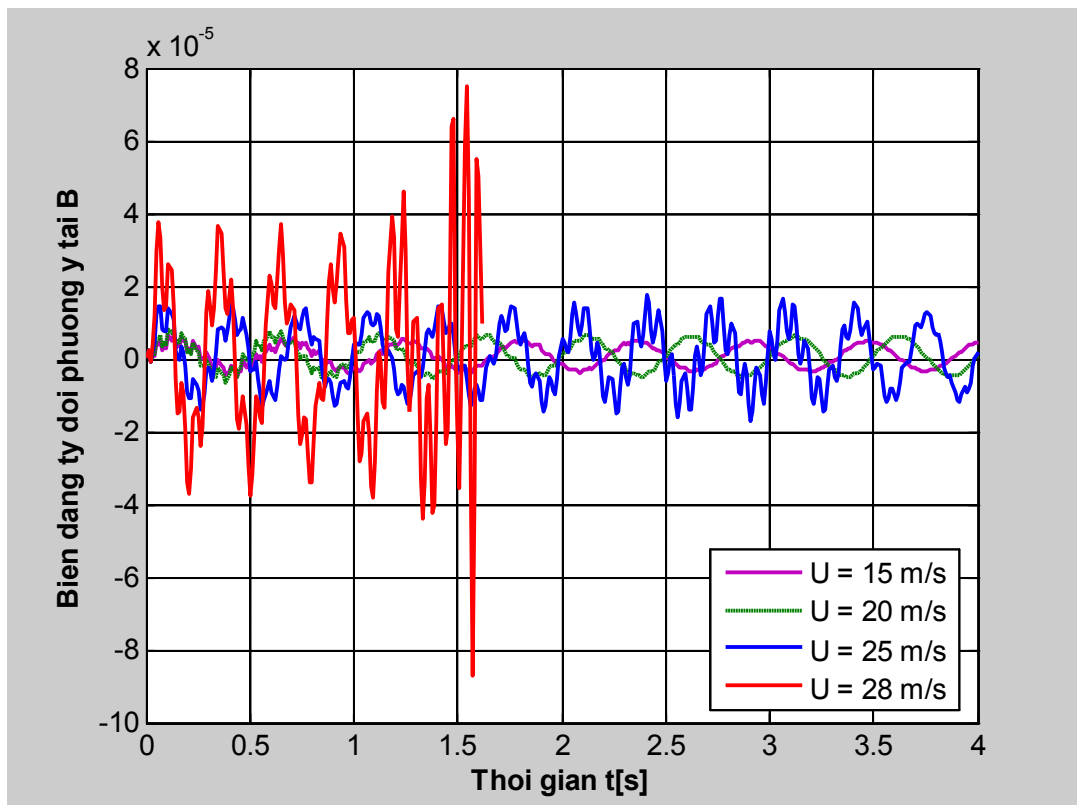
**Hình 3.9.** Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng vận tốc  $\dot{w}$



**Hình 3.10.** Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng gia tốc  $\ddot{w}$



Hình 3.11. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng ứng suất  $\sigma_y$



Hình 3.12. Ảnh hưởng của vận tốc dòng khí đến đáp ứng biến dạng  $\epsilon_y$

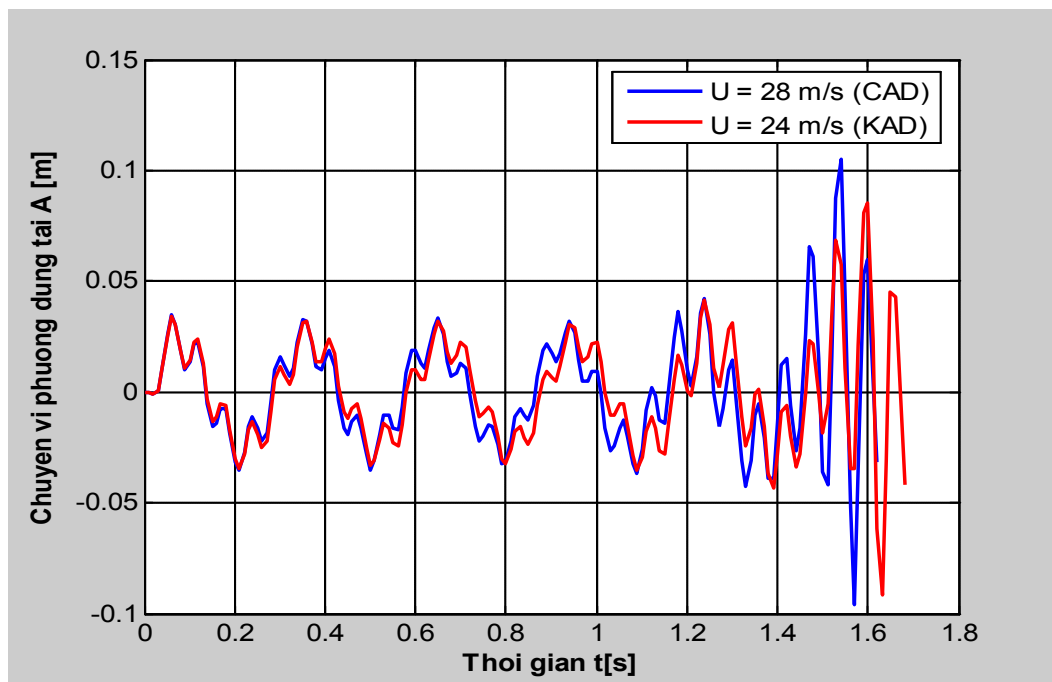
**Bảng 3.3.** Giá trị lớn nhất của các đại lượng tính khi thay đổi U

U [m/s]	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w \cdot 10^{-3}$ [m]	$\dot{w} \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$\ddot{w}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$
15	5,321	25,458	33,116	13,336	6,644
20	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317
25	16,904	96,806	90,117	40,121	17,481
28	Đáp ứng tăng dần theo thời gian				

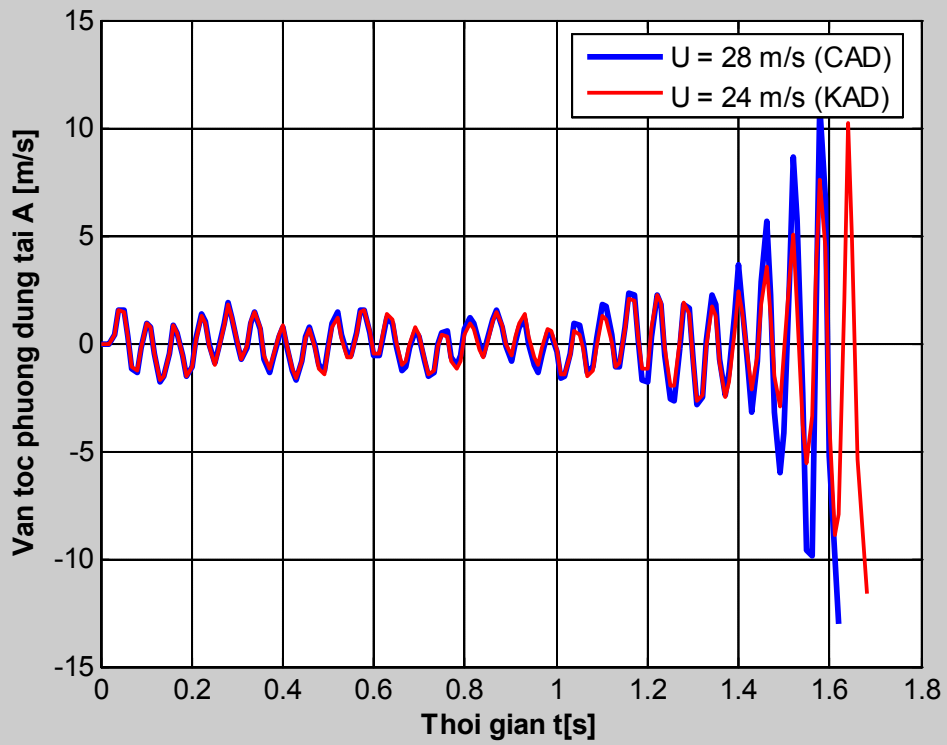
**Nhận xét:** Ảnh hưởng của vận tốc U của dòng khí tới dao động của tấm là khá lớn, cụ thể: Khi  $U = 15\text{m/s}$ , dao động của tấm có xu hướng tắt dần, chuyển vị lớn nhất  $w_{\max} = 5,321 \cdot 10^{-3}$  m. Khi  $U = 25\text{m/s}$ , dao động của tấm bình ổn (biên độ không đổi) và chuyển vị  $w = 16,904 \cdot 10^{-3}$  m. Tiếp tục tăng vận tốc U với  $\Delta U = 1\text{m/s}$ , nhận thấy khi vận  $U_{\text{th}} = 28\text{m/s}$ , độ võng của điểm tính tăng theo thời gian, có thể xem tấm bị mất ổn định.

### 3.3.2. Ảnh hưởng của lớp áp điện

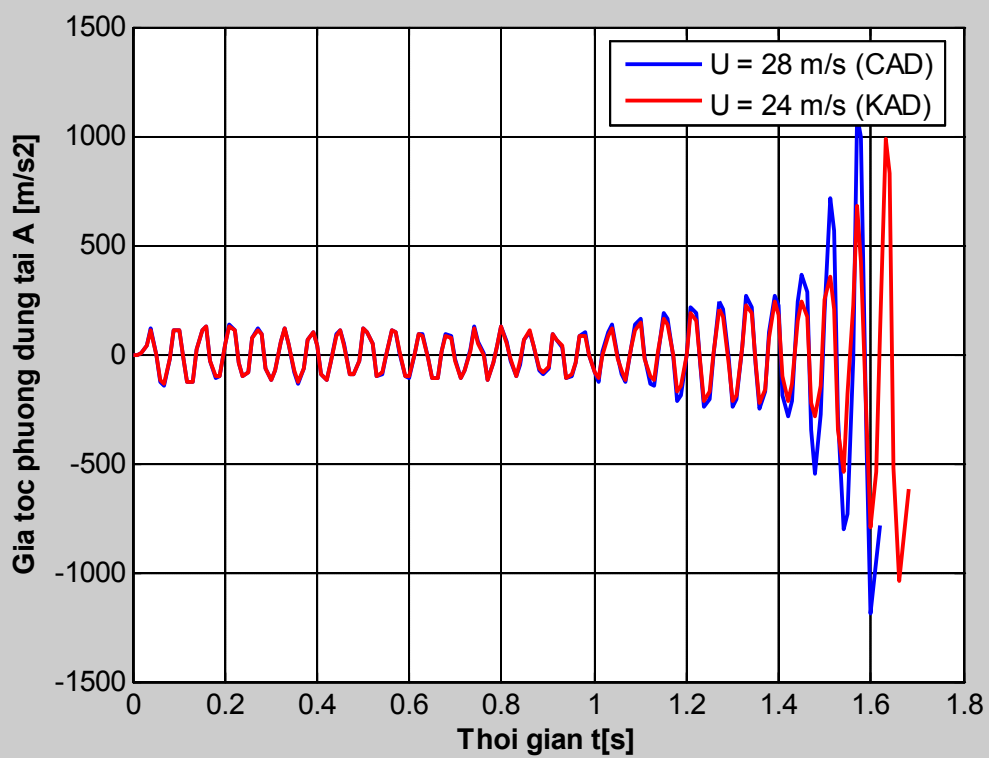
Khảo sát tấm composite có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động khi có lớp áp điện và không có lớp áp điện. Kết quả đáp ứng độ võng, vận tốc, gia tốc và ứng suất, biến dạng tại các điểm tính như trên hình 3.13, 3.14, 3.15, 3.16 và 3.17.

**Hình 3.13.** Đáp ứng độ võng w khi mất ổn định

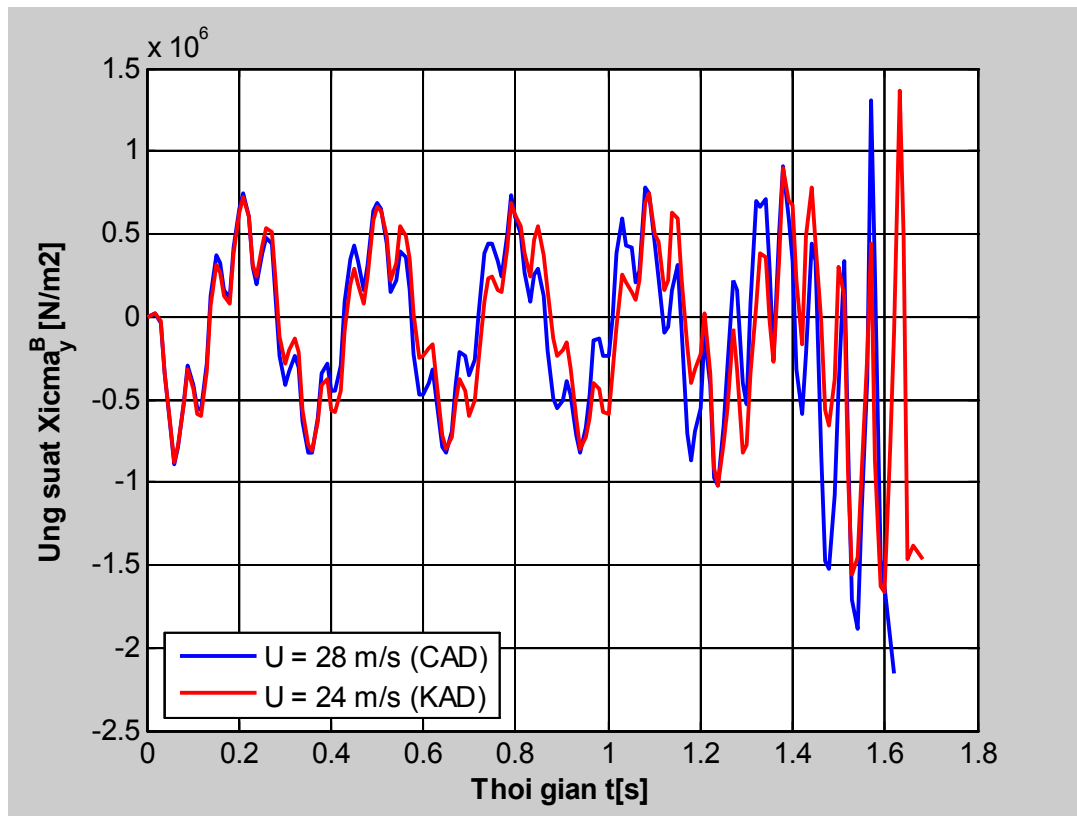




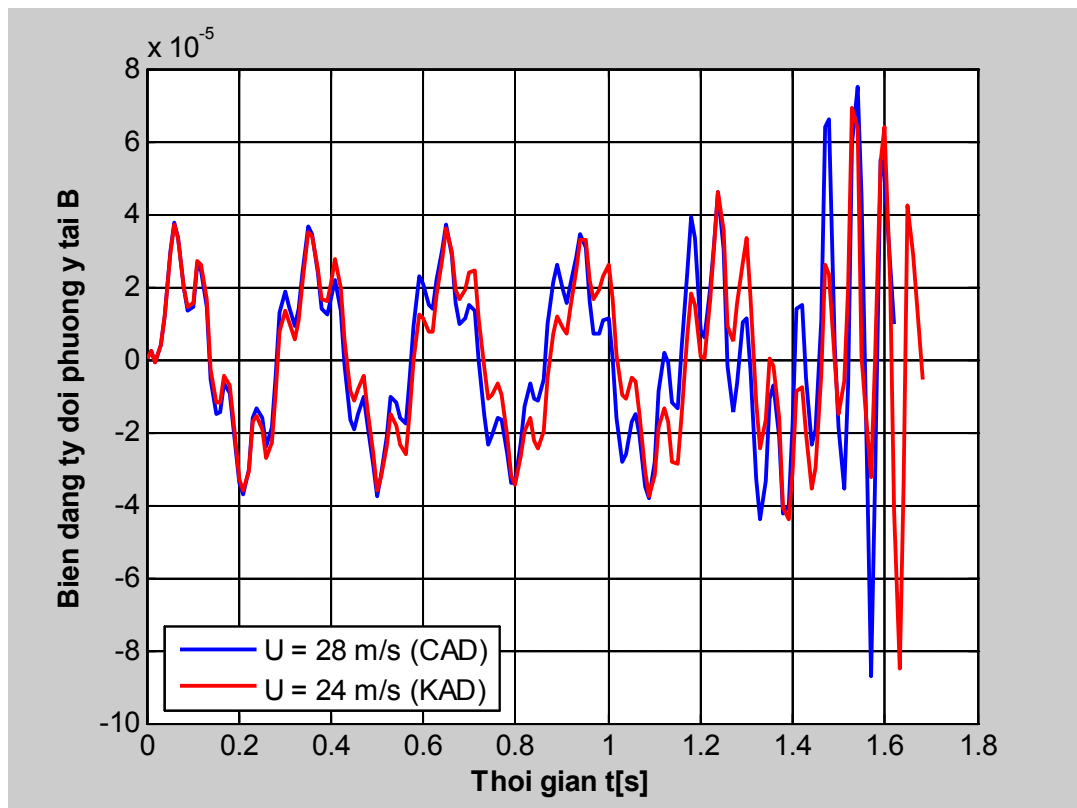
**Hình 3.14.** Đáp ứng vận tốc  $\dot{w}$  khi mất ổn định



**Hình 3.15.** Đáp ứng gia tốc  $\ddot{w}$  khi mất ổn định



Hình 3.16. Đáp ứng ứng suất  $\sigma_y$  khi mất ổn định

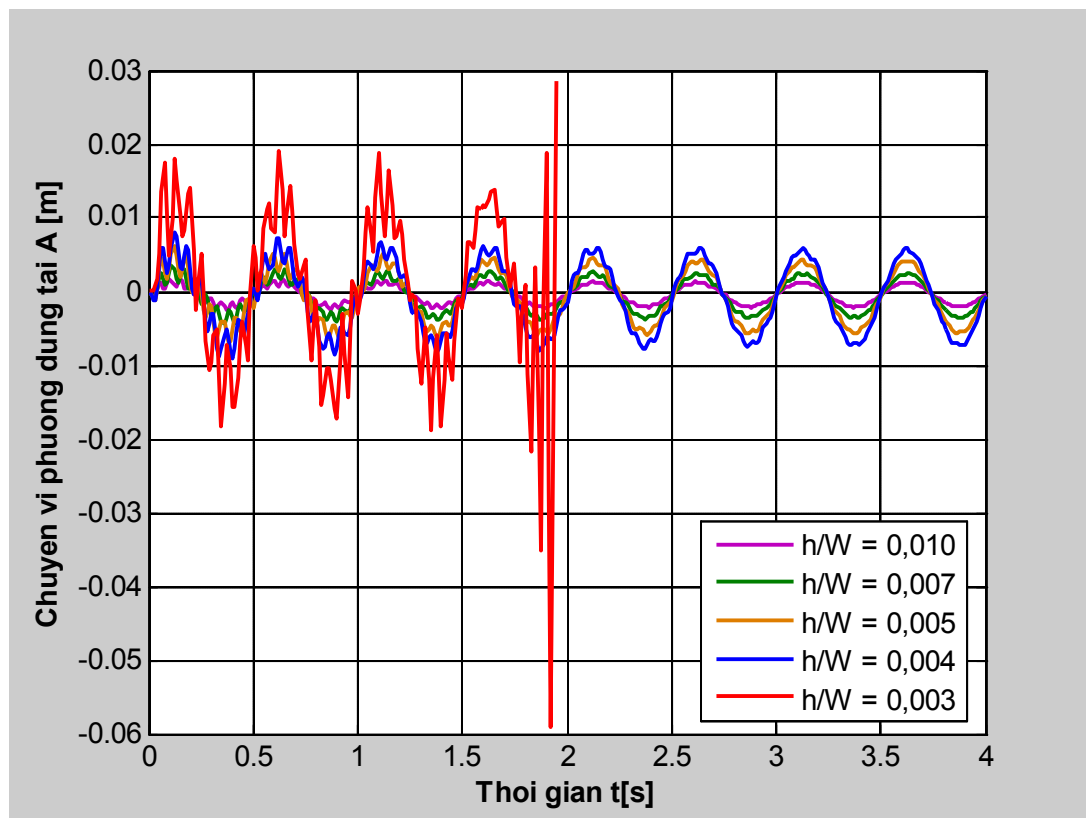


Hình 3.17. Đáp ứng biến dạng  $\epsilon_y$  khi mất ổn định

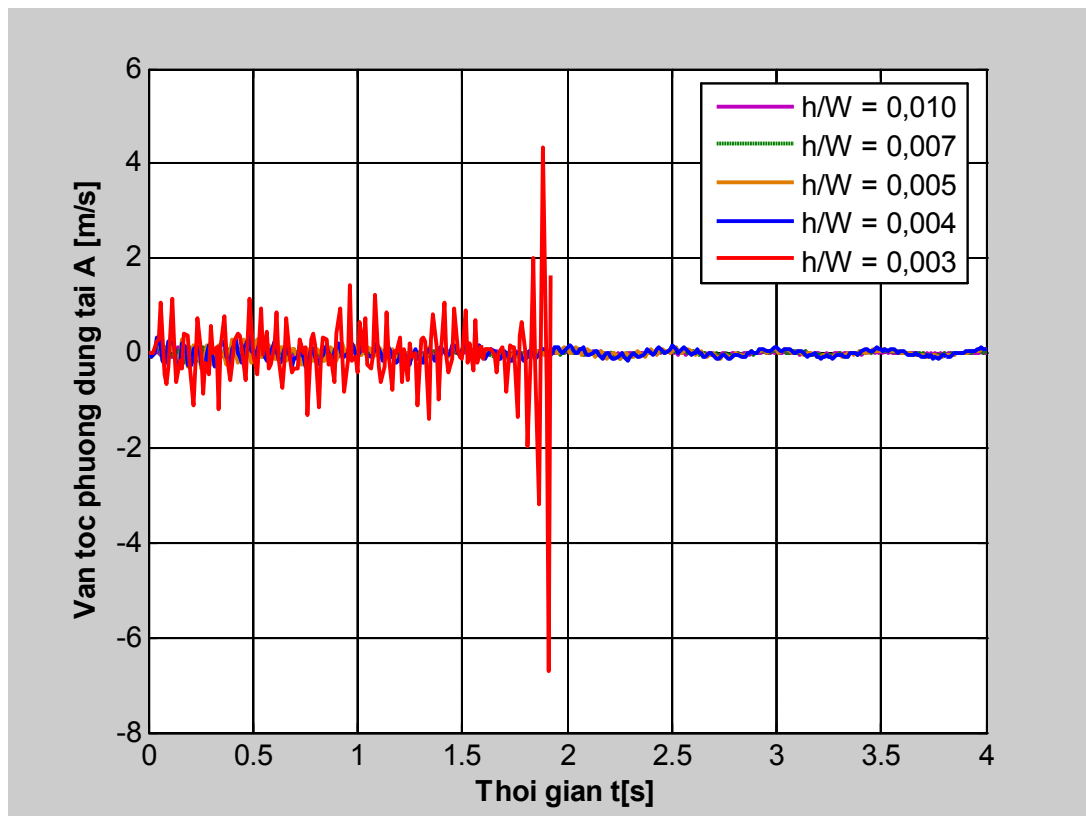
**Nhận xét:** Từ kết quả khảo sát cho thấy, với trường hợp có lớp áp điện (CAD) thì tấm composite có gân gia cường được ổn định đến vận tốc dòng khí là 28 m/s, trong khi đó nếu tấm composite có gân gia cường không có lớp áp điện (KAD) thì tấm ổn định đến vận tốc dòng khí là 24 m/s sau đó là tấm mất ổn định. Qua đó cho thấy, lớp áp điện có tác dụng làm giảm dao động của tấm composite có gân gia cường dưới tác dụng của vận tốc dòng khí.

### 3.3.3. Ảnh hưởng của tỷ số giữa chiều dày và bề rộng của tấm ( $h/W$ )

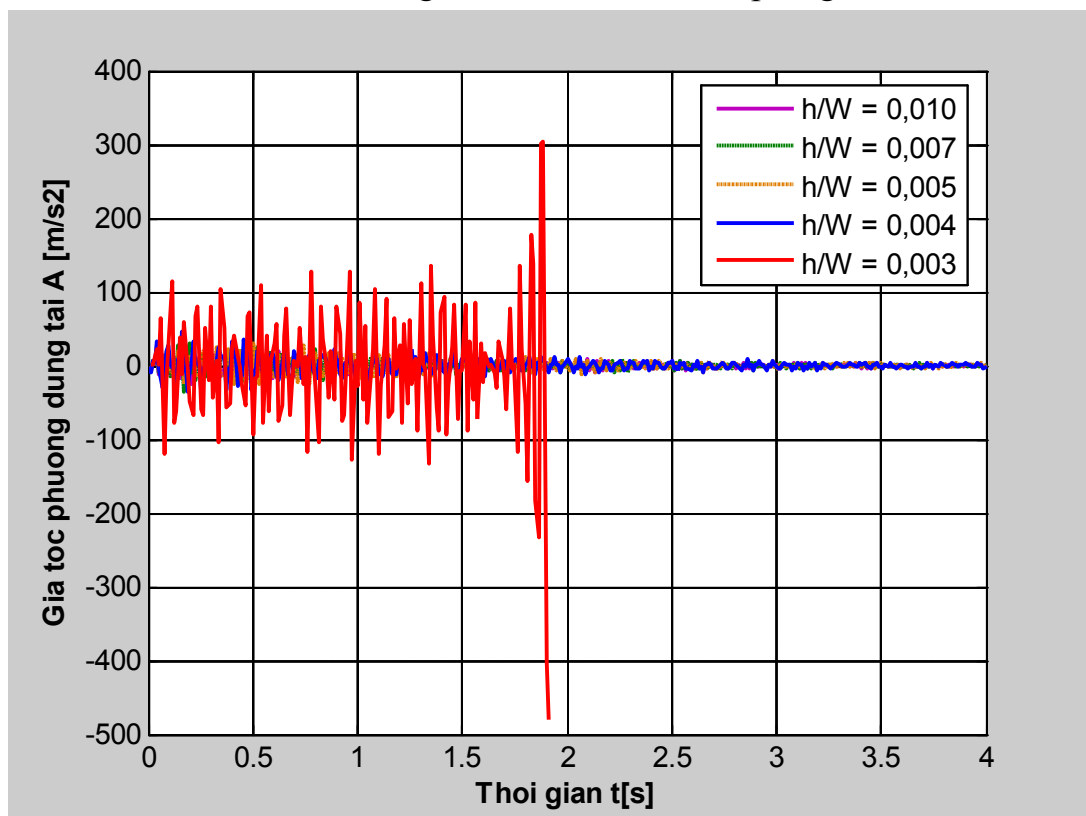
Giải bài toán với tỷ số  $h/W$  thay đổi từ 0,003 đến 0,010 (thay đổi chiều dày tấm). Kết quả đáp ứng động của tấm với các tỷ số  $h/W$  khác nhau được thể hiện như trên hình 3.18, 3.19, 3.20, 3.21 và 3.22.



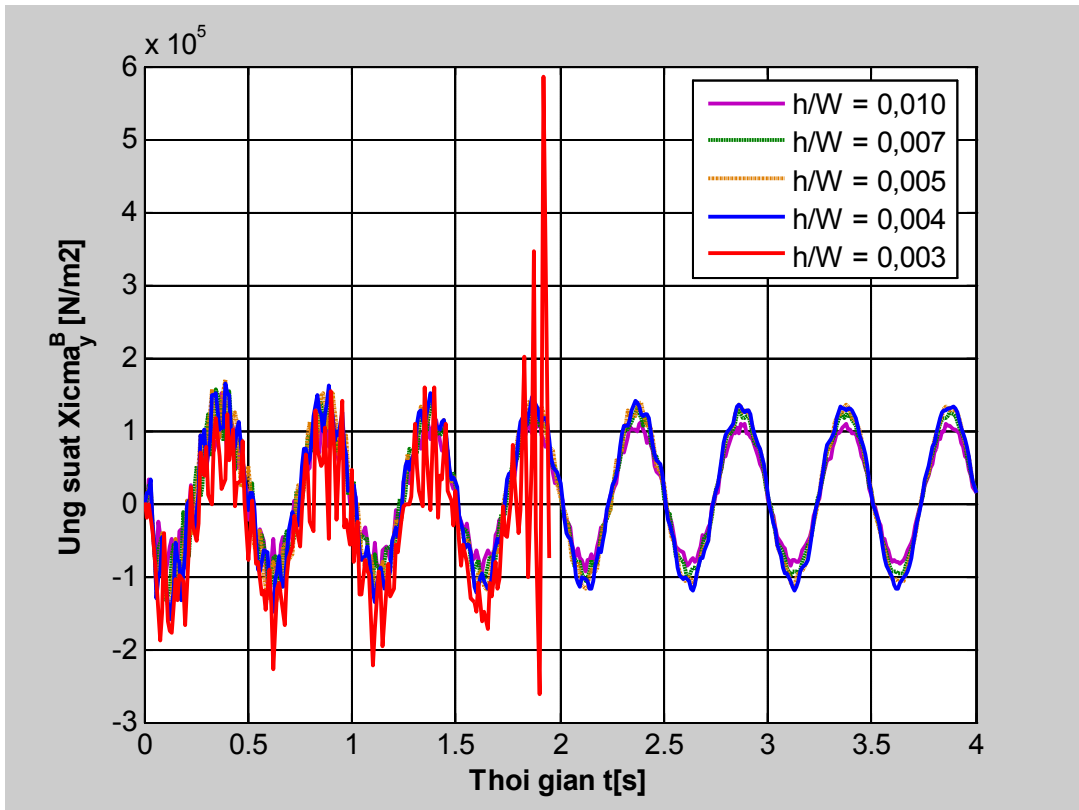
**Hình 3.18.** Ảnh hưởng của tỉ số  $h/W$  đến đáp ứng độ võng  $w$



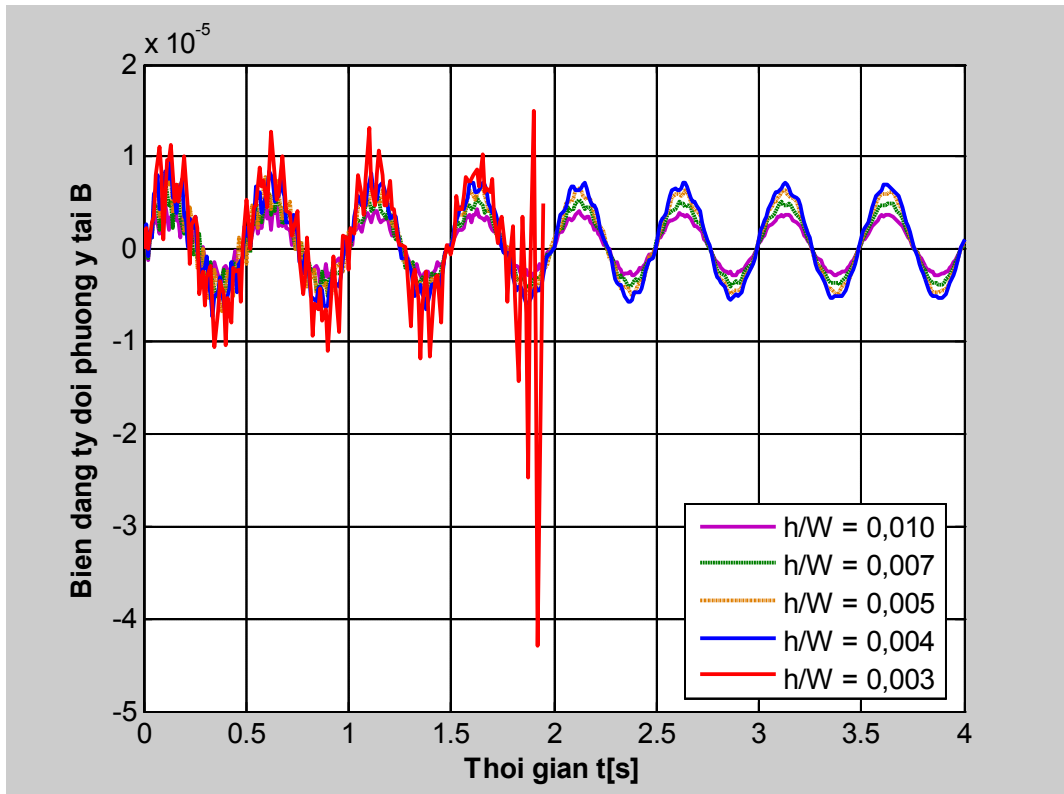
**Hình 3.19.** Ảnh hưởng của tỉ số  $h/W$  đến đáp ứng vận tốc  $\dot{w}$



**Hình 3.20.** Ảnh hưởng của tỉ số  $h/W$  đến đáp ứng gia tốc  $\ddot{w}$



Hình 3.21. Ảnh hưởng của tỉ số  $h/W$  đến đáp ứng ứng suất  $\sigma_y$



Hình 3.22. Ảnh hưởng của tỉ số  $h/W$  đến đáp ứng biến dạng  $\epsilon_y$

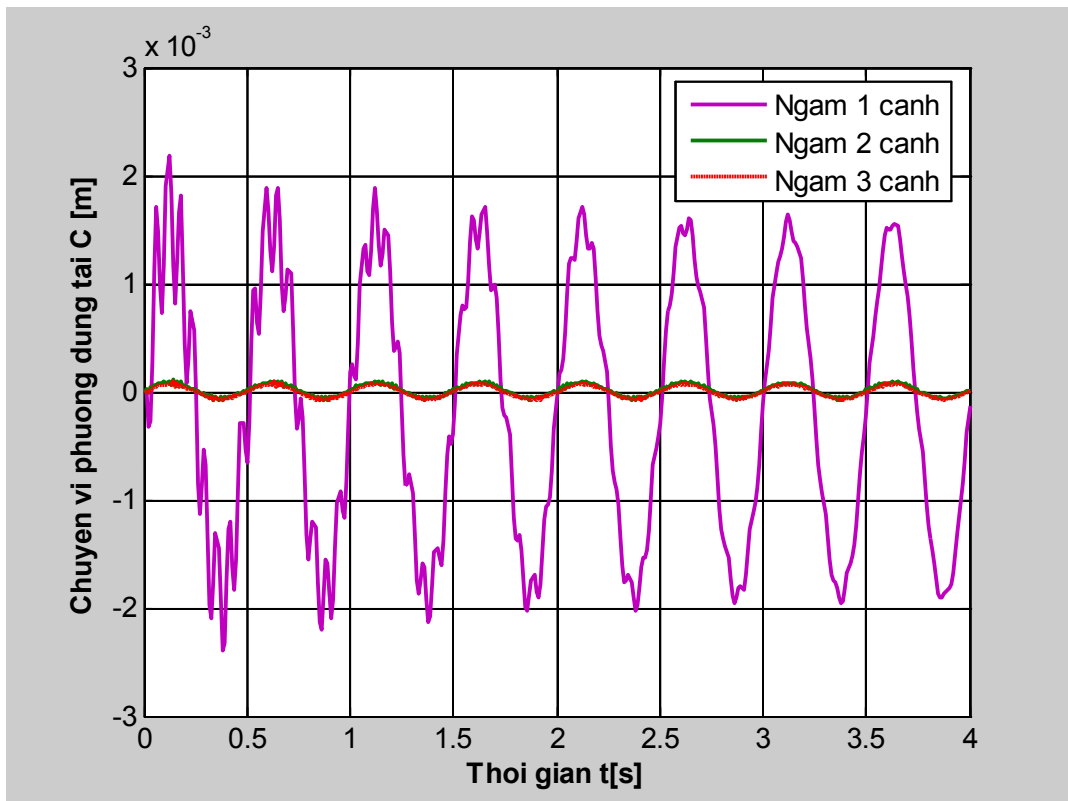
**Bảng 3.4.** Giá trị lớn nhất của các tham số khảo sát theo tỉ số h/W

Tỉ số h/W	0,010	0,007	0,005	0,004	0,003
$w_{\max} \cdot 10^{-3}$ [m]	2,463	4,332	6,923	9,025	Tăng theo thời gian
$\dot{w}_{\max} \cdot 10^{-2}$ [m/s]	18,598	21,992	31,970	37,847	
$\ddot{w}_{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	27,913	36,126	36,832	44,939	
$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	15,030	15,731	16,991	16,386	
$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$	5,647	7,466	8,317	9,780	

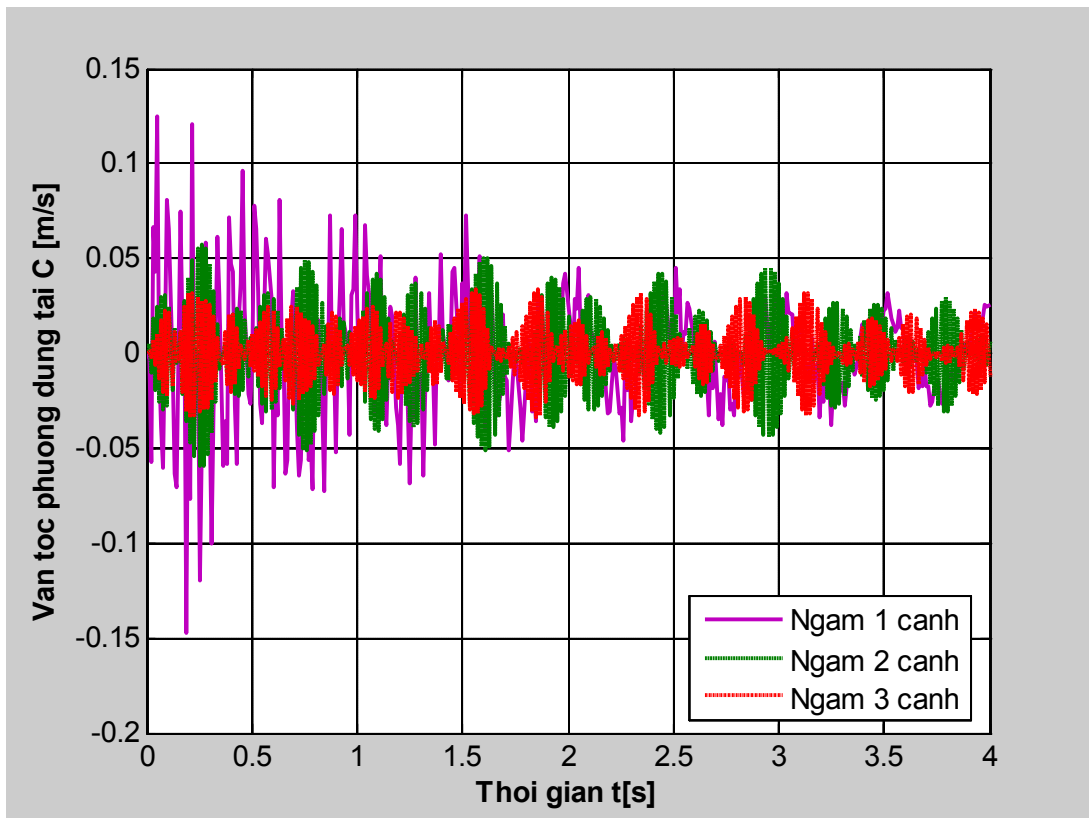
**Nhận xét:** Tỷ số giữa chiều dày và bề rộng (h/W) của tấm khá nhạy cảm với đáp ứng động của tấm: Khi tỷ số h/W thay đổi từ 0,007 đến 0,004 thì giá trị chuyển vị lớn nhất tăng lên 2,08 lần, giá trị ứng suất tăng nhưng không đáng kể (4,2%). Với giá trị h/W = 0,003, chuyển vị tăng theo thời gian và có xu hướng không dừng, điều này dẫn đến khả năng tấm bị mất ổn định. Đây cũng là một trong các giải pháp về kết cấu cho phép điều khiển được dao động và ổn định của tấm chịu tác dụng của lực khí động.

### 3.3.4. Ảnh hưởng của điều kiện liên kết

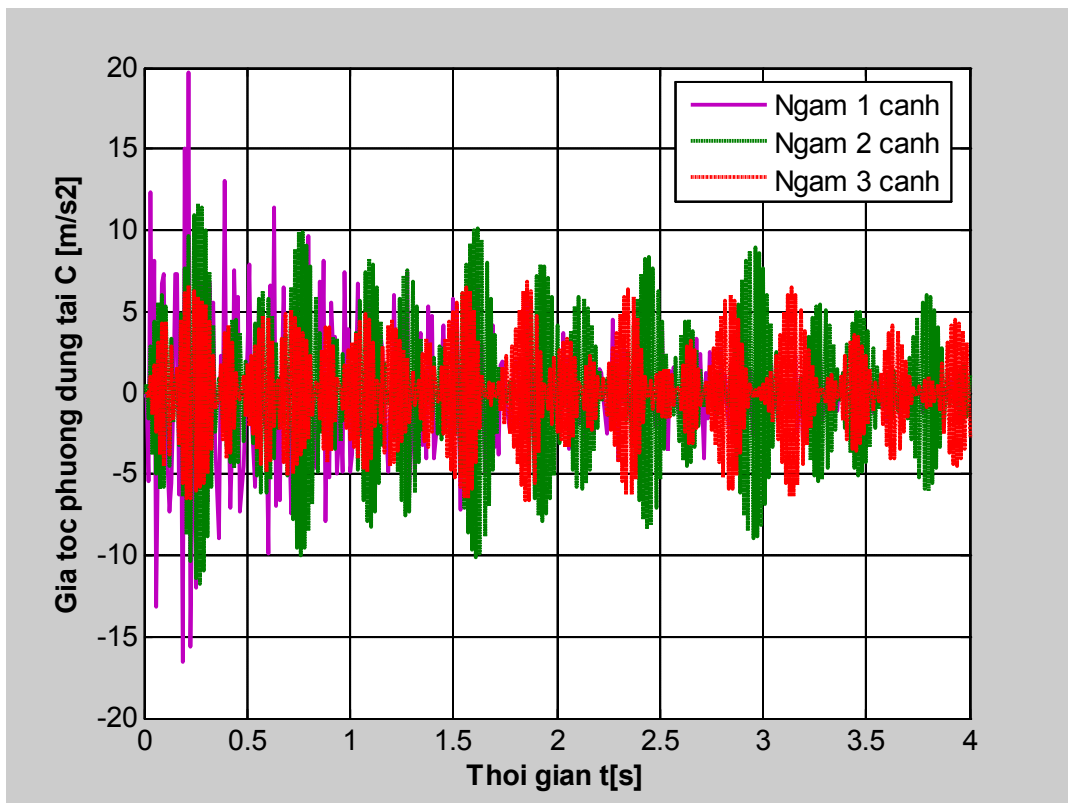
Để xem xét quy luật cơ học về đáp ứng động lực học của tấm để từ đó cho phép đánh giá sự phù hợp của thuật toán và độ tin cậy của chương trình tính, trong phần này tác giả giải bài toán với 3 trường hợp liên kết: Ngàm 1 cạnh ngắn, ngàm 2 cạnh ngắn và ngàm 3 cạnh (1 cạnh ngắn tự do). Điểm xuất kết quả so sánh là điểm C ở chính giữa mặt trên tấm và điểm B ở chính giữa cạnh bị ngàm ở trường hợp ngàm 1 cạnh ngắn. Kết quả đáp ứng động của tấm thể hiện như trên hình 3.23, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27.



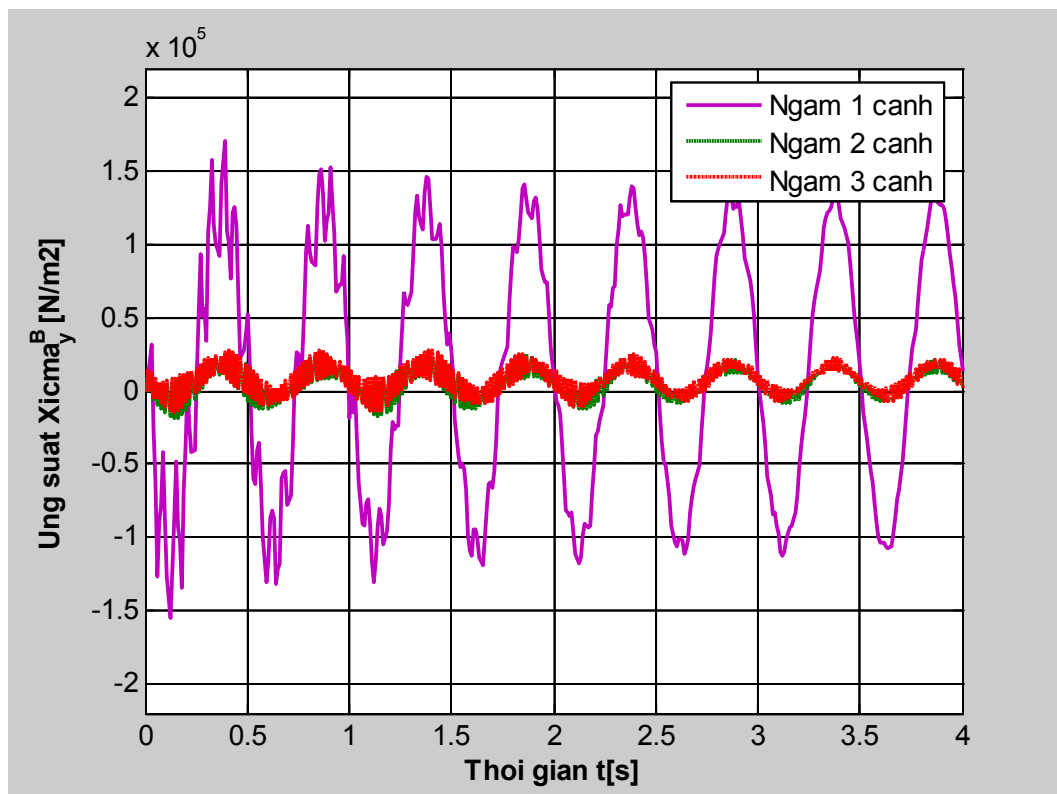
**Hình 3.23.** Ảnh hưởng của điều kiện biên đến đáp ứng độ võng của tấm



**Hình 3.24.** Ảnh hưởng của điều kiện biên đến vận tốc chuyển vị của tấm

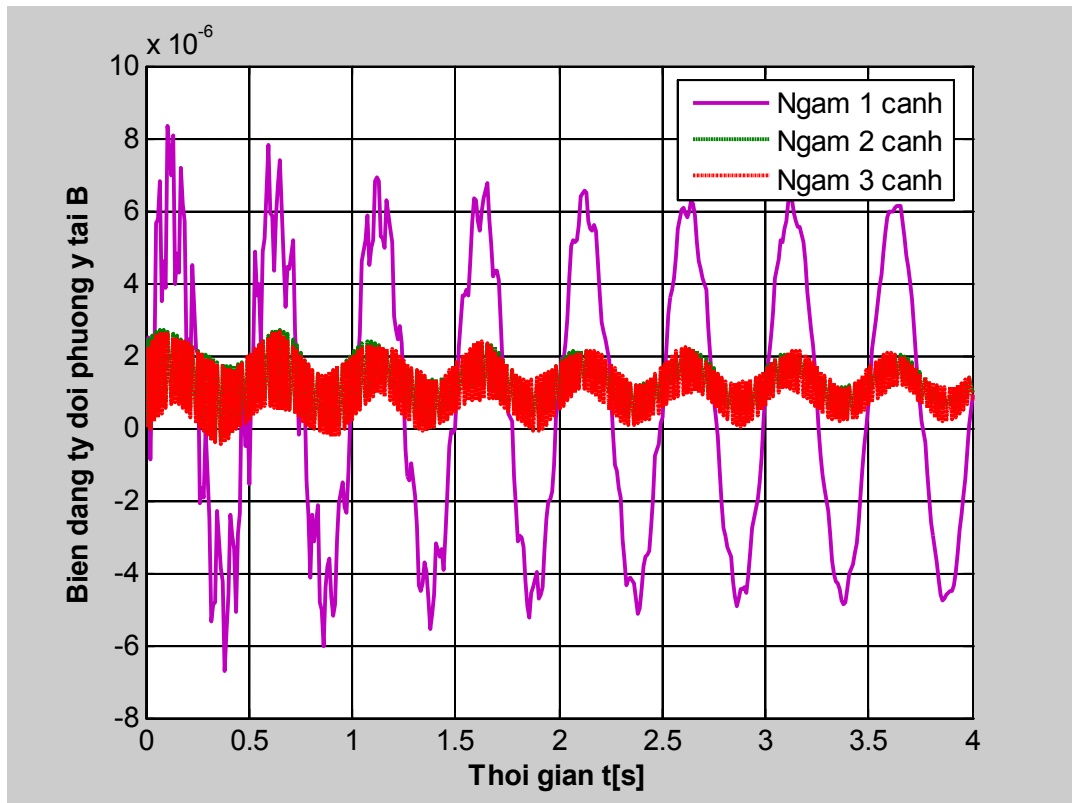


**Hình 3.25.** Ảnh hưởng của điều kiện biên đến gia tốc chuyển vị của tấm



**Hình 3.26.** Ảnh hưởng của điều kiện biên đến ứng suất  $\sigma_y^B$





**Hình 3.27.** Ảnh hưởng của điều kiện biên đến biến dạng tỷ đối  $\varepsilon_y^B$

**Bảng 3.5.** Giá trị lớn nhất của các tham số khảo sát theo điều kiện biên

Điều kiện biên	Ngàm 1 cạnh	Ngàm 2 cạnh	Ngàm 3 cạnh
$w_{\max}^C \cdot 10^{-3}$ [m]	2,386	0,106	<b>0,089</b>
$\dot{w}_{\max}^C \cdot 10^{-2}$ [m/s]	14,693	5,915	3,413
$\ddot{w}_{\max}^C$ [m/s <sup>2</sup> ]	19,739	11,700	6,796
$\sigma_y^B \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	16,992	<b>2,615</b>	2,830
$\varepsilon_y^B \cdot 10^{-6}$	8,318	2,725	2,665

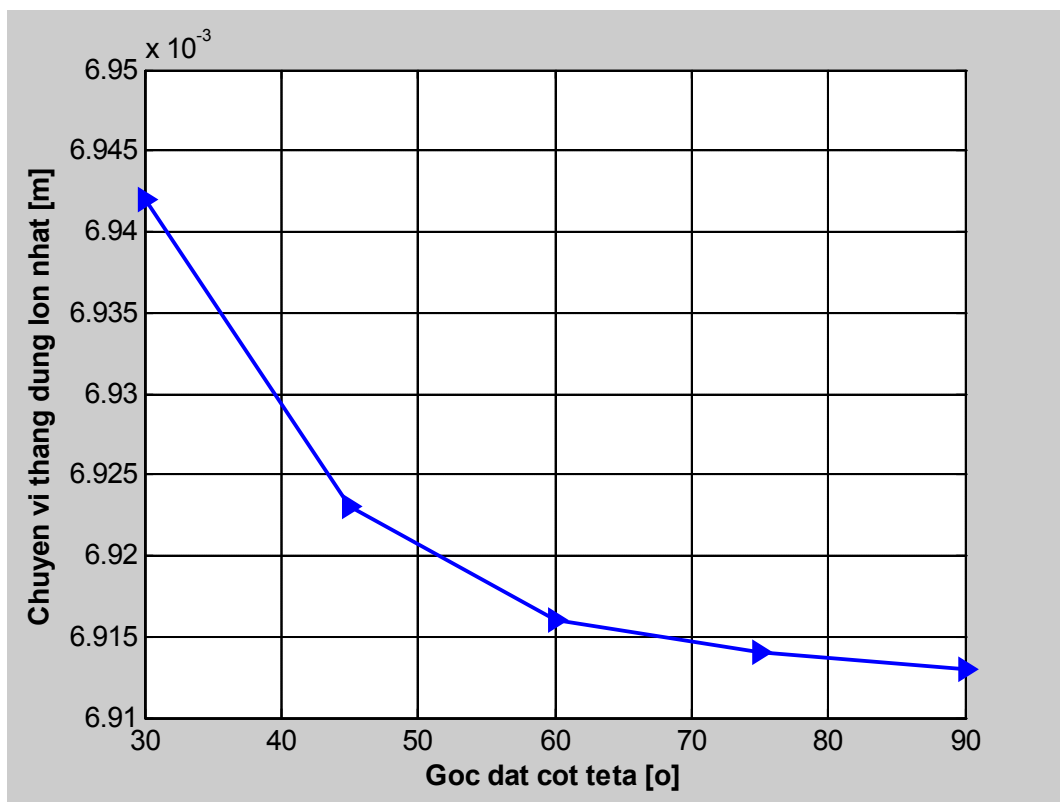
**Nhận xét:** Khi điều kiện liên kết thay đổi, đáp ứng động lực học của tấm cũng thay đổi: Với 3 trường hợp liên kết khảo sát, trường hợp ngàm 2 cạnh đối xứng cho thấy ứng suất trên cạnh bị ngàm là nhỏ nhất, trong khi đó chuyển vị tại điểm giữa tấm của trường hợp ngàm 3 cạnh là nhỏ nhất. Đây cũng hoàn toàn phù hợp với quy luật cơ học, điều này một lần nữa cho thấy thuật toán và chương trình tính đã thiết lập ở chương 2 có cơ sở tin cậy.

### 3.3.5. Ảnh hưởng của góc đặt cốt của tấm

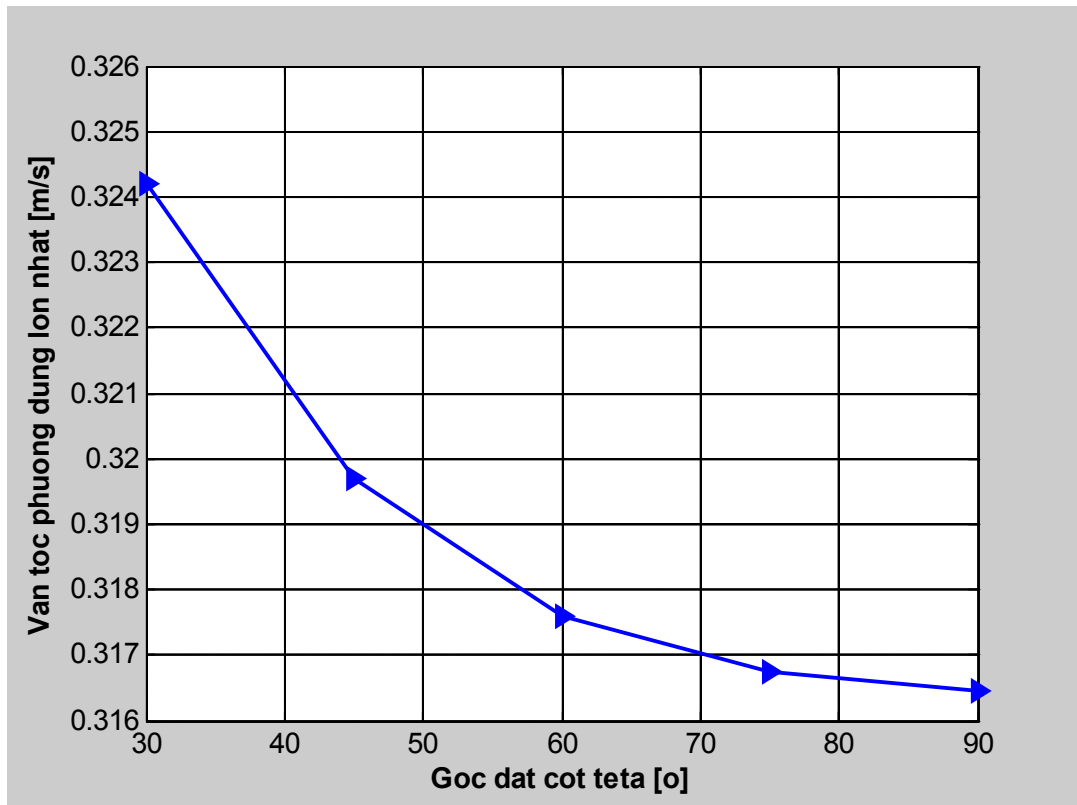
Khảo sát bài toán với quy luật góc đặt cốt của tấm  $[p/-\theta^0/\theta^0/\theta^0/-\theta^0/p]$ , với góc cốt  $\theta$  biến thiên từ  $0^0$  đến  $90^0$ . Kết quả biến thiên của giá trị lớn nhất về chuyển vị tại điểm A và ứng suất tại điểm B thể hiện như trong bảng 3.6 và đồ thị hình 3.28 đến 3.32.

**Bảng 3.6.** Biến thiên giá trị lớn nhất của các đại lượng đến góc cốt của tấm

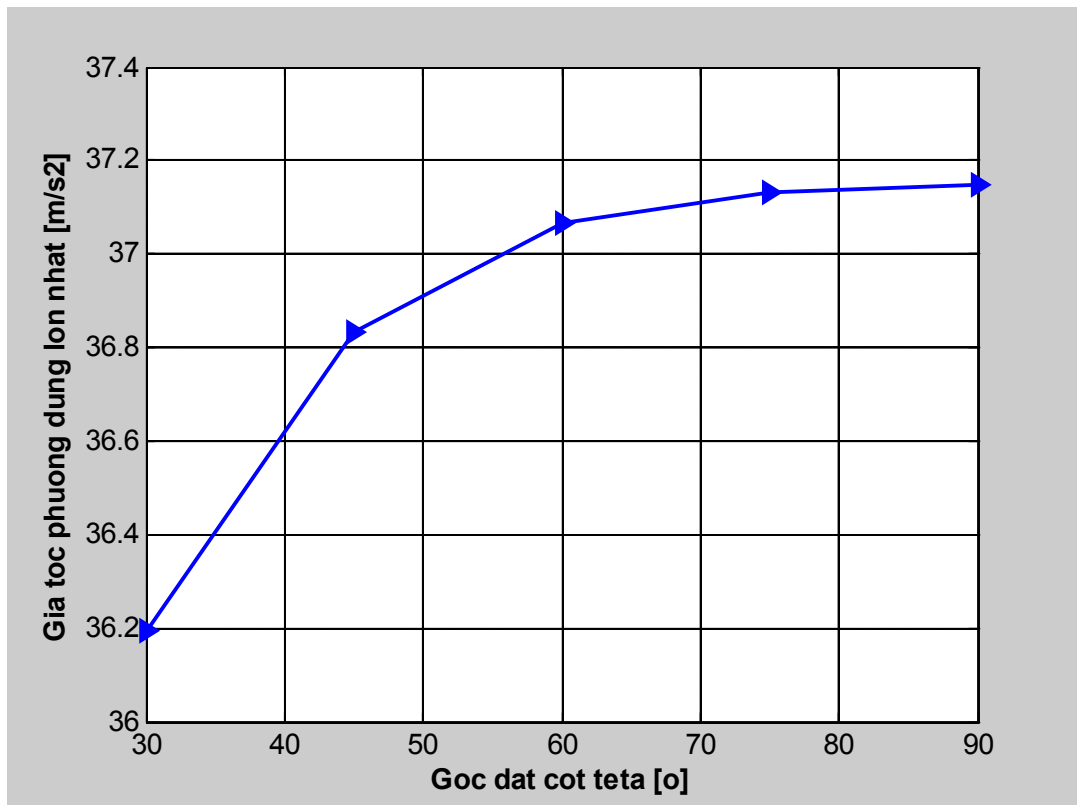
$\theta$ [ $^0$ ]	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w \cdot 10^{-3}$ [m]	$\dot{w} \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$\ddot{w}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$
30	6,942	32,419	36,194	7,506	18,948
45	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317
60	6,916	31,759	37,065	19,659	4,596
75	6,914	31,674	37,130	20,456	2,538
90	6,913	31,646	37,150	21,118	0,308



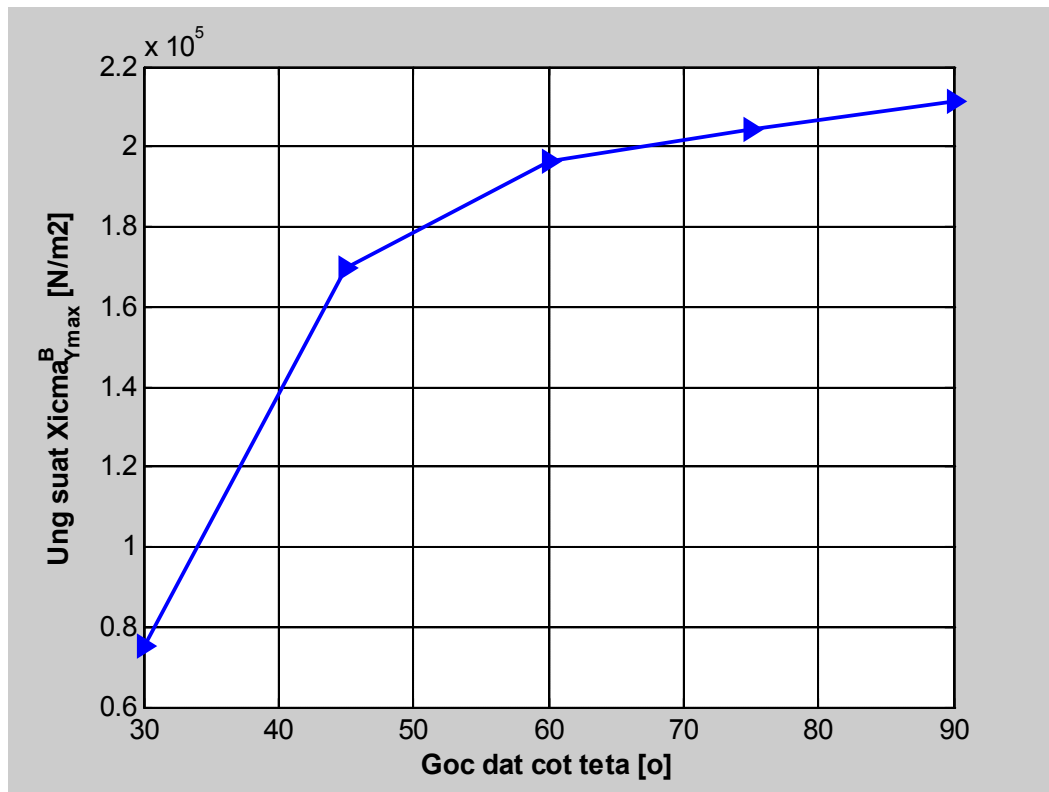
**Hình 3.28.** Ảnh hưởng của góc đặt cốt đến đáp ứng độ võng lớn nhất của tấm



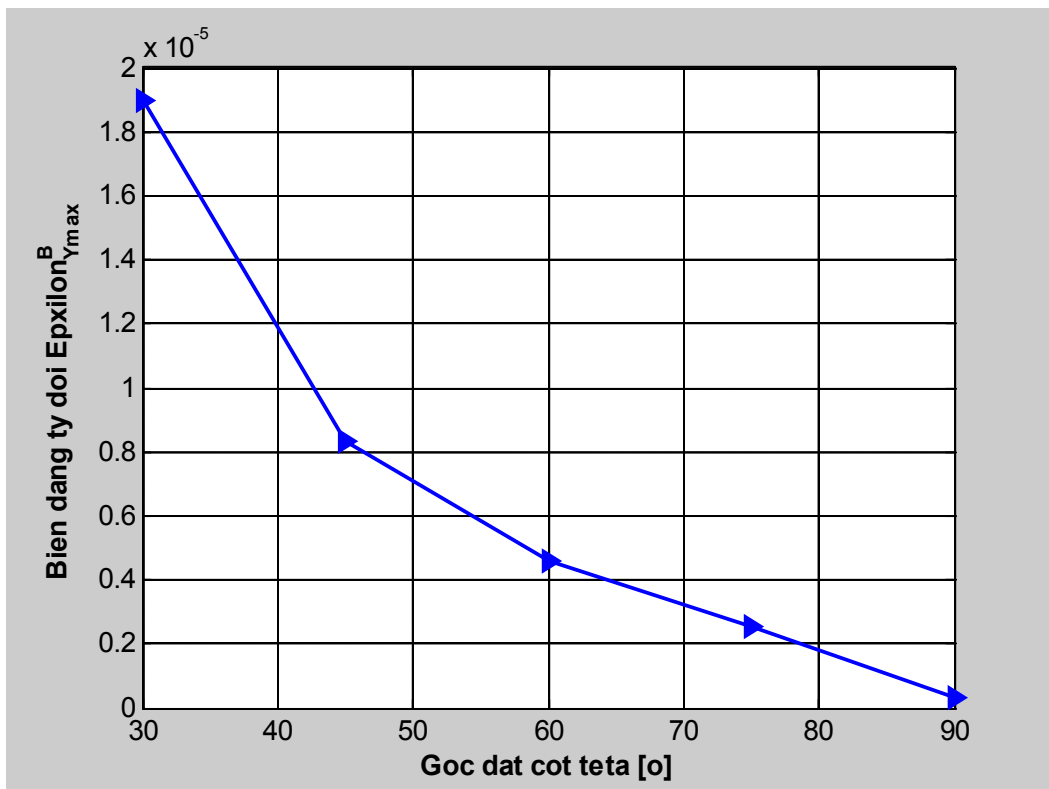
Hình 3.29. Ảnh hưởng của góc đặt cột đến vận tốc chuyển vị của tấm



Hình 3.30. Ảnh hưởng của góc đặt cột đến gia tốc chuyển vị của tấm



Hình 3.31. Ảnh hưởng của góc đặt cột đến ứng suất  $\sigma_{y_{max}}^B$

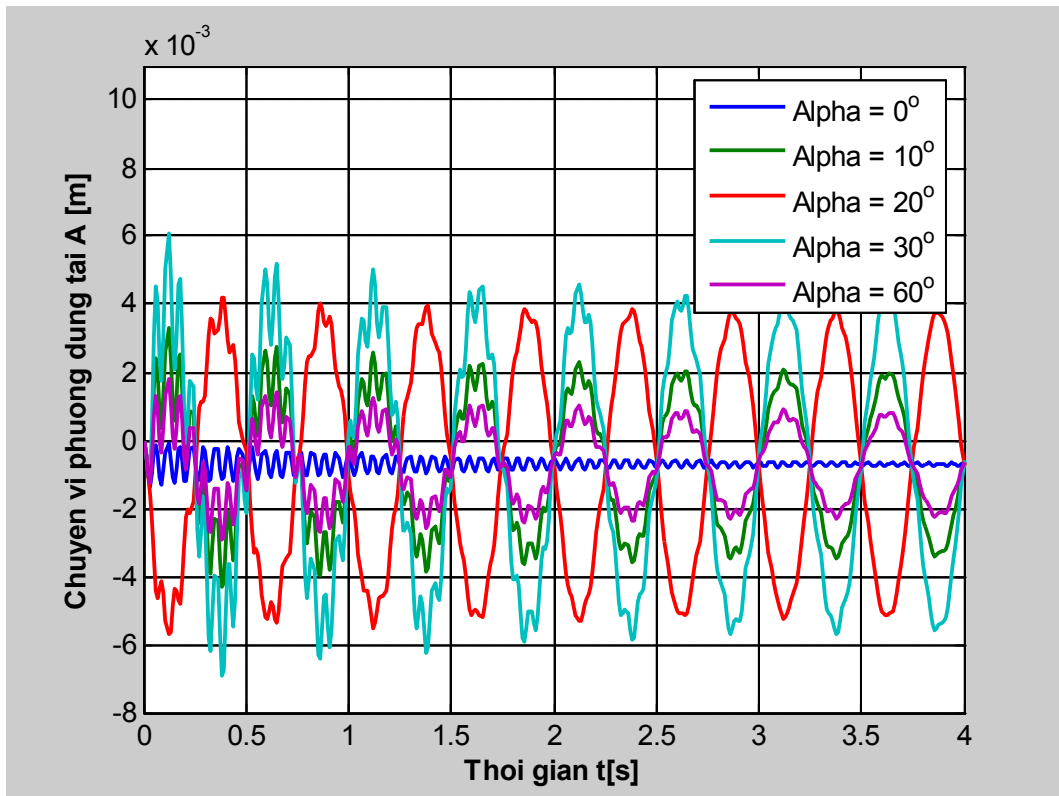


Hình 3.32. Ảnh hưởng của góc đặt cột đến biến dạng tỉ đối  $\epsilon_{y_{max}}^B$

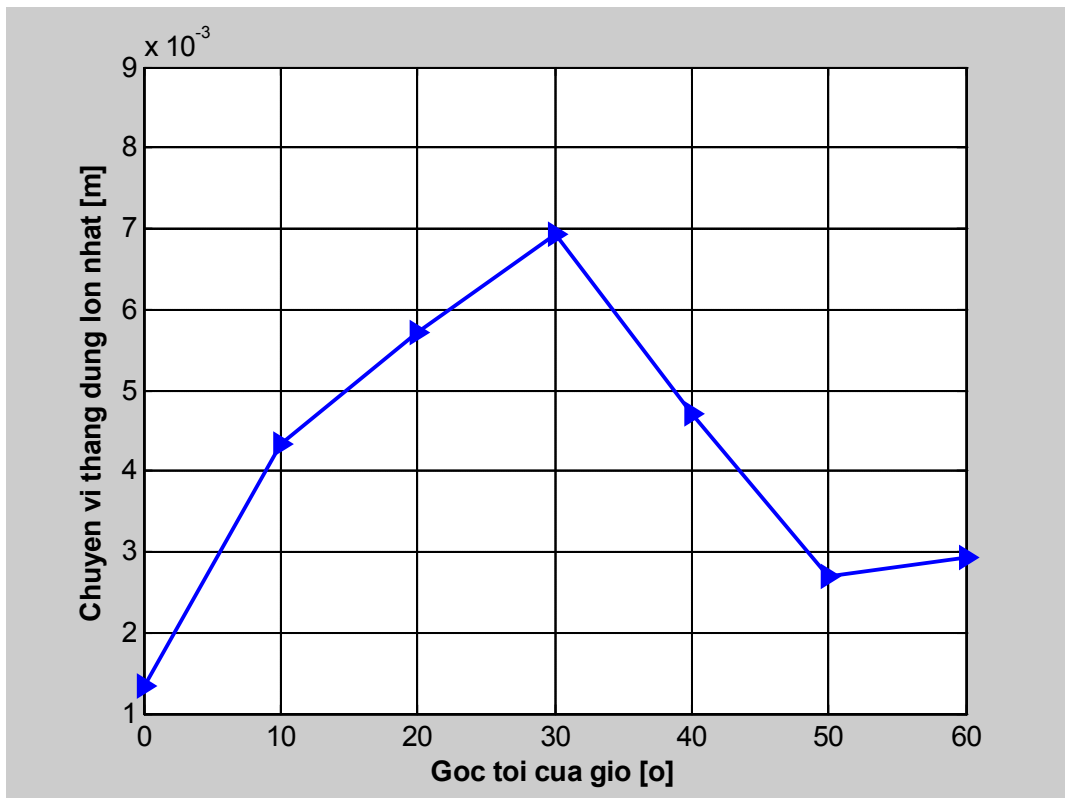
**Nhận xét:** Góc đặt cốt của tấm có ảnh hưởng rõ rệt đến độ cứng của tấm, điều này thông qua sự thay đổi của các giá trị chuyển vị, biên dạng của tấm theo đại lượng này. Đối chiếu với quy luật đặt cốt và kết quả bài toán khảo sát ở trên, với góc đặt cốt  $\theta \in [45^0 \div 90^0]$  là hợp lý nhất.

### 3.3.6. Ảnh hưởng của góc tới dòng khí

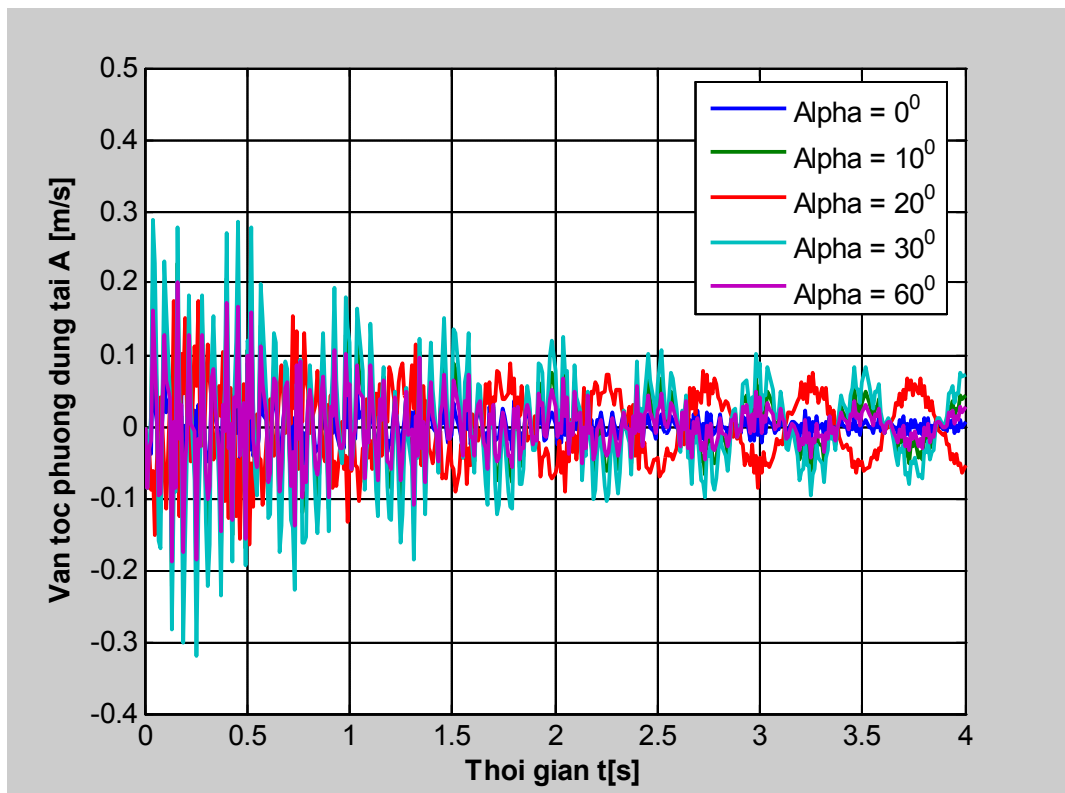
Giải bài toán với các trường hợp góc tới  $\alpha$  của dòng khí thay đổi từ  $0^0$  đến  $60^0$ , kết quả đáp ứng động của tấm được thể hiện như trên các đồ thị hình 3.33 đến 3.42.



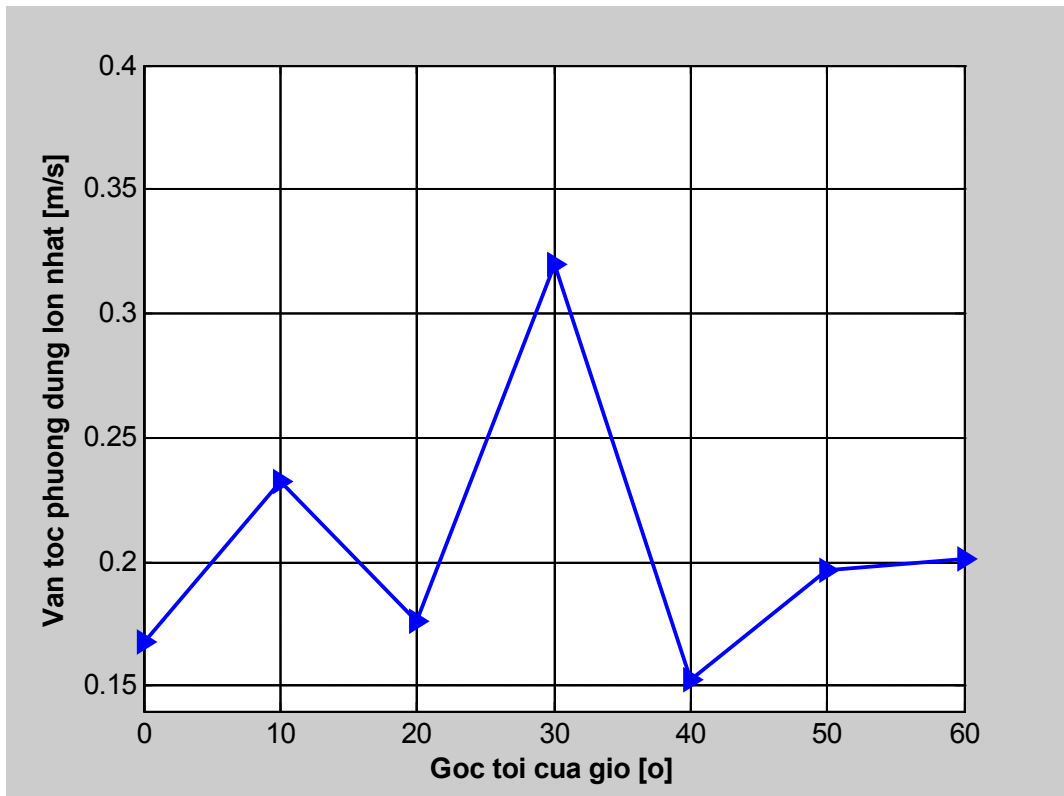
**Hình 3.33.** Ảnh hưởng của góc tới đến đáp ứng độ võng của tấm



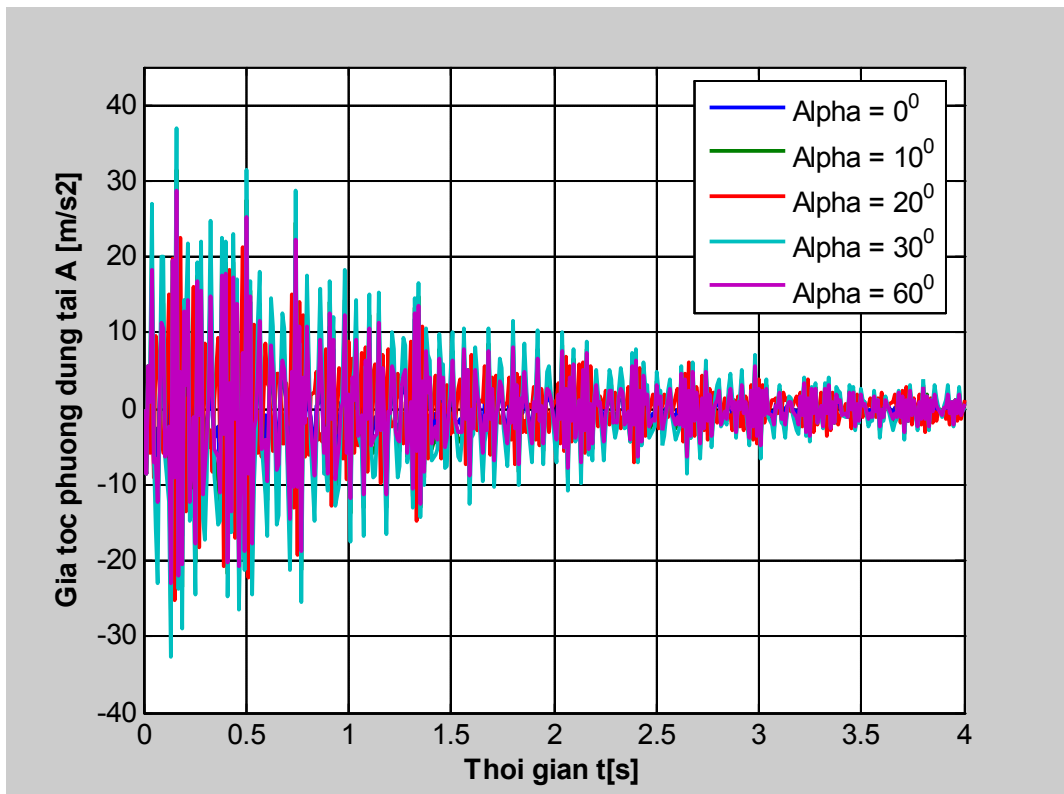
Hình 3.34. Ảnh hưởng của góc tới đến đáp ứng độ võng lớn nhất của tấm



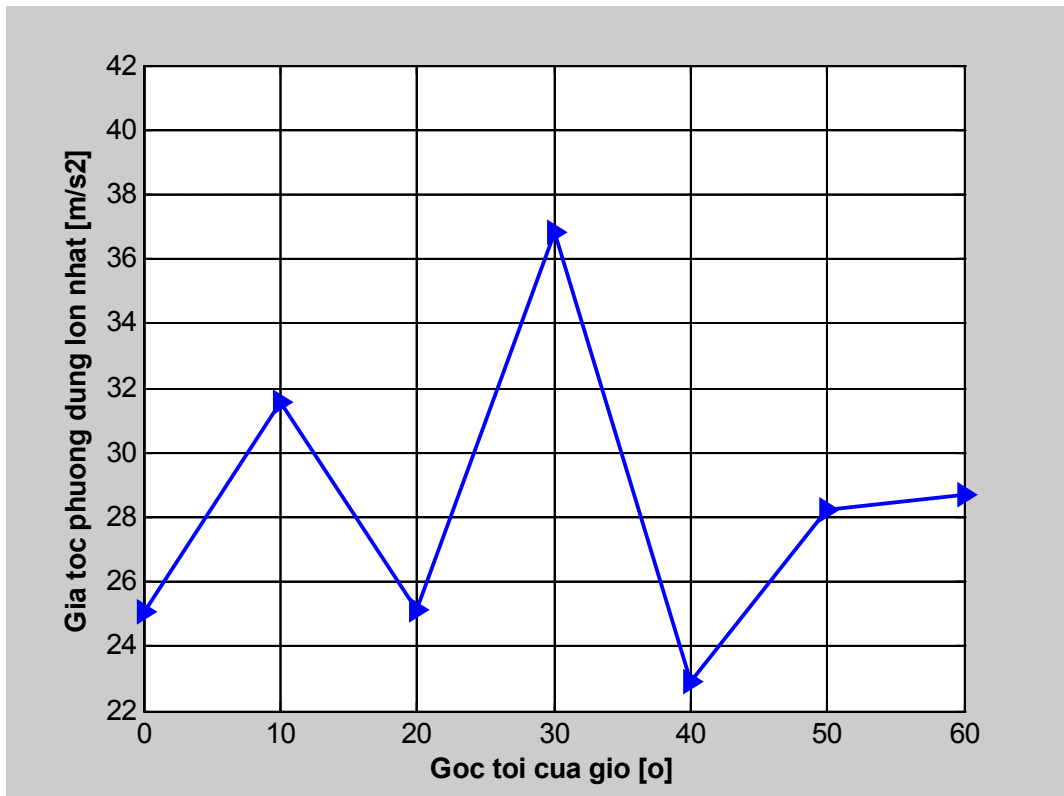
Hình 3.35. Ảnh hưởng của góc tới đến vận tốc dịch chuyển của tấm



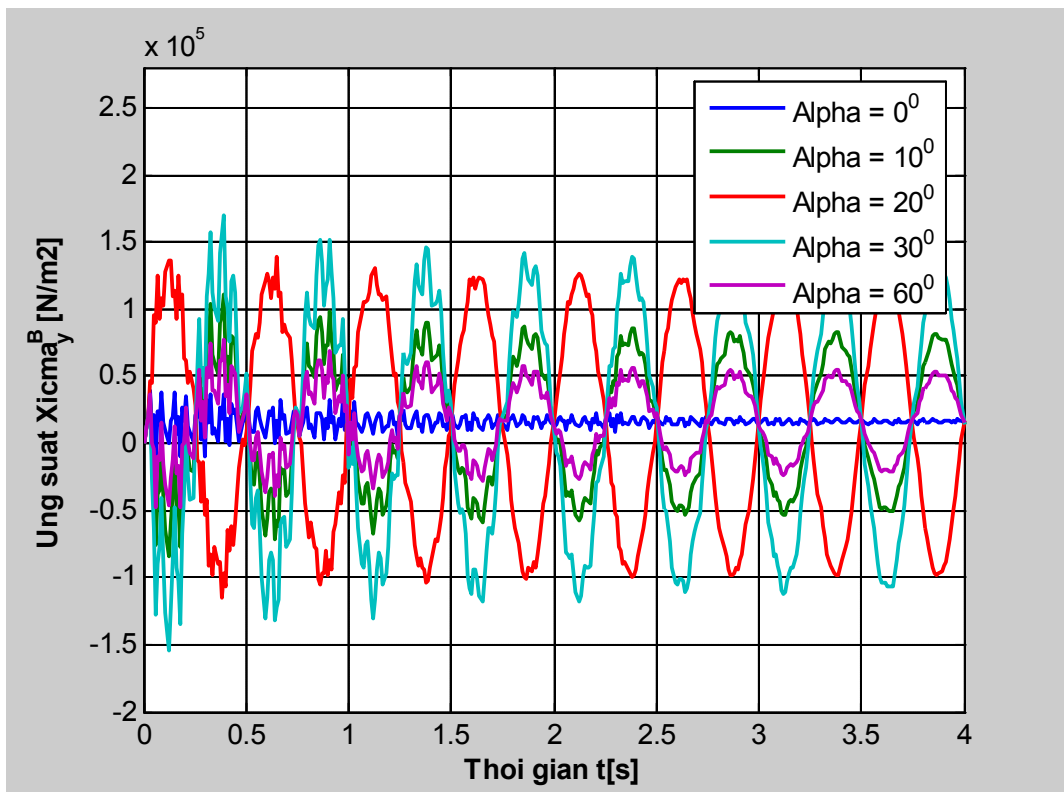
**Hình 3.36.** Ảnh hưởng của góc tới đến vận tốc dịch chuyển lớn nhất của tâm



**Hình 3.37.** Ảnh hưởng của góc tới đến gia tốc dịch chuyển của tâm

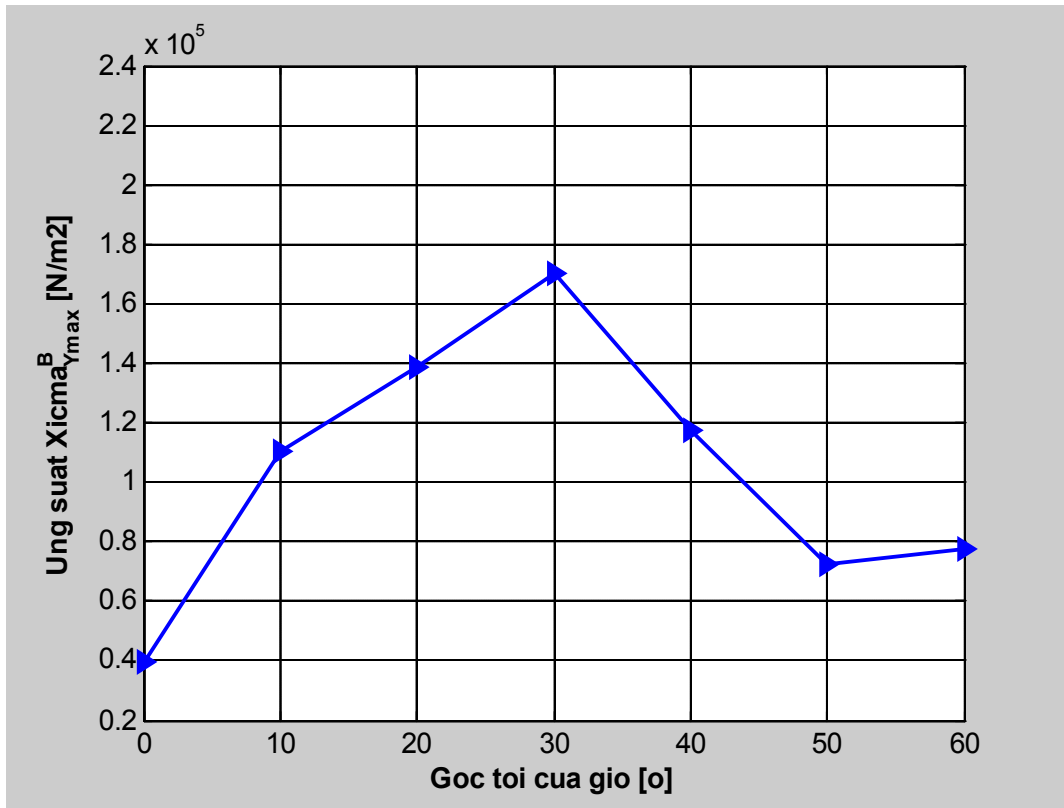


**Hình 3.38.** Ảnh hưởng của góc tới đến gia tốc dịch chuyển lớn nhất của tấm

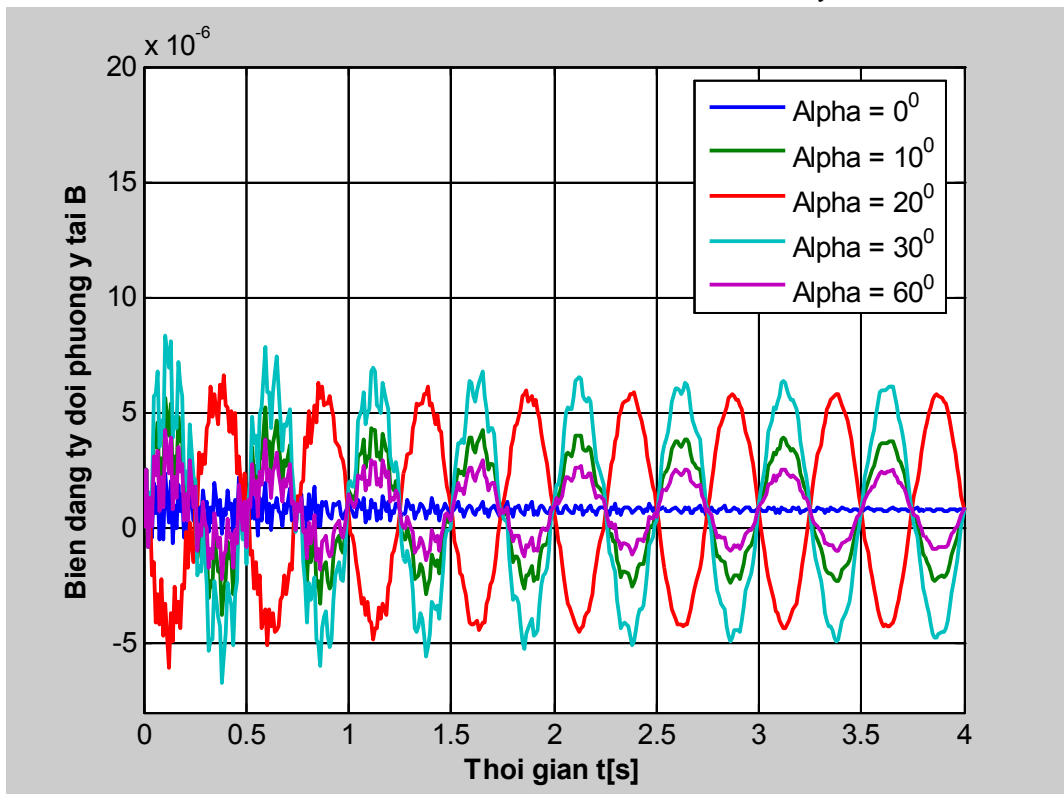


**Hình 3.39.** Ảnh hưởng của góc tới đến ứng suất  $\sigma_y^B$  của tấm

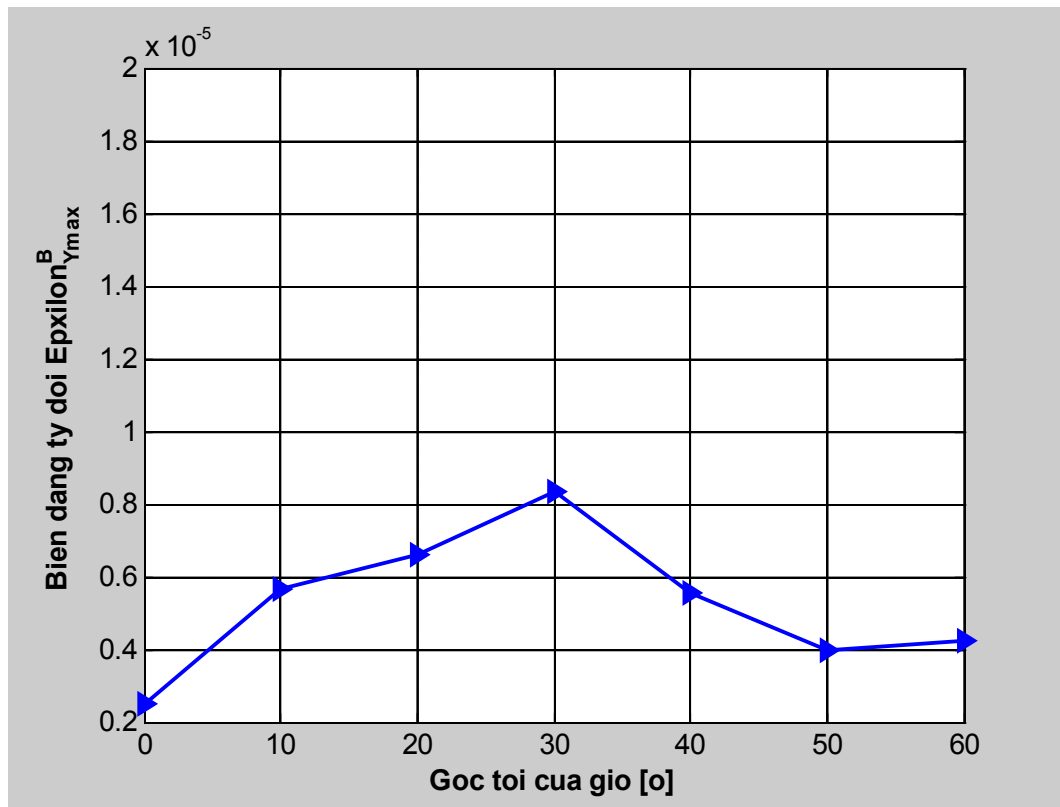




**Hình 3.40.** Ảnh hưởng của góc tới đến ứng suất  $\sigma_{y\max}^B$  của tấm



**Hình 3.41.** Ảnh hưởng của góc tới đến biến dạng tỷ đối  $\varepsilon_y^B$  của tấm



**Hình 3.42.** Ảnh hưởng của góc tới đến biên dạng tỷ đối  $\varepsilon_{y_{\max}}^B$  của tấm

**Bảng 3.7.** Giá trị lớn nhất của các tham số khảo sát theo góc tới  $\alpha$

$\alpha$ [°]	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biên dạng
	$w \cdot 10^{-3}$ [m]	$\dot{w} \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$\ddot{w}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$
0	1,342	16,786	25,087	3,941	2,506
10	4,329	23,207	31,553	11,054	5,660
20	5,712	17,617	25,127	13,872	6,616
30	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317
40	4,711	15,273	22,904	11,756	5,554
50	2,685	19,689	28,214	7,263	3,950
60	2,930	20,155	28,706	7,784	4,214

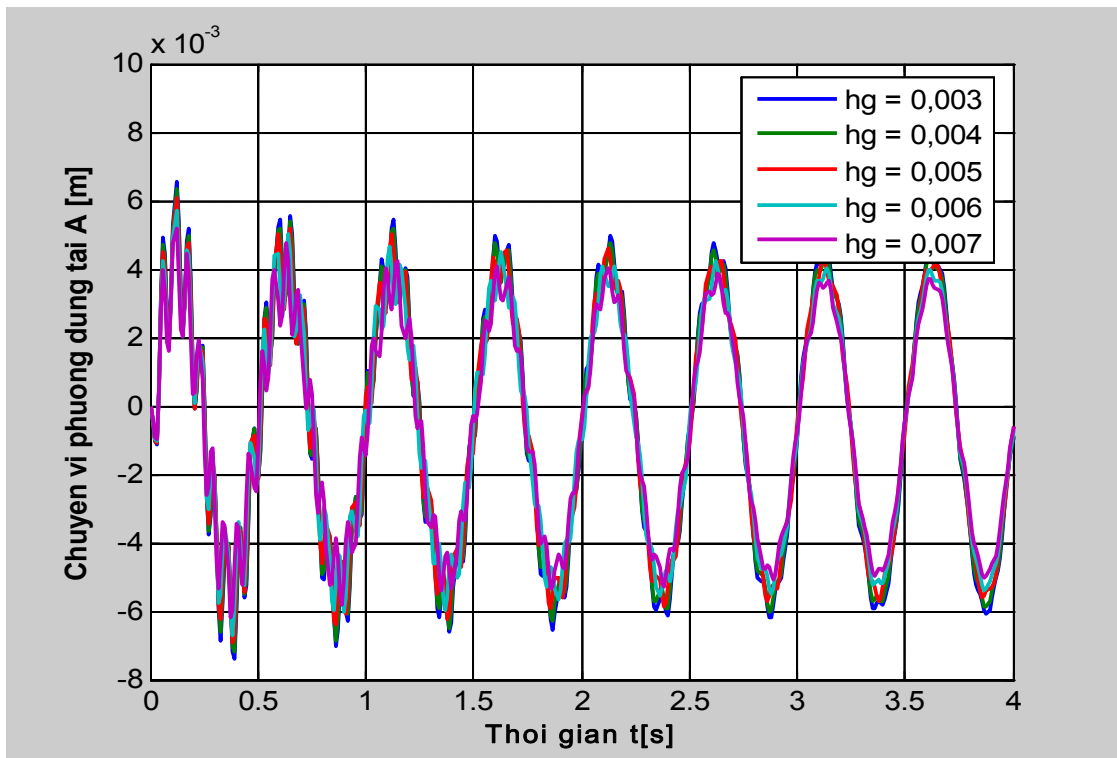
**Nhận xét:** Khi góc tới thay đổi từ  $0^0$  đến  $60^0$ , đáp ứng động của tấm thay đổi khá phức tạp, sự thay đổi không theo quy luật rõ nét. Trong khoảng khảo sát, khi góc tới thay đổi từ  $10^0$  đến  $40^0$  thì các đáp ứng chuyển vị, ứng suất và biên dạng đạt giá trị lớn.

### 3.3.7. Ảnh hưởng của kích thước gân

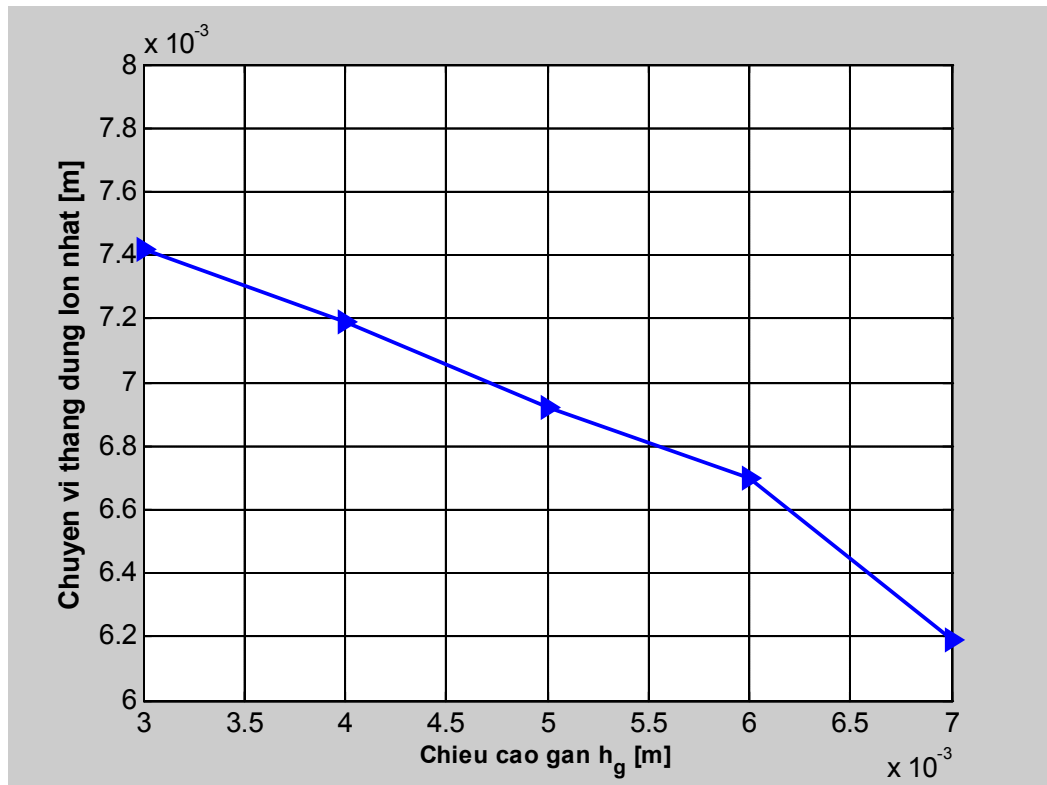
Thay đổi tỷ số chiều cao/bề rộng ( $h_g/b_g$ ) của mặt cắt ngang gân bằng cách giữ nguyên  $b_g$ , thay đổi  $h_g$ , kết quả về đáp ứng động lực học của tấm tương ứng thể hiện trên bảng 3.8 và các đồ thị hình 3.43 đến 3.52.

**Bảng 3.8.** Giá trị cực trị của chuyển vị tại điểm tính khi thay đổi  $h_g$

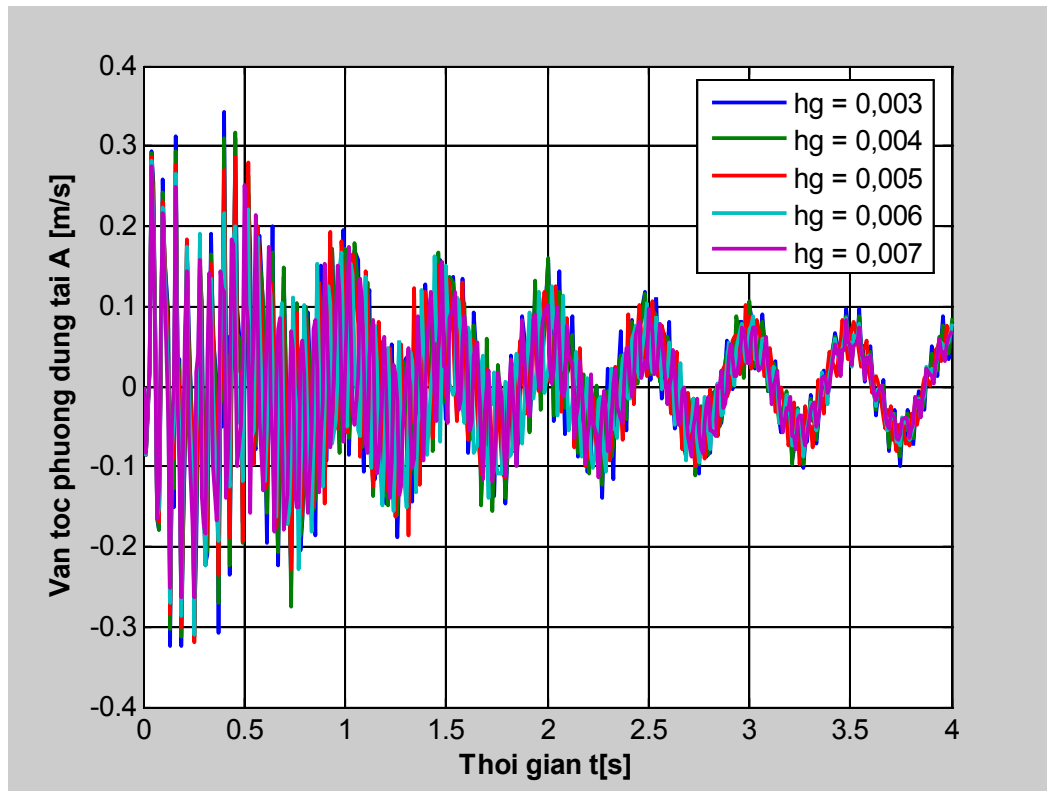
$h_g$ [m]	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w \cdot 10^{-3}$ [m]	$\dot{w} \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$\ddot{w}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$
0,003	7,419	34,231	46,274	16,253	8,467
0,004	7,190	31,609	41,995	17,205	8,326
0,005	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317
0,006	6,700	30,985	31,889	15,976	8,299
0,007	6,188	27,540	29,467	16,293	8,221



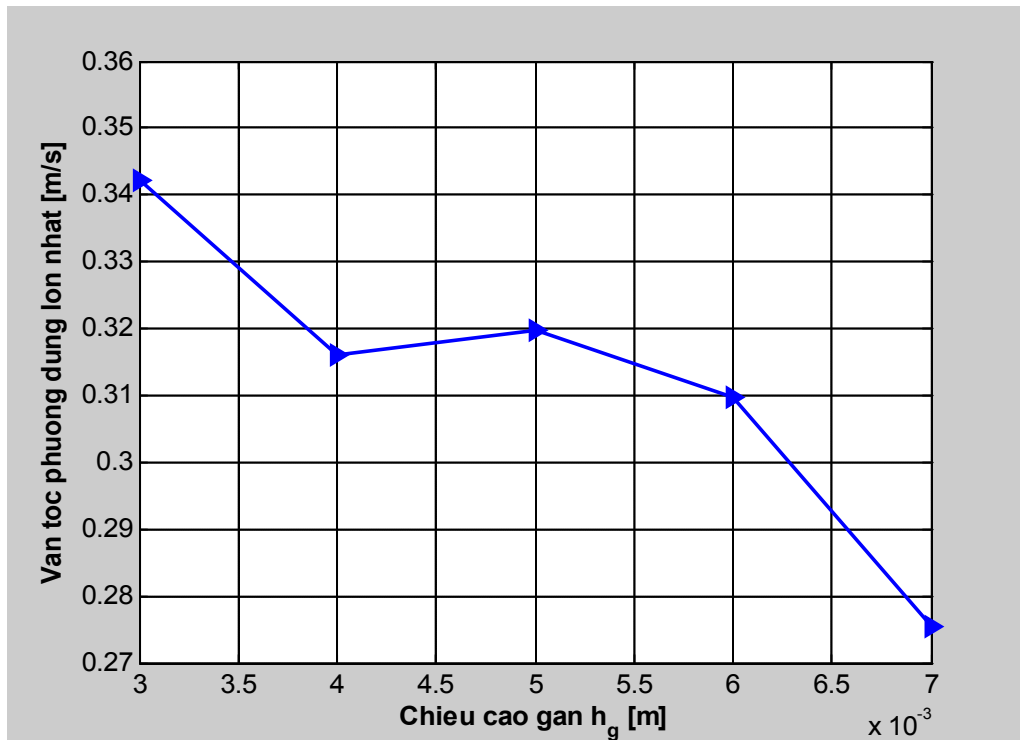
**Hình 3.43.** Chuyển vị phương đứng  $w^A$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$



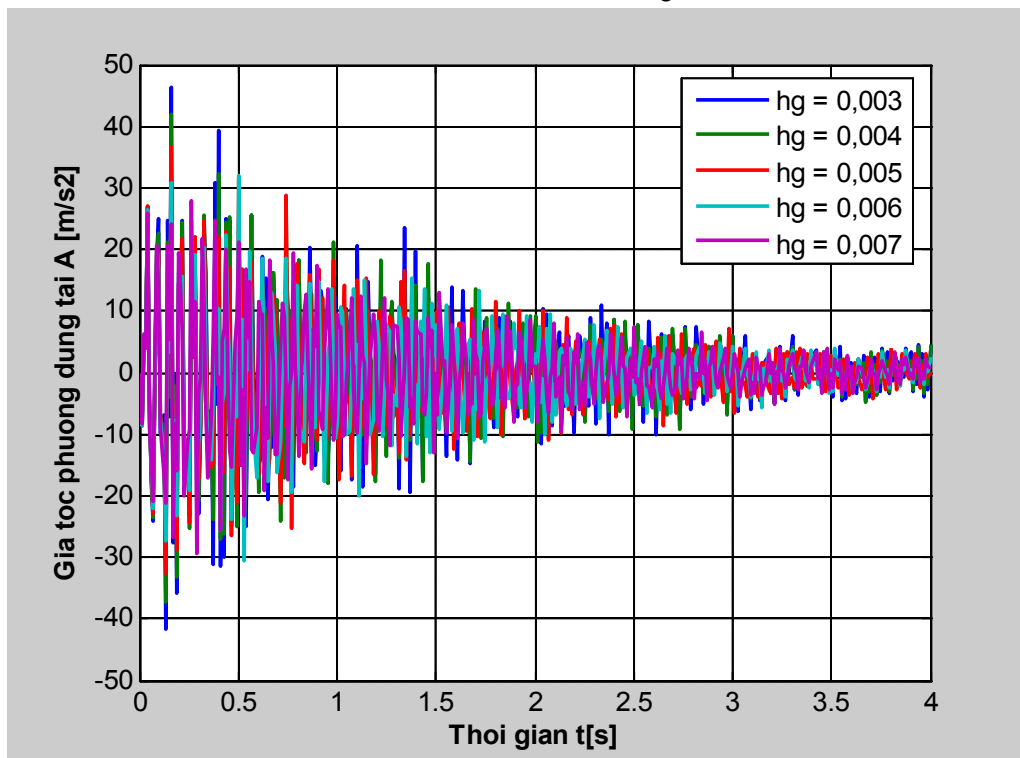
**Hình 3.44.** Chuyển vị phương đứng lớn nhất  $w_{\max}^A$  khi thay đổi giá trị  $h_g$



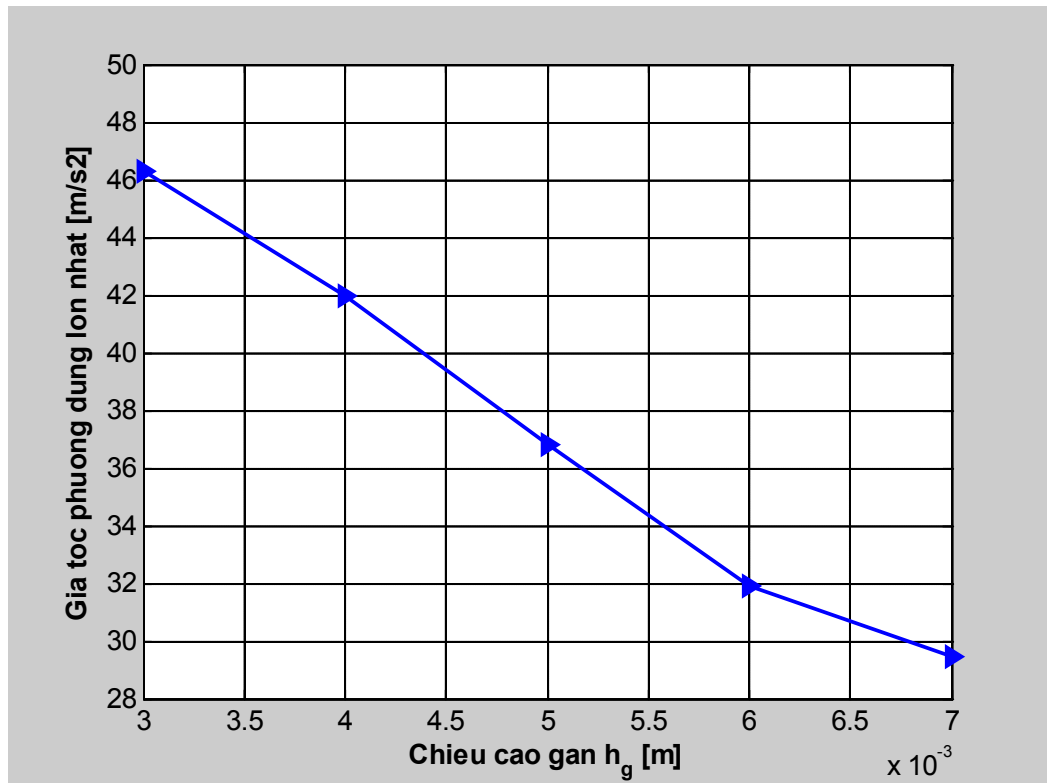
**Hình 3.45.** Vận tốc phương đứng  $\dot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$



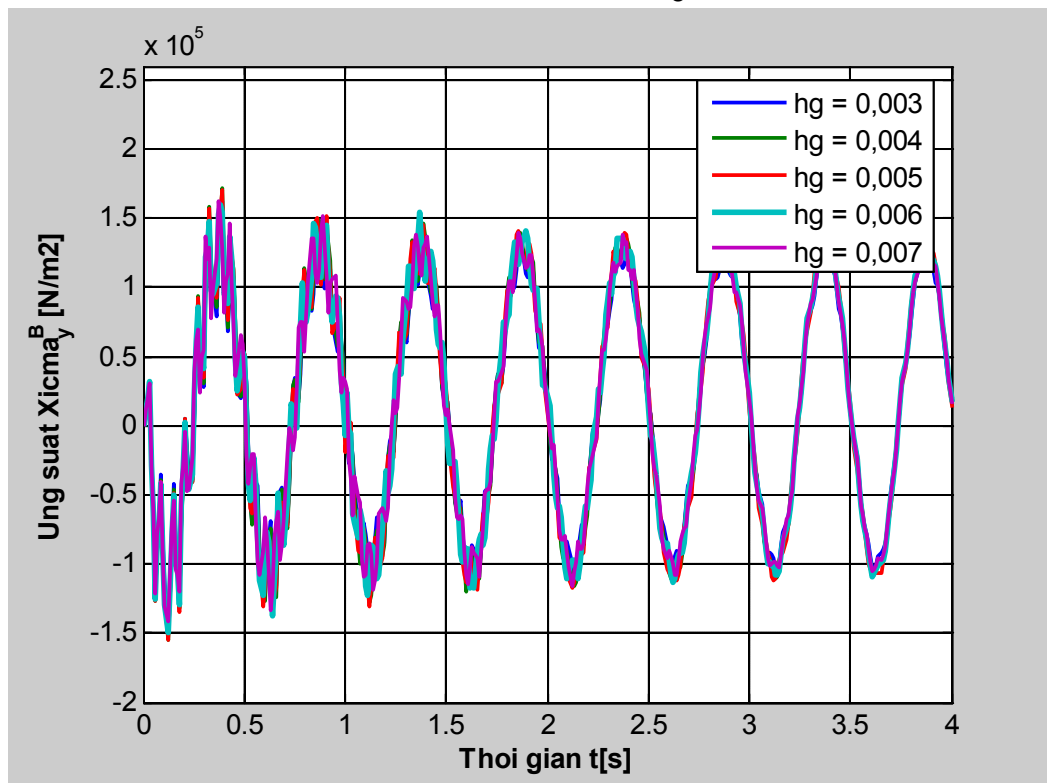
**Hình 3.46.** Vận tốc phương đứng lớn nhất  $\dot{w}_{\max}^A$  khi thay đổi giá trị  $h_g$



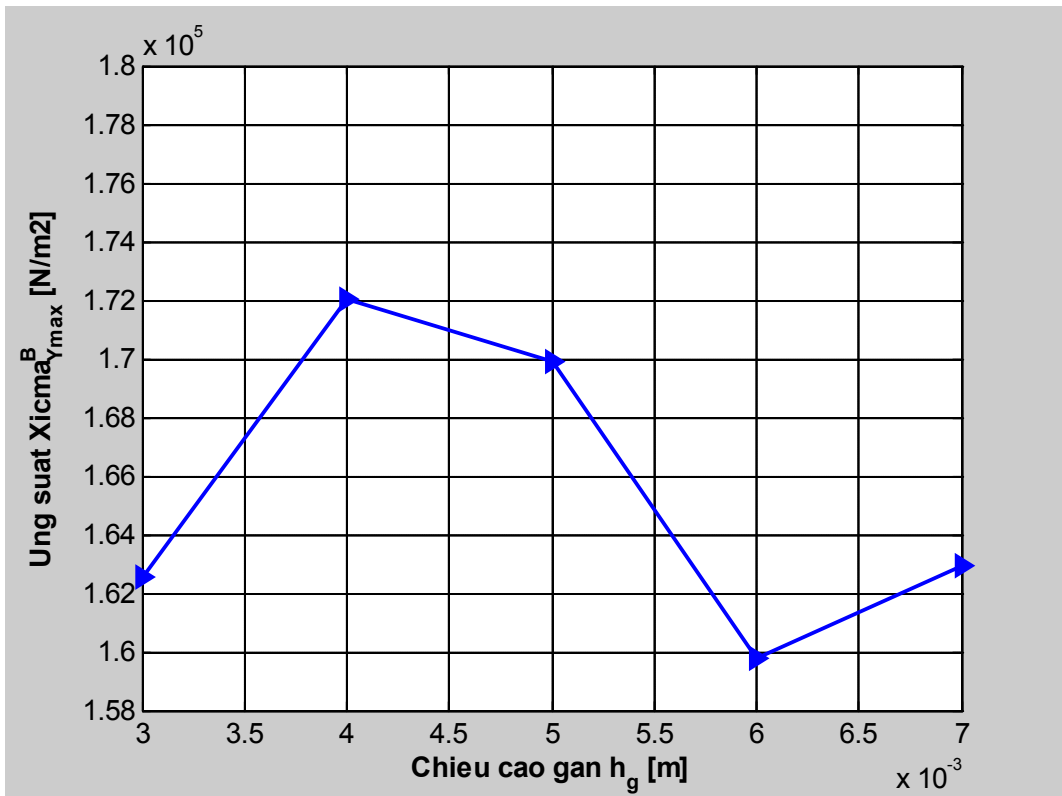
**Hình 3.47.** Gia tốc phương đứng  $\ddot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$



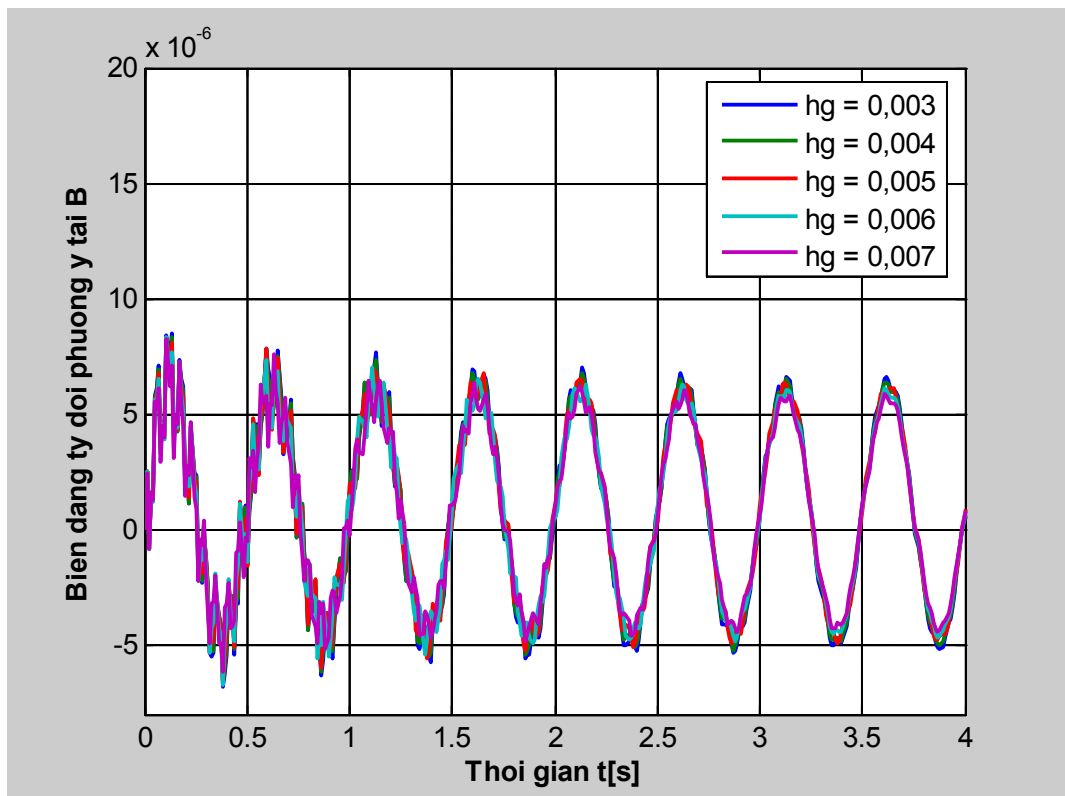
**Hình 3.48.** Gia tốc phương đứng lớn nhất  $\ddot{w}_{\max}^A$  khi thay đổi giá trị  $h_g$



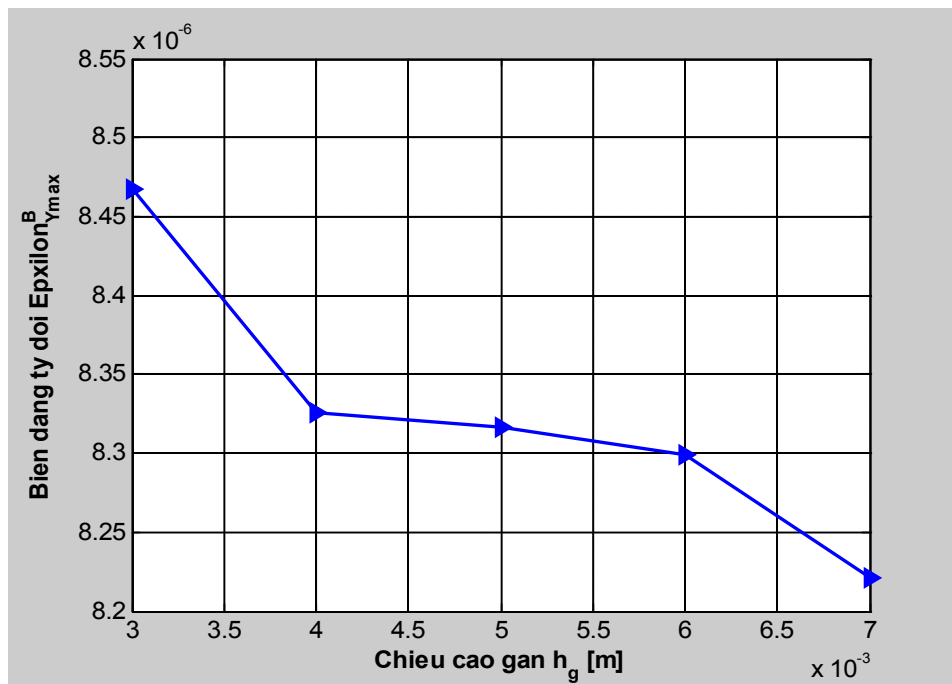
**Hình 3.49.** Đáp ứng  $\sigma_y^B$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$



Hình 3.50. Đáp ứng lớn nhất  $\sigma_{y_{max}}^B$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$



Hình 3.51. Đáp ứng  $\varepsilon_y^B$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$



**Hình 3.52.** Đáp ứng  $\epsilon_{y,max}^B$  theo thời gian khi thay đổi giá trị  $h_g$

**Nhận xét:** Khi tỷ số  $h_g/b_g$  tăng thì giá trị lớn nhất về chuyển vị, vận tốc và gia tốc tại điểm tính đều giảm, trong khi ứng suất và biến dạng tại điểm tính thay đổi không rõ quy luật. Với thông số khảo sát của bài toán, có thể nhận thấy chiều cao gân từ 5 mm đến 7 mm là phù hợp.

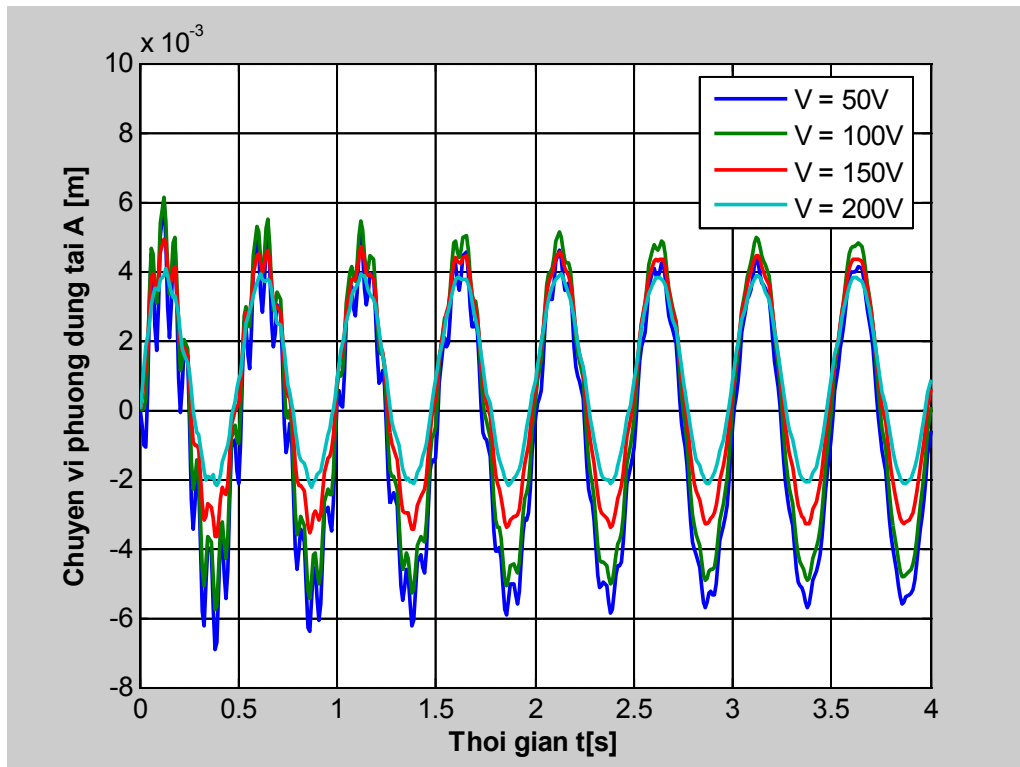
### 3.3.8. Ảnh hưởng của điện áp $V$ áp đặt lên lớp áp điện

Tác giả tiến hành khảo sát bài toán với điện áp đặt lên tấm áp điện  $V$  thay đổi từ 50V đến 200V. Kết quả sự biến thiên về chuyển dịch lớn nhất tại điểm A và biến thiên về ứng suất pháp lớn nhất tại điểm B thể hiện như bảng 3.9 và các đồ thị hình: 3.53 đến 3.57.

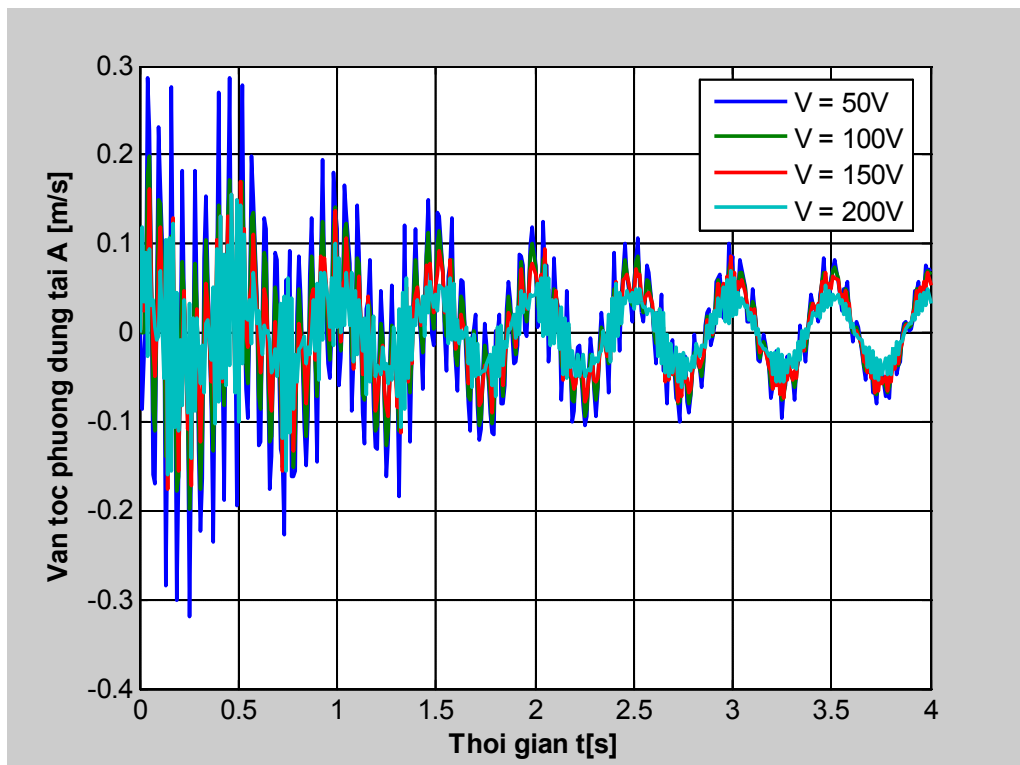
**Bảng 3.9.** Giá trị cực trị của chuyển vị tại điểm tính khi thay đổi  $V$

V (Vol)	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w \cdot 10^{-3}$ [m]	$\dot{w} \cdot 10^{-2}$ [m/s]	$\ddot{w}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\sigma_y \cdot 10^4$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\epsilon_y \cdot 10^{-6}$
50	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317
100	5,776	19,936	15,003	15,299	6,758
150	4,928	17,666	14,673	14,988	5,891
200	4,103	15,897	14,053	14,498	5,125

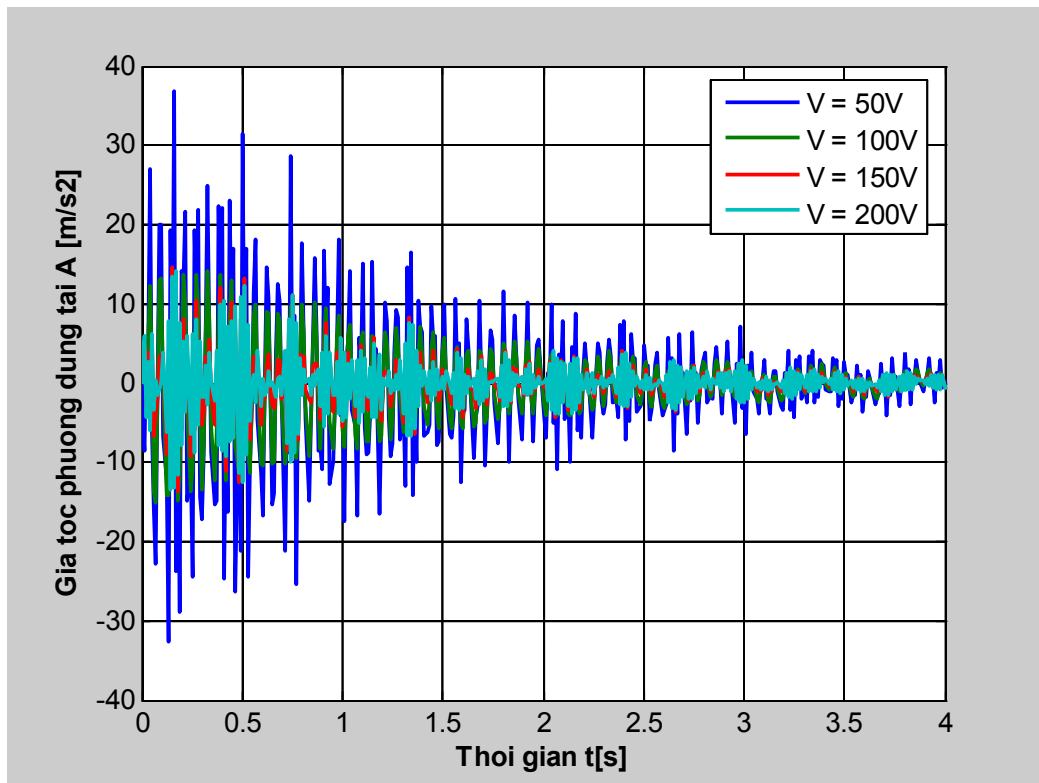




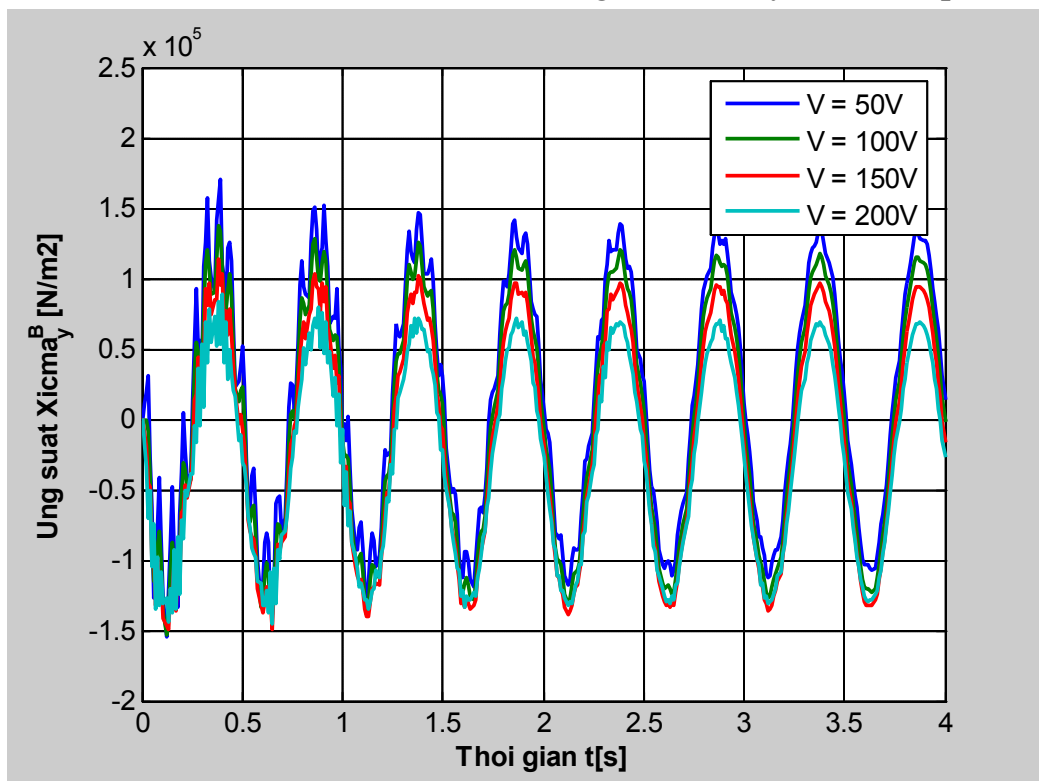
**Hình 3.53.** Chuyển vị  $w^A$  theo thời gian khi thay đổi điện áp  $V$



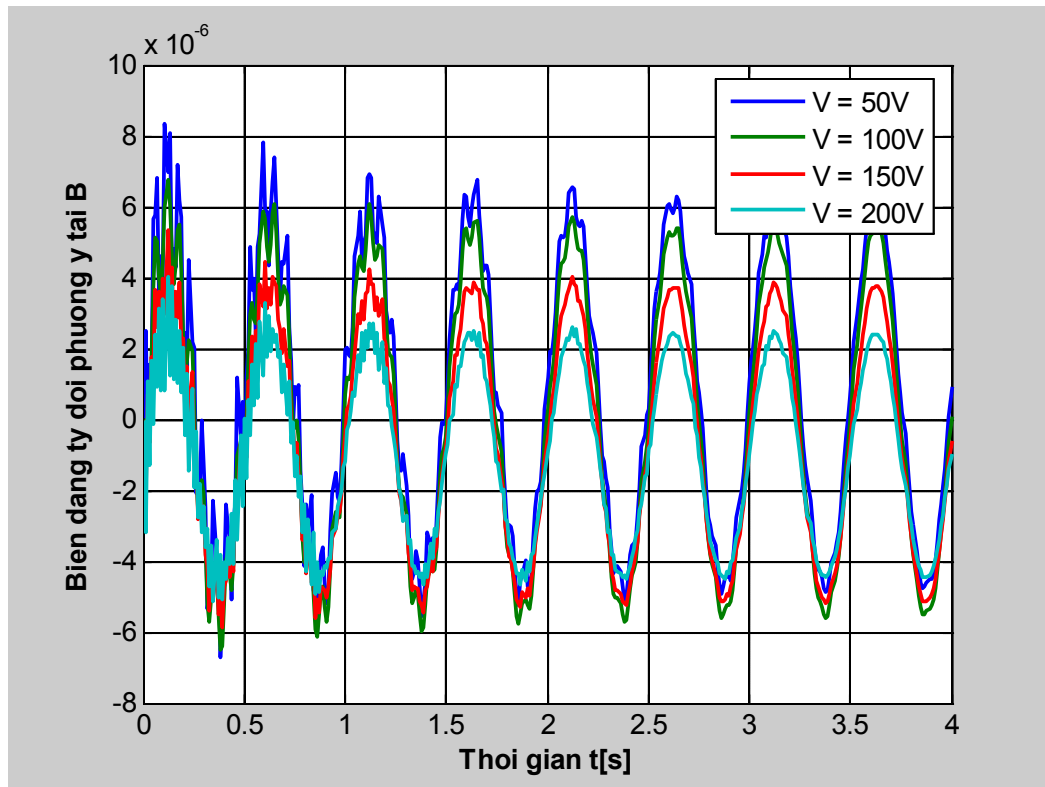
**Hình 3.54.** Vận tốc  $\dot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi điện áp  $V$



Hình 3.55. Gia tốc  $\ddot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi điện áp  $V$



Hình 3.56. Đáp ứng  $\sigma_y^B$  theo thời gian khi thay đổi điện áp  $V$



**Hình 3.57.** Đáp ứng  $\varepsilon_y^B$  theo thời gian khi thay đổi điện áp V

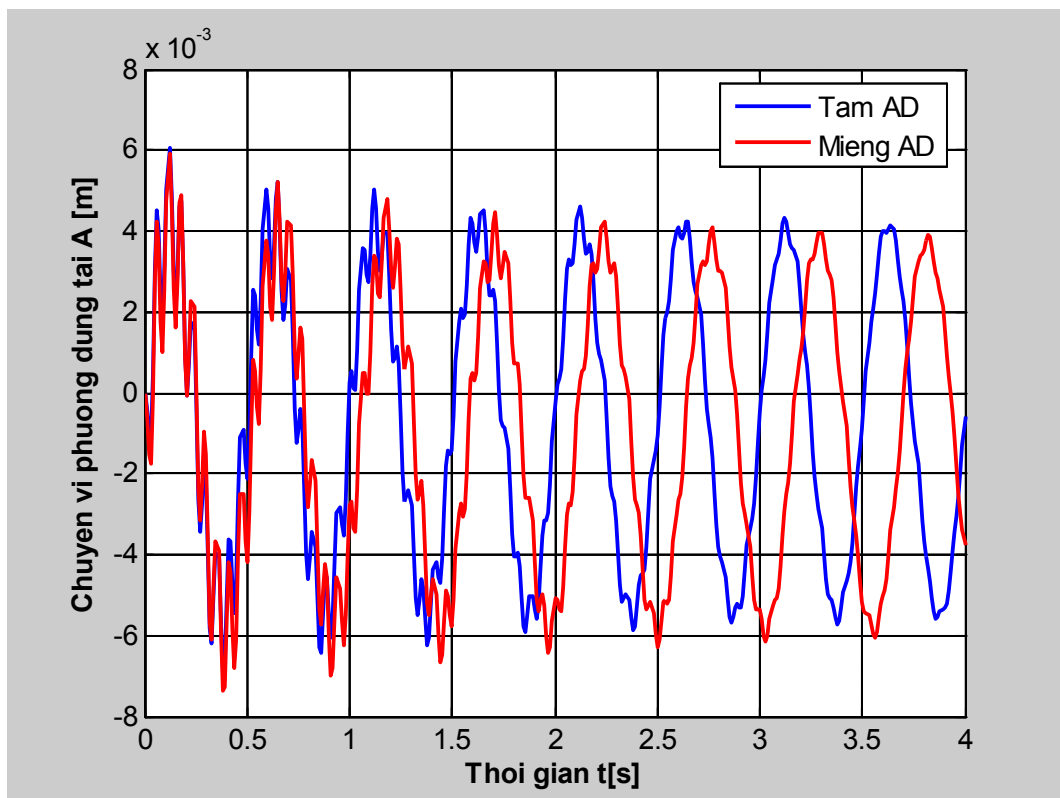
**Nhận xét:** Điện áp áp đặt lên lớp áp điện có tác dụng làm giảm dao động của tấm, cụ thể khi điện áp tăng biên độ dao động của tấm giảm. Điều này cho thấy khả năng điều khiển, tăng độ cứng của tấm composite áp điện có gân gia cường bằng vật liệu áp điện.

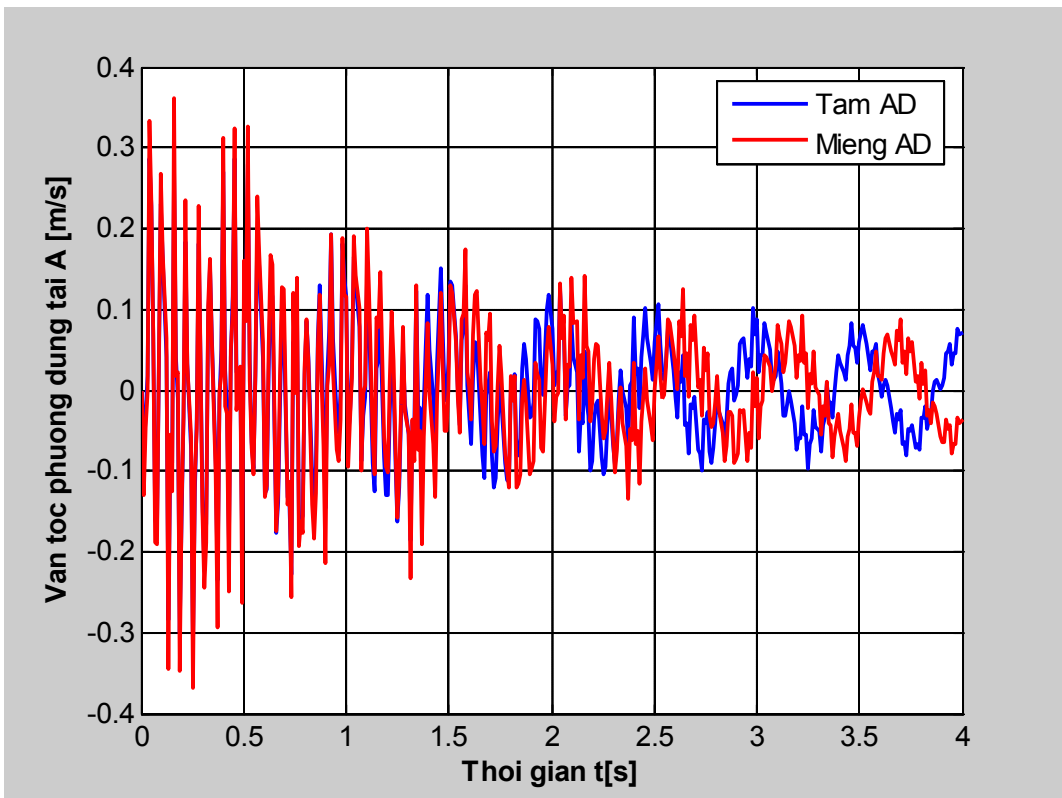
### 3.3.9. Ảnh hưởng của kích thước tấm áp điện

Xem xét bài toán với việc thay 2 tấm áp điện phía trên và phía dưới tấm composite như đã xét bằng 2 miếng áp điện giống nhau, bố trí tại mặt trên và mặt dưới đối xứng qua mặt phẳng trung bình tấm, chiều dày mỗi miếng như lớp áp điện trong tấm composite áp điện đã xét, miếng áp điện có chiều rộng bằng chiều rộng tấm composite, chiều dài bằng 2/3 chiều dài tấm composite. Kết quả, sự biến thiên về chuyển dịch lớn nhất tại điểm A và biến thiên về ứng suất pháp lớn nhất tại điểm B thể hiện như bảng 3.10 và đồ thị hình 3.58 đến 3.62.

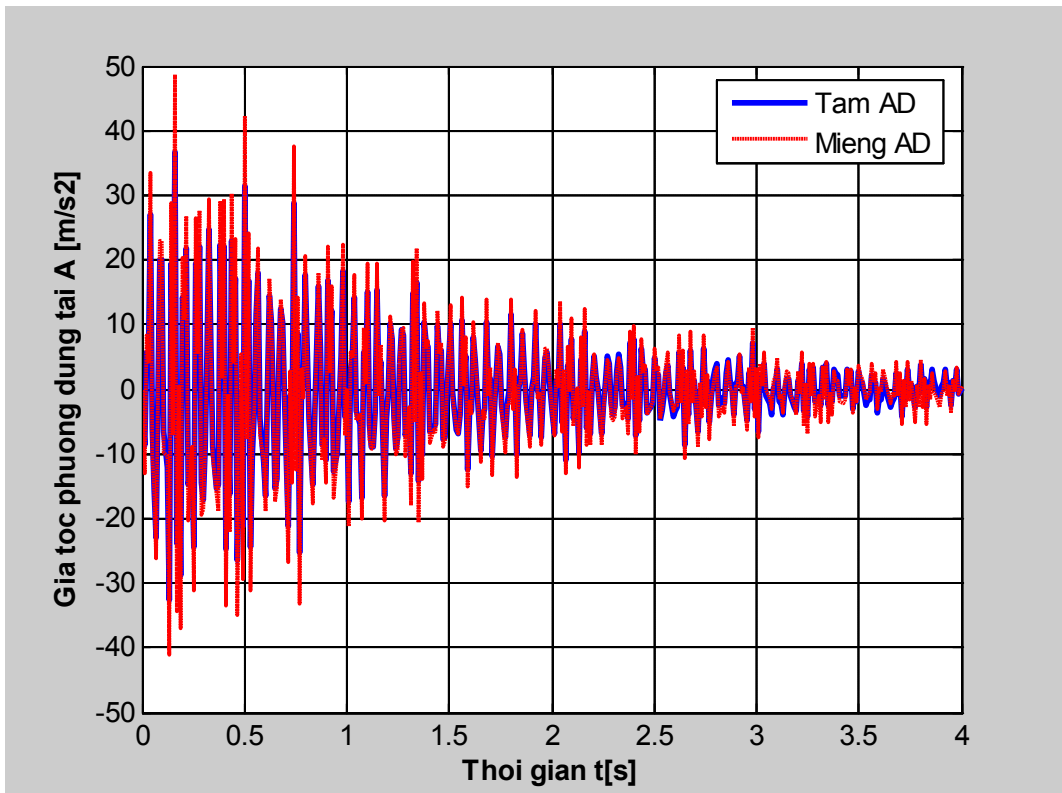
**Bảng 3.10.** Giá trị lớn nhất của các đại lượng khi thay đổi kích thước áp điện

Trường hợp	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w \cdot 10^{-3} [\text{m}]$	$\dot{w} \cdot 10^{-2} [\text{m/s}]$	$\ddot{w} [\text{m/s}^2]$	$\sigma_y \cdot 10^4 [\text{N/m}^2]$	$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$
Tấm AD	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317
Miếng AD	7,379	36,169	48,777	18,862	9,373

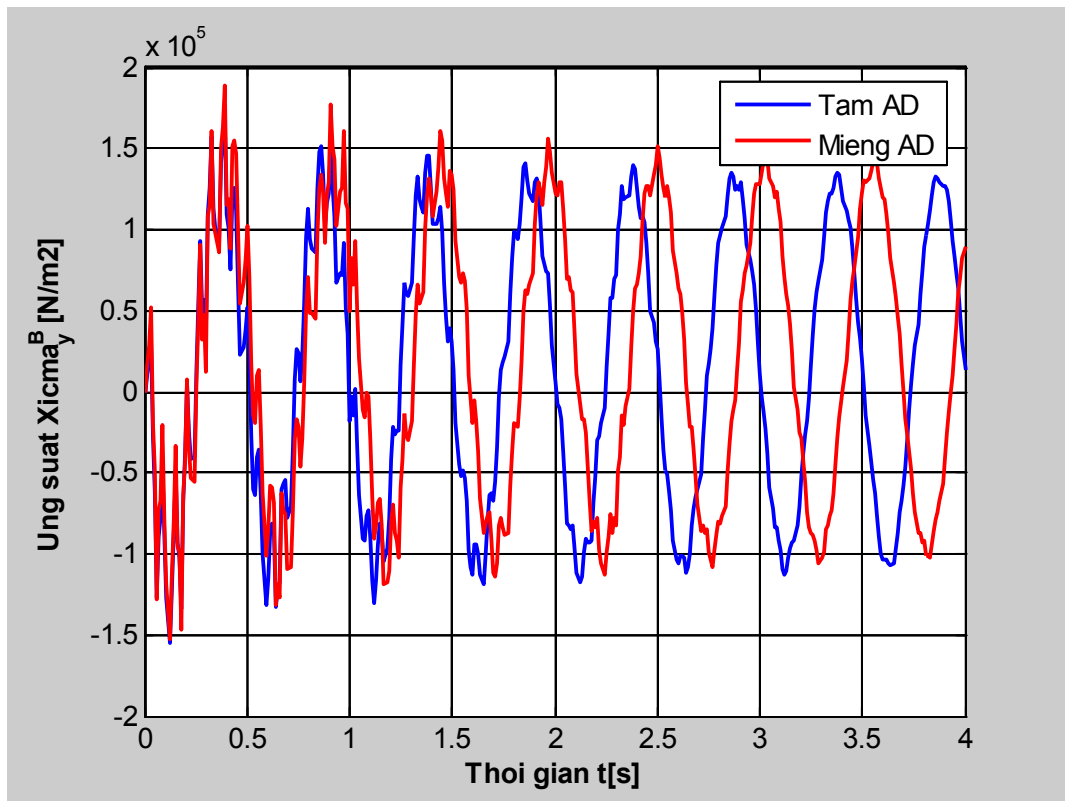
**Hình 3.58.** Chuyển vị  $w^A$  theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện



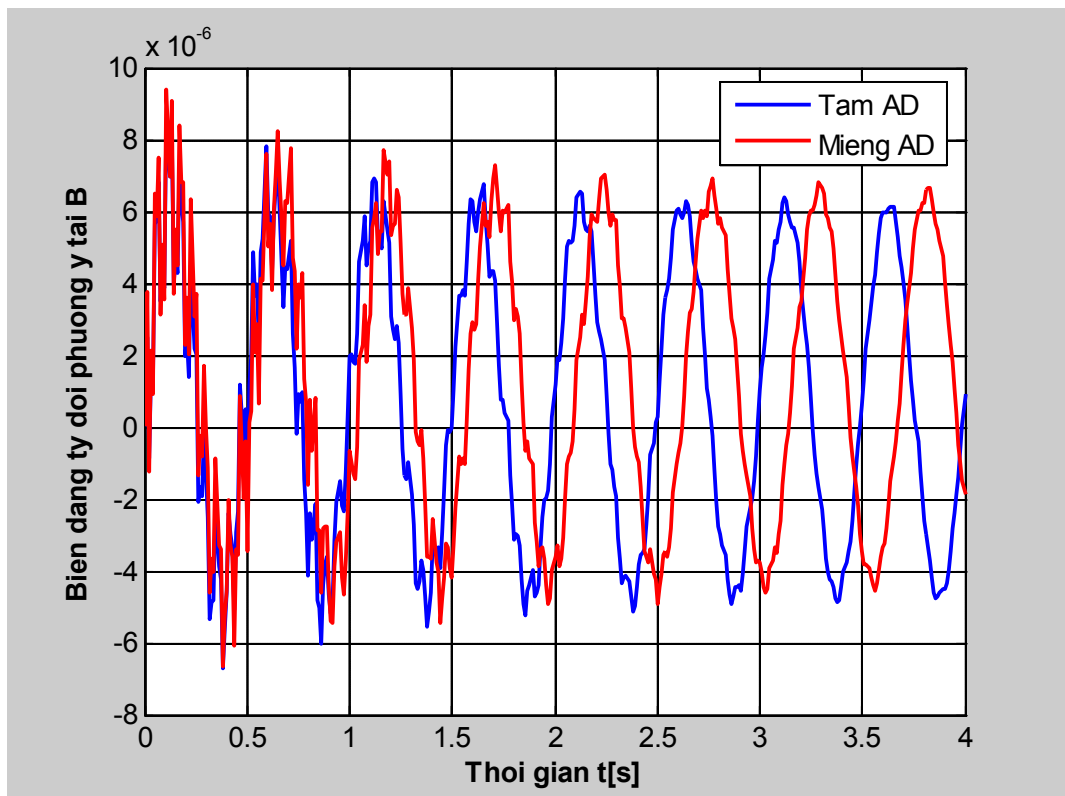
**Hình 3.59.** Vận tốc  $\dot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện



**Hình 3.60.** Gia tốc  $\ddot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện



Hình 3.61. Đáp ứng  $\sigma_y^B$  theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện



Hình 3.62. Đáp ứng  $\epsilon_y^B$  theo thời gian khi thay đổi kích thước tấm áp điện

**Nhận xét:** Kích thước lớp áp điện có tác dụng tăng “cứng” cho tấm, điều này thể hiện qua các đáp ứng chuyển vị, vận tốc, gia tốc và ứng suất tại các điểm tính, các giá trị này đều giảm khi diện tích lớp áp điện tăng. Kết quả khảo sát là cơ sở tham khảo cho tính toán lựa chọn kích thước tấm áp điện phù hợp với mục đích sử dụng đối với kết cấu tấm composite có áp điện để giảm chi phí chế tạo.

### 3.3.10. Ảnh hưởng của tính chất cản

Xét 3 trường hợp:

- Trường hợp 1 (TH1): Chỉ kể đến cản áp điện, không kể đến cản kết cấu ( $\xi = 0$ ), gọi là *cản áp điện*;

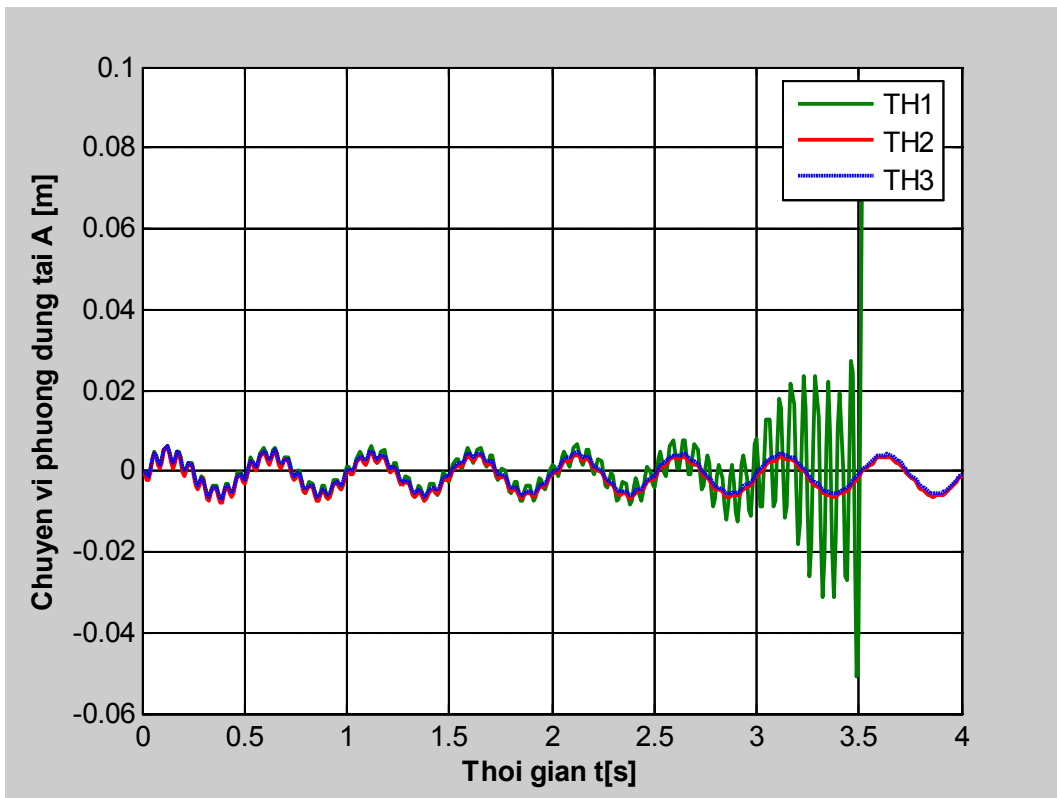
- Trường hợp 2 (TH2): Chỉ kể đến cản kết cấu, không kể đến cản áp điện ( $G_v = 0$ ), gọi là *cản kết cấu*;

- Trường hợp 3 (TH3): Kể đến tổng cản (cản kết cấu, cản áp điện) – như bài toán xuất phát mục 3.2 đã trình bày ở trên, gọi là *tổng cản*;

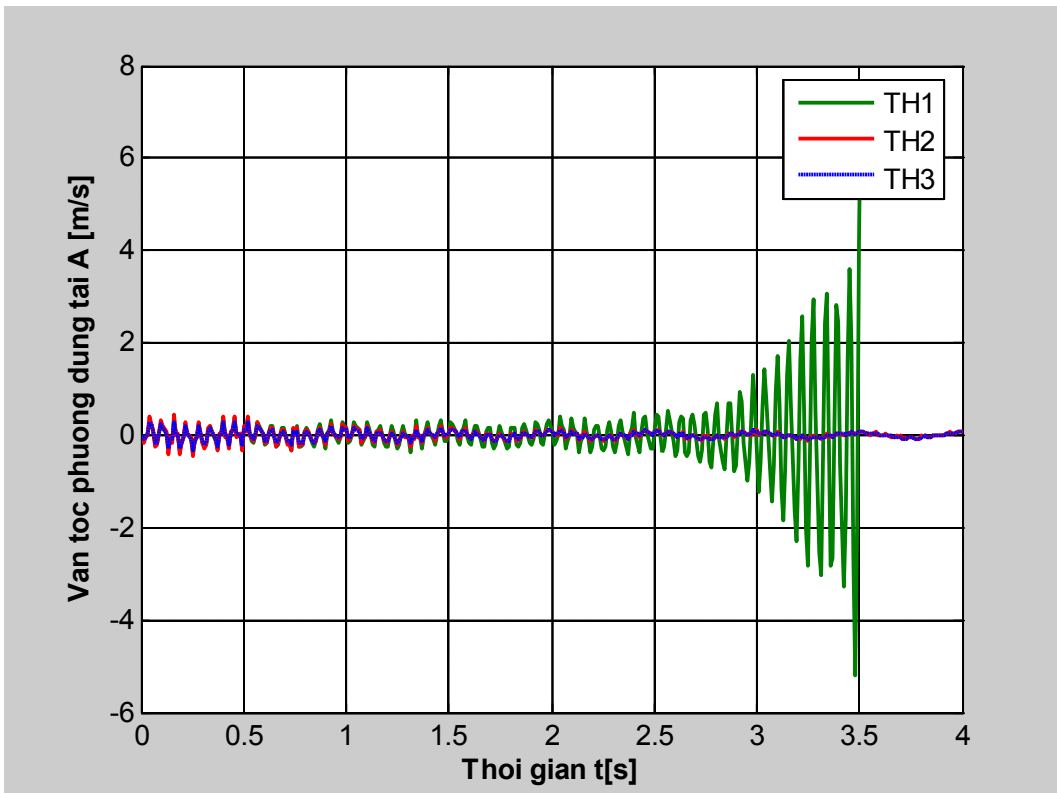
Sử dụng chương trình đã lập, giải 3 lớp bài toán ứng với 3 trường hợp như trên. Kết quả sự biến thiên chuyển vị, vận tốc, gia tốc tại điểm tính (điểm A và B) thuộc tấm thể hiện như bảng 3.11 và các hình 3.63 đến 3.67.

**Bảng 3.11.** Giá trị cực trị của chuyển vị tại điểm tính khi thay đổi khi thay đổi thành phần lực cản

Tính chất cản	Chuyển vị	Vận tốc	Gia tốc	Ứng suất	Biến dạng
	$w \cdot 10^{-3} [m]$	$\dot{w} \cdot 10^{-2} [m/s]$	$\ddot{w} [m/s^2]$	$\sigma_y \cdot 10^4 [N/m^2]$	$\varepsilon_y \cdot 10^{-6}$
TH1	Biên độ tăng dần theo thời gian				
TH2	8,068	44,514	61,654	20,605	10,666
TH3	6,923	31,970	36,832	16,991	8,317

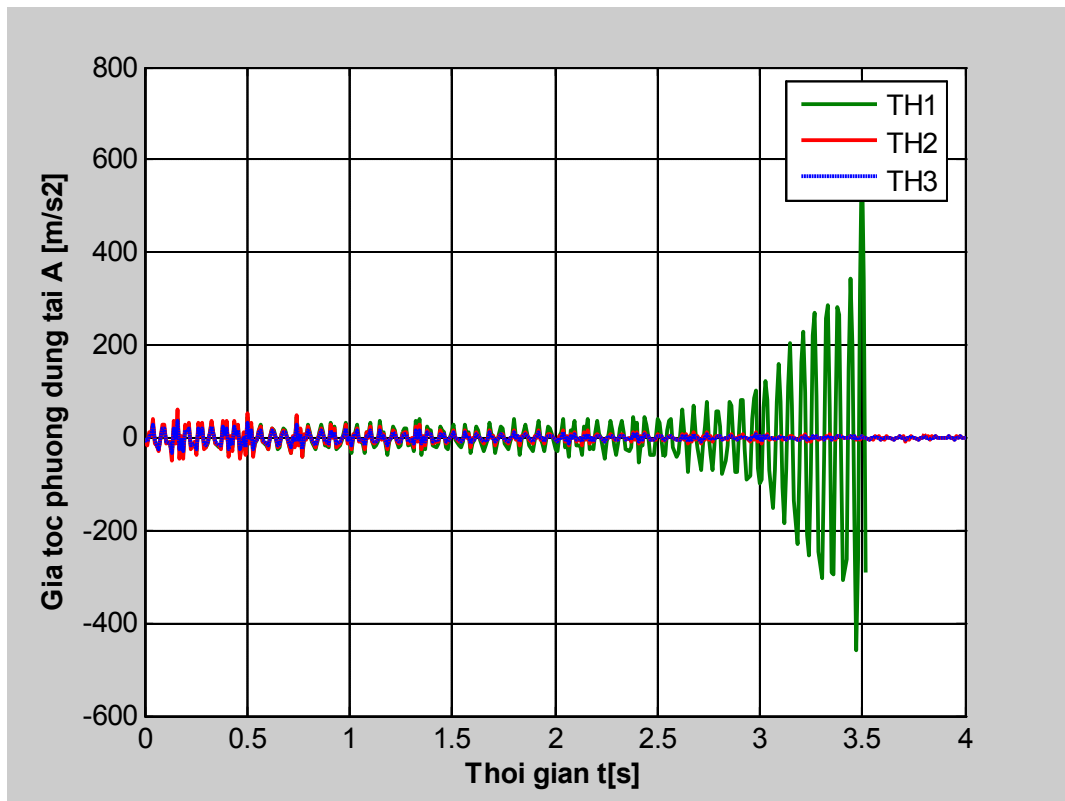


**Hình 3.63.** Chuyển vị  $w^A$  theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản

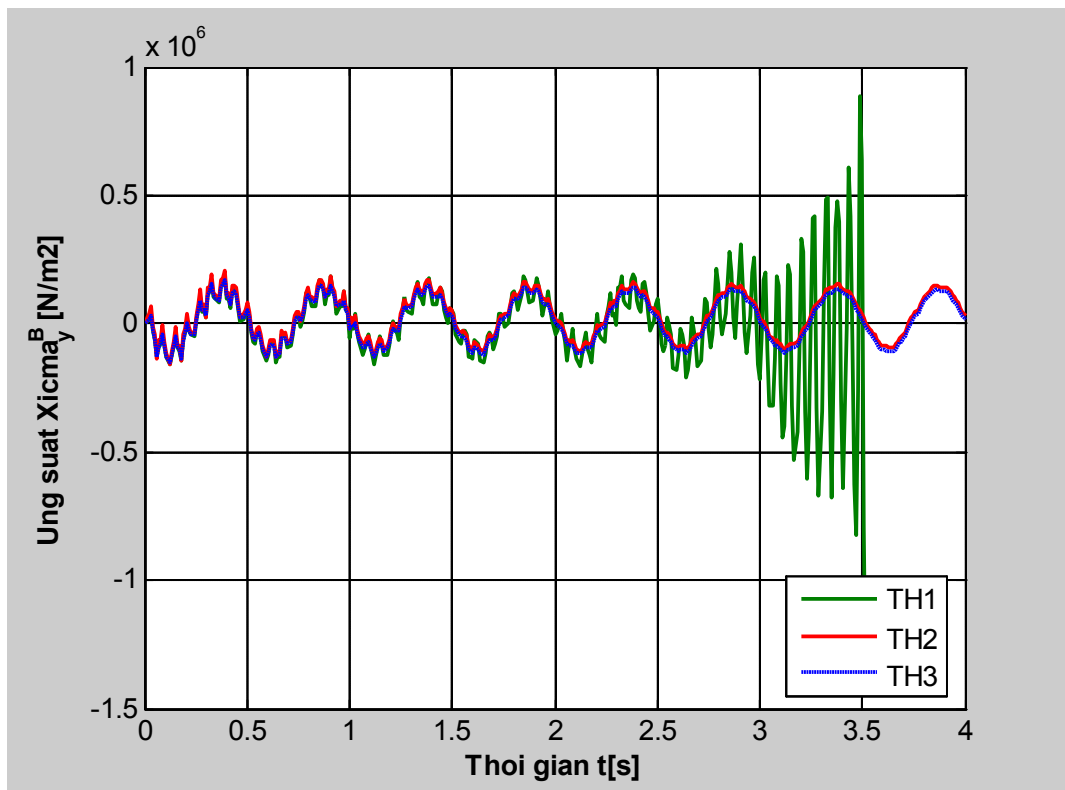


**Hình 3.64.** Vận tốc  $w^A$  theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản

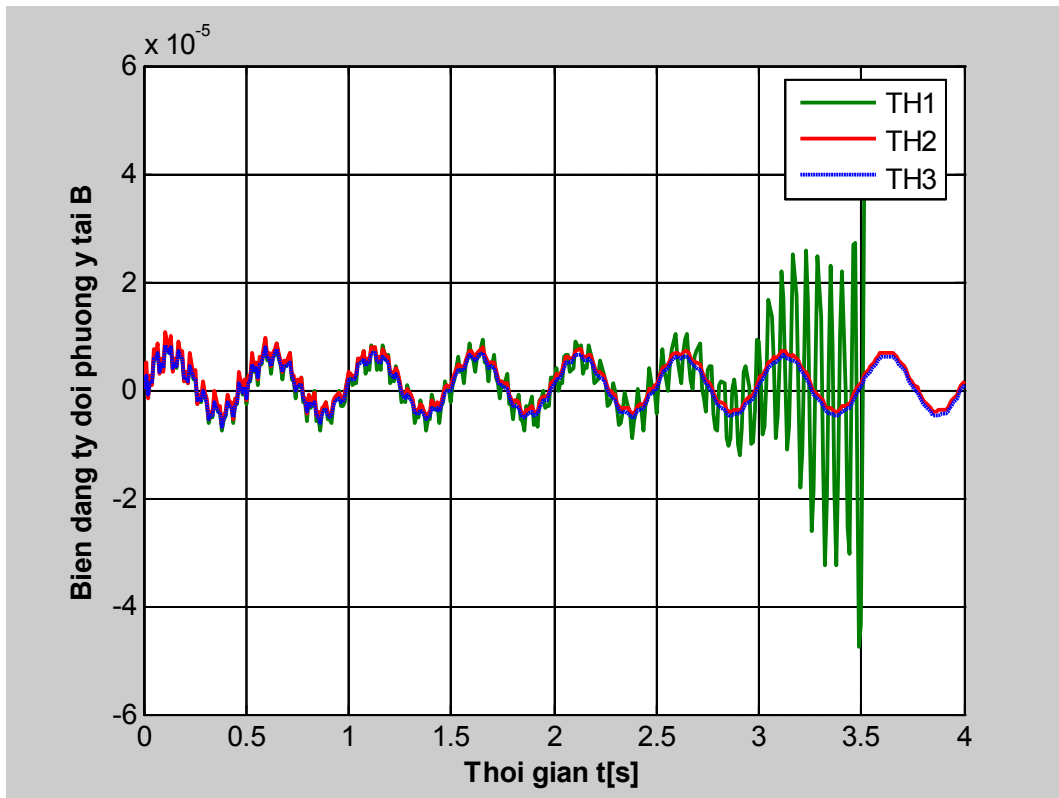




Hình 3.65. Gia tốc  $\ddot{w}^A$  theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản



Hình 3.66. Đáp ứng  $\sigma_y^B$  theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản



**Hình 3.67.** Đáp ứng  $\varepsilon_y^B$  theo thời gian khi thay đổi thành phần lực cản

**Nhận xét:** Với bài toán khảo sát, khi xét đến cản kết cấu và đặc biệt khi phối hợp giữa cản áp điện và cản kết cấu (tổng cản) thì tấm dao động bình ổn, trong khi nếu quan niệm chỉ kể đến cản áp điện thì dao động của tấm với biên độ tăng dần theo thời gian, tấm có hiện tượng mất ổn định.

### 3.3.11. Miền ổn định của tấm khi các tham số thay đổi

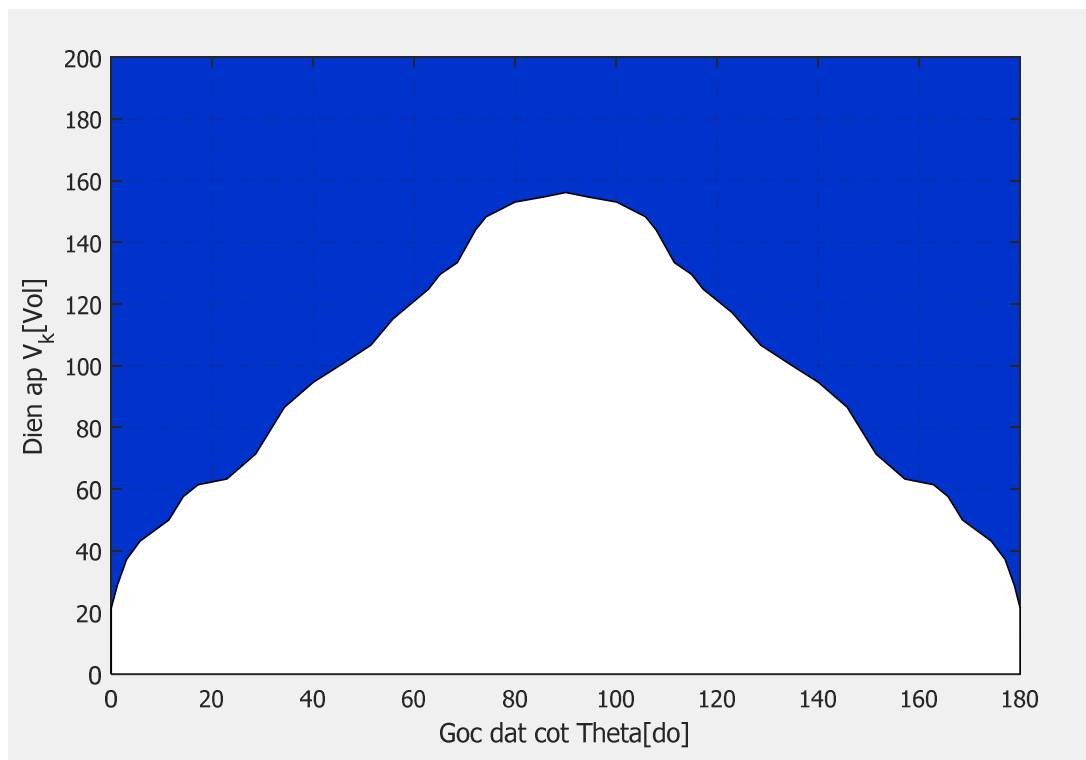
Miền ổn định trong trường hợp 2 tham số thay đổi là tập hợp tất cả các điểm trên mặt phẳng tọa độ mà mỗi trục thể hiện sự biến thiên của một tham số lựa chọn. Giải bài toán khi thay đổi giá trị của tham số này, còn tham số kia không thay đổi, sẽ nhận được một điểm trên mặt phẳng tọa độ được tô màu đậm (nếu là hệ ổn định), để trống (nếu là hệ mất ổn định). Theo nguyên tắc đó, để xây dựng một miền ổn định tác giả thực hiện một khối lượng tính toán khá lớn, mỗi tham số được chia thành 90 điểm đều nhau, nghĩa là để nhận được một miền ổn định, tác giả đã giải  $90 \times 90 =$

8100 bài toán khác nhau, thời gian tính gần 170 phút. Việc này được thực hiện khá thuận lợi bằng cách tạo một function chứa chu trình theo 2 tham số, trong mỗi bước sẽ gọi chương trình tính ổn định của hệ như đã trình bày ở trên. Khảo sát bài toán xuất phát, với 2 trường hợp:

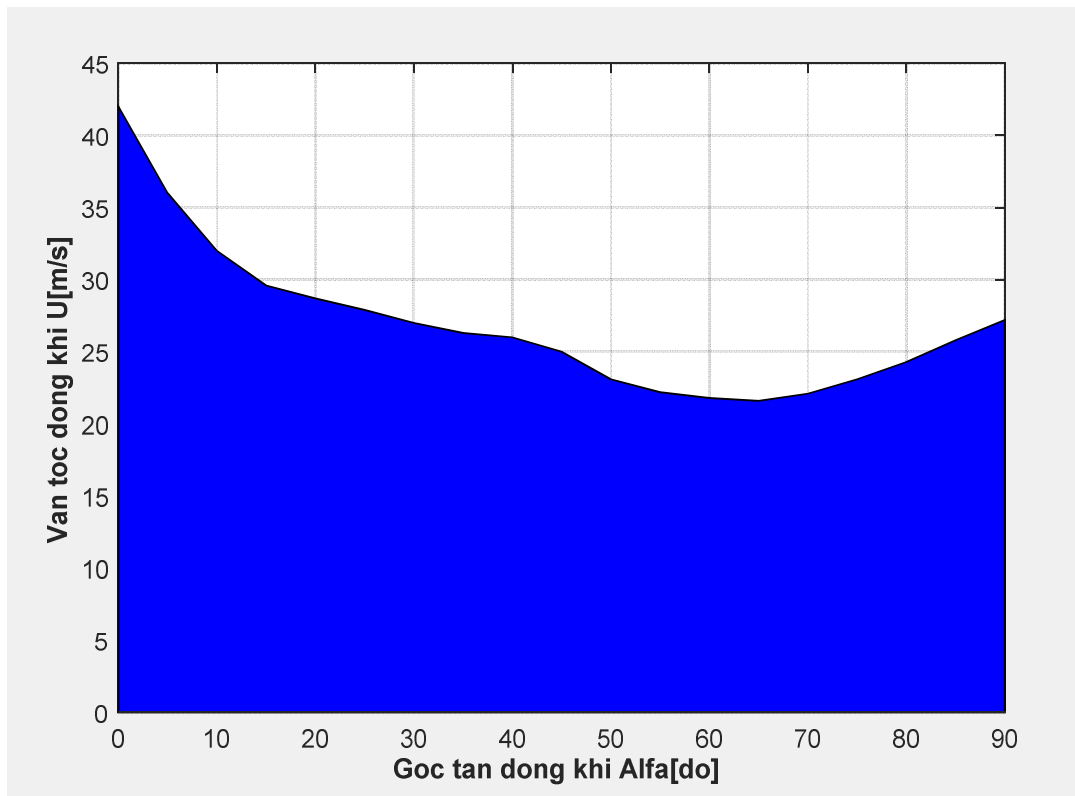
TH1: Góc đặt cột  $\theta$  và điện áp áp đặt  $V$  thay đổi, trong đó  $\theta$  biến thiên từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$  và  $V$  biến thiên từ  $0V$  đến  $150V$ ;

TH2: Góc tới  $\alpha$  của dòng khí và vận tốc dòng khí  $U$  thay đổi, trong đó  $\alpha$  biến thiên từ  $0^\circ$  đến  $90^\circ$  và  $U$  biến thiên từ  $0m/s$  đến  $50m/s$ .

Kết quả miền ổn định của tấm cho 2 trường hợp được thể hiện như trên hình 3.68 và 3.69.



**Hình 3.68.** Miền ổn định và mất ổn định của tấm theo  $\theta$  và  $V$   
(Miền đậm là ổn định, miền trắng là không ổn định)



**Hình 3.69.** Miền ổn định và mất ổn định của tấm theo  $\alpha$  và  $U$   
(Miền đậm là ổn định, miền trắng là không ổn định)

**Nhận xét:** Từ miền ổn định cho thấy, với kết cấu cụ thể đã xét cho phép xác định được các giá trị hợp lý của góc đặt cốt cho lớp composite và điện thế áp đặt lên lớp áp điện hoặc lựa chọn cặp giá trị của góc tấn và vận tốc gió hợp lý để điều khiển khả năng ổn định của tấm một cách chủ động. Ví dụ: khi góc đặt cốt là  $0^0$  ( $180^0$ ) thì để tấm ổn định, điện thế áp đặt cần phải lớn hơn hoặc bằng 21V; khi góc đặt cốt là  $90^0$  thì để tấm ổn định, điện áp áp đặt cần phải lớn hơn hoặc bằng 158V; khi góc tới của dòng khí là  $0^0$  và vận tốc dòng khí nhỏ hơn 43m/s thì tấm hoàn toàn ổn định, v.v..

### 3.4. Kết luận chương 3

- Khảo sát số trên nhiều lớp bài toán tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động, trong đó các thông số vật liệu, kết

cấu, liên kết thay đổi cho thấy đáp ứng động của tấm theo thời gian. Kết quả khảo sát số cho thấy ảnh hưởng đáng kể của tốc độ dòng khí, tính chất áp điện, tỷ lệ giữa bề rộng và chiều dày tấm,...đến khả năng dao động và ổn định của tấm. Qua việc xác định được tốc độ gió tới hạn sẽ làm cơ sở cho việc tính toán thiết kế kết cấu hợp lý nhằm đảm bảo sự ổn định của tấm dưới tác động của vận tốc dòng khí, cũng như đưa ra các giải pháp về kết cấu cho phép điều khiển được dao động và ổn định của tấm khi chịu tác dụng của lực khí động.

- Xây dựng miền ổn định cho tấm composite áp điện có gân gia cường với hai cặp thông số là: góc đặt cốt và điện áp; vận tốc gió và góc tấn. Qua đó cho phép lựa chọn được các thông số tối ưu trong điều khiển dao động của tấm một cách chủ động và tính toán kết cấu tấm cho phù hợp với lực khí động từng điều kiện cụ thể.

- Các số liệu, nhận xét có tác dụng định hướng nghiên cứu đáp ứng động lực học, ổn định của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động áp dụng trong các lĩnh vực kỹ thuật như: hàng không vũ trụ, cơ khí chính xác, vũ khí thông minh, v.v..

## CHƯƠNG 4

### NGHIÊN CỨU THỰC NGHIỆM

#### 4.1. Đặt vấn đề

Nhìn chung, các kết cấu bằng vật liệu áp điện hoặc kết cấu có sự tham gia của vật liệu áp điện đã được nhiều nhà khoa học tập trung nghiên cứu, nhưng chủ yếu là nghiên cứu lý thuyết do có sự khó khăn về điều kiện thí nghiệm nên kết quả về nghiên cứu thực nghiệm chưa có nhiều công bố. Nhằm mục đích góp phần bổ sung, làm phong phú kết quả nghiên cứu đối với kết cấu tấm composite có lớp áp điện, trong nội dung chương này, tác giả luận án tiến hành nghiên cứu bằng thực nghiệm nhằm xác định phản ứng động của tấm composite có miếng áp điện chịu tác dụng của lực khí động. Với các kết quả thực nghiệm thu được, tác giả sẽ tiến hành so sánh với kết quả tính toán lý thuyết bởi chương trình tính đã lập trong chương 2 nhằm góp phần khẳng định tính phù hợp của thuật toán và độ tin cậy của chương trình đã lập.

Quá trình chế tạo mô hình và thí nghiệm được tiến hành tại Phòng thí nghiệm Trọng điểm Quốc gia Điều khiển số & Kỹ thuật Hệ thống (DCSElab) - Đại học Bách khoa - Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.

#### 4.2. Mô tả thí nghiệm

##### 4.2.1. Thiết lập thí nghiệm

Tấm composite áp điện là loại chữ nhật bằng, kích thước  $a \times b \times h$ , trong đó  $a$  là chiều rộng,  $b$  là chiều dài và  $h$  là chiều dày của tấm, tấm được gia cường bởi 3 gân dọc và 3 gân ngang trực giao nhau và song song với các cạnh của tấm, kích thước gân ( $a_g \times b_g \times h_g$ ). Tấm và gân có cùng loại vật liệu composite Graphite/Epoxy T300/976, chiều dày mỗi lớp composite là 0,7mm. Trên tấm có dán miếng áp điện PZT phía không có gân gia cường.

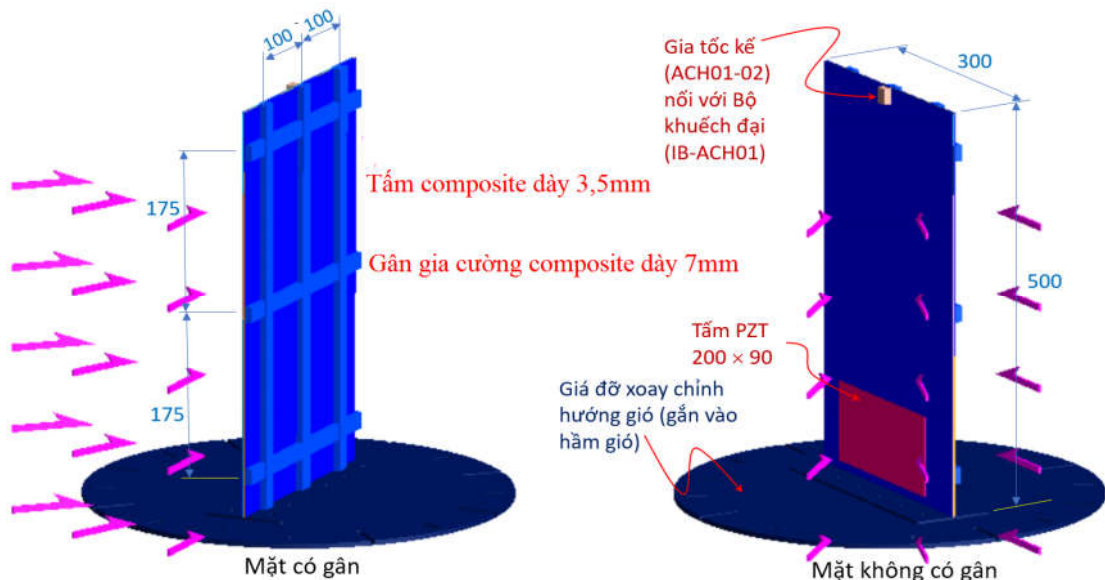
Tấm được liên kết ngang dạng conson tại một cạnh gắn lên khung giá đỡ chuyên dụng. Các số liệu hình học như sau:

- Tấm có kích thước  $a = 500\text{mm}$ ,  $b = 300\text{mm}$ ,  $h = 3,5\text{mm}$ ;
- Gân dọc có kích thước  $a_g = 500\text{mm}$ ,  $b_g = 15\text{mm}$ ,  $h_g = 7\text{mm}$ ;
- Gân ngang có kích thước  $a_g = 300\text{mm}$ ,  $b_g = 15\text{mm}$ ,  $h_g = 7\text{mm}$ ;

Giá đỡ và liên kết là loại chuyên dùng, có thể xoay chỉnh hướng gió tương ứng với các góc  $\alpha$ . Giá đỡ có thể xem như cứng tuyệt đối.

- Miếng áp điện loại PZT G-1195N có kích thước  $200\text{mm} \times 90\text{mm} \times 0,1\text{mm}$ .

Thí nghiệm được bố trí như trên hình 4.1.



**Hình 4.1.** Thiết lập mô hình thí nghiệm

**Thông số vật liệu làm mô hình thí nghiệm như sau:**

- Tấm và gân composite Graphite/Epoxy T300/976 (Korea):  $E_1 = 178,2$  GPa;  $E_2 = 9,78$  GPa;  $G_{12} = G_{13} = 7,25$  GPa;  $G_{23} = 2,51$  GPa;  $\nu = 0,34$ ;  $\rho = 1600$  kg/m<sup>3</sup>.

- Tấm áp điện PZT G-1195N (Mide Technology Corporation, USA):  $E = 63,0$  GPa;  $G = 24,2$  GPa;  $\nu = 0,3$ ,  $\rho = 7600$  kg/m<sup>3</sup>;  $d_{31} = d_{32} = 2,54 \times 10^{-10}$  m/V;  $p_{11} = p_{22} = p_{33} = 15 \times 10^{-9}$  F/m.

#### 4.2.2. Thiết bị đo đáp ứng động

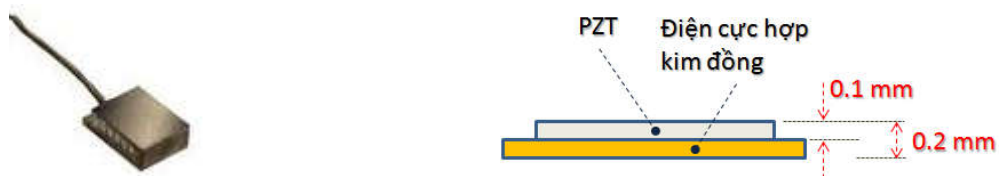
Để xác định gia tốc và biến dạng của tấm, tác giả sử dụng cảm biến gia tốc và tấm piezo PZT liên kết trực tiếp lên tấm, tại vị trí cần đo. Với cách thiết lập thí nghiệm và mục tiêu cần đo, cảm biến gia tốc và tấm PZT được bố trí như trên hình 4.1. Trong đó:

- Cảm biến gia tốc sử dụng trong thí nghiệm là loại ACH01-02 (Hình 4.2a), với các thông số kỹ thuật như sau:

Kích thước: 13mm×19mm×6mm, trọng lượng: 3gram, độ nhạy: 10mV/g, dải tần số đo: 1,0Hz ÷ 20kHz, dải động học: ± 250g, độ phân dải:  $40\mu\text{g}\sqrt{\text{Hz}}$ , tần số cộng hưởng: > 35kHz, độ tuyến tính: 0.1%, dải nhiệt độ hoạt động: -40<sup>0</sup>C đến +80<sup>0</sup>C, pick lớn nhất cho phép: 1000g, phương pháp định vị: bằng keo dán chuyên dụng.

- Tấm điện trở dùng để xác định biến dạng (Strain gauge) là loại piezo PZT G-1195N dạng gốm có cấu tạo như hình 4.2b. Mặt dưới của tấm PZT được gắn chặt với điện cực làm bằng hợp kim đồng. Mặt trên có phủ điện cực hợp kim bạc có thể hàn nối với nguồn điện cấp điều khiển.

Để xác định đáp ứng biến dạng, các tấm PZT được liên kết với bề mặt của tấm composite tại vị trí đo, theo phương đo bằng keo dán chuyên dụng.



a) Cảm biến gia tốc ACH01-02,      b) Tấm piezo PZT đo biến dạng

**Hình 4.2.** Cảm biến gia tốc và tấm piezo PZT đo biến dạng

#### 4.2.3. Bộ phát tín hiệu chuẩn *Onsoku*

Bộ phát tín hiệu chuẩn là thiết bị phát điện áp (V) ở dạng hình sine và cho phép thay đổi điện áp (V) với tần số điều chỉnh tùy chọn (Hình 4.3).



Bộ phát tín hiệu chuẩn được sử dụng trong thí nghiệm này là kiểu OG-422A của hãng Onsoku (Nhật Bản). Các thông số kỹ thuật của máy như sau: điện áp đầu ra tối đa:  $0 \div 20$  VAC, dải tần số phát:  $0 \div 20$  kHz, điều chỉnh vô cấp. Công suất phát: 20 (W). Điện áp đầu vào: 100V, 115V, 220V và 240 V. Tần số 50/60Hz. Hiển thị điện áp phát bằng màn hình LED. Điều chỉnh tần số phát theo đĩa chia độ.



**Hình 4.3.** Bộ phát tín hiệu chuẩn Onsoku (Nhật Bản)

Trong thí nghiệm này, bộ tạo tín hiệu được sử dụng bằng cách kết hợp bộ phát tín hiệu và bộ khuếch đại piezo tuyến tính EPA-104-230 (Hình 4.4).

#### **4.2.4. Bộ khuếch đại piezo tuyến tính EPA-104-230**

Bộ khuếch đại này dùng điều chỉnh điện áp vào, ra của tấm áp điện. Các thông số kỹ thuật của khuếch đại gồm: Điện áp vào lớn nhất  $\pm 10$  Vp (max), điện áp ra  $\pm 200$  Vp/200mA (max), khuếch đại tuyến tính:  $0 \div 20X$ .



**Hình 4.4.** Bộ khuếch đại piezo tuyến tính EPA-104-230

#### 4.2.5. Bộ thu nhận dữ liệu 2 kênh áp điện HnB75B

Bộ thu nhận dữ liệu 2 kênh áp điện HnB75B (Hình 4.5) là thiết bị thu nhận dữ liệu (data acquisition) 2 kênh với đầu vào điện áp cho phép thu nhận tín hiệu đo tương tự và chuyển đổi sang tín hiệu số dùng chip ADC 7807 với độ phân giải 16 bits/10 kHz và kết nối với máy tính thông qua phần mềm viết trên nền C chuẩn theo thời gian thực. Các thông số chính như sau:

- Số kênh đo: 2 kênh đồng thời theo thời gian thực.
- Đo điện áp, dải đo: 5V
- Độ chính xác: +/- 0.2%
- Tần số lấy mẫu: max 10 kHz
- Kết nối máy tính, dữ liệu thu thập lưu trữ ở dạng text, hiển thị đồ họa, có các bộ xử lý FFT, DFT
- ADC 16 bits



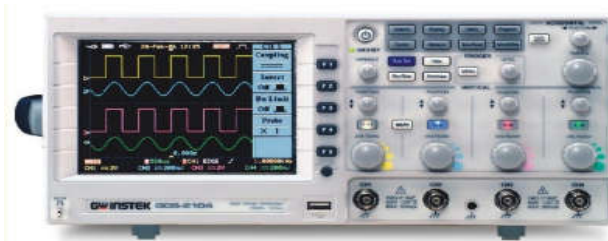
**Hình 4.5.** Bộ thu nhận dữ liệu 2 kênh áp điện HnB75B

#### 4.2.6. Máy hiện sóng (oscilloscope)

Máy hiện sóng sử dụng trong thí nghiệm ký hiệu GWinstek GDS-2104 do Đài Loan sản xuất (Hình 4.6). Máy GWinstek GDS-2104 có chức năng ghi lại phản ứng gia tốc của tấm tại điểm đo, sau đó đánh dấu trên màn hình và lưu trữ dữ liệu trong máy tính. Thông số kỹ thuật chính như sau: Băng thông : 100Mhz; Số kênh : 4; Tốc độ lấy mẫu : 1Gsa/s; Risetime: 5ns; Bộ nhớ sóng : 10Mpts; Độ phân giải : 8 bit; Đầu vào : AC, DC, GND

Trở kháng:  $1\text{M}\Omega//16\text{pF}$ ; Độ chính xác DC:  $\pm(3\%)$  (2mV/div); Điện áp vào max: 300Vrms, CAT I; Điện áp: 1mV/div ~ 5V/div; Tính toán sóng: +, -, FFT; Trigger: CH1, CH2, CH3, CH4, Line, EXT; Màn hình : 5,6" TFT LCD WVGA; Giao tiếp : USB2.0, LAN.

Thông qua chương trình mô phỏng đã được thiết lập trong các thiết bị và máy tính, các rung động của tấm tại các điểm đo được hiển thị trên màn hình của máy GWinstek GDS-2104 với các thông số rung ở mỗi chu kỳ dao động.



**Hình 4.6.** Máy hiện sóng GWinstek GDS-2104

#### ***4.2.7. Thiết bị tạo gió:***

Thiết bị tạo gió (hầm gió hở) sử dụng động cơ quạt có công suất 22 kw để tạo gió trong buồng thử có kích thước là 1000x1000 mm. Tốc độ thổi gió lớn nhất đạt 15m/s (54 km/h). Thiết bị tạo gió của Phòng thí nghiệm trọng điểm Quốc gia Điều khiển số & Kỹ thuật Hệ thống (DCSElab) Đại học Bách khoa – T.P Hồ Chí Minh (Hình 4.7).



**Hình 4.7.** Thiết bị tạo gió (Hàm gió)

### **4.3. Phương pháp xác định gia tốc, biến dạng của kết cấu**

#### **4.3.1. Đo gia tốc:**

Để đo gia tốc dao động tại vị trí nào đó thuộc tấm, tiến hành gắn đầu đo gia tốc cố định tại điểm cần đo, trong đó tùy theo phương gia tốc cần đo, đầu đo gia tốc được gắn vào kết cấu sao cho phương trục đầu đo trùng với phương cần đo gia tốc. Cụ thể trong nội dung thí nghiệm của chương này, tác giả gắn đầu đo gia tốc vào điểm vị trí trục đối xứng của tấm, cách ngàm một khoảng  $h_4 = 495\text{mm}$ , hướng trục đầu đo vuông góc với mặt trung bình tấm (Hình 4.1).

Theo đó, dưới tác dụng của lực khí động, tấm dao động và đồng nghĩa với đầu đo gia tốc dao động theo, tín hiệu đáp ứng gia tốc theo thời gian được truyền về khối thu, phân tích dữ liệu đo. Kết quả mỗi lần đo, tương ứng với một đầu đo có được bộ số liệu thể hiện đáp ứng gia tốc theo thời gian của vị trí trên kết cấu mà tại đó gắn đầu đo gia tốc. Từ đáp ứng gia tốc - thời gian, với môđun xử lý *deflection analysis* được tích hợp trong máy đo, tiến hành phân tích (tích phân) và kết quả là có được đáp ứng vận tốc (tích phân lần thứ nhất) và chuyển vị (tích phân lần thứ 2) theo thời gian của điểm đo.

Để so sánh với kết quả thí nghiệm và tính toán lý thuyết, tác giả sử dụng chương trình SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 đã lập trong chương 2, trong đó phương pháp gia tải và các thông số tính toán tương ứng như trong thí nghiệm.

#### **4.3.2. Đo biến dạng:**

Để có được biến dạng tại một điểm trên tấm cần dán tấm điện trở đo biến dạng tại vị trí đo. Dưới tác dụng của lực khí động, tấm bị biến dạng sẽ làm cho tấm PZT (bám dính tuyệt đối với bề mặt tấm) biến dạng theo, tín hiệu cơ học này được chuyển thành tín hiệu số và truyền về khối thu, xử lý tín hiệu của máy đo, kết quả có được bộ số liệu đáp ứng biến dạng theo thời gian tại điểm đo.

#### **4.4. Cơ sở phân tích và xử lý kết quả thí nghiệm**

Việc thu thập, tích hợp số liệu (đáp ứng gia tốc, biến dạng theo thời gian) của mỗi lần thí nghiệm được môđun lưu trữ, xử lý có trong bộ thiết bị đo, đây là bộ số liệu thống kê cho 01 lần đo [4]. Để có được kết quả đo đại diện, cần phải xử lý thống kê từ n lần đo, điều này được tác giả luận án thực hiện trên cơ sở của lý thuyết xử lý số liệu xác suất thống kê, với trình tự các bước như sau:

Giả sử, mỗi vị trí cần xác định gia tốc, biến dạng, ta tiến hành đo n lần, mỗi lần đo có được bộ số liệu  $[t_i, N_i]$ , với i là số bước thời gian trích mẫu thí nghiệm của máy đo.

Bước 1. Xuất bộ số liệu đo của n lần đo từ bộ nhớ máy tính.

Bước 2. Xác định trung bình  $\bar{N}$  của mỗi giá trị tại cùng thời điểm đo trên dãy số liệu  $(N_i)_j$ , với  $j = \overline{1, n}$ :

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (N_i)_j \quad (4.1)$$

Bước 3. Tập hợp bộ số liệu  $[t_i, \bar{N}_i]$ , vẽ đáp ứng theo thời gian của bộ số liệu đo sau khi đã được xử lý thống kê.

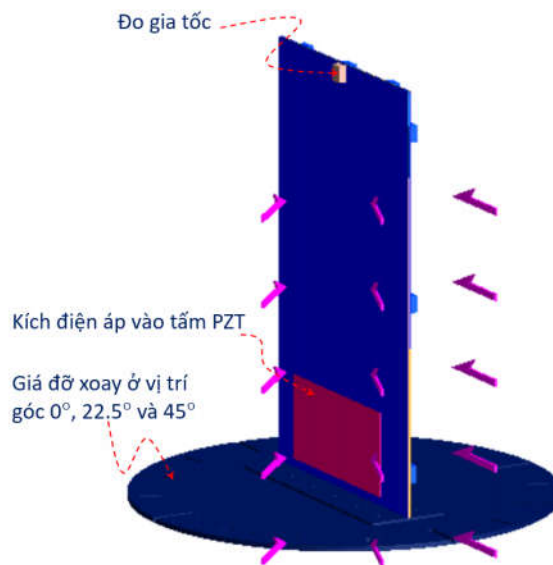
Bước 4. Vẽ đáp ứng theo thời gian và xác định giá trị lớn nhất  $\bar{N}_{\max}$  và nhỏ nhất  $\bar{N}_{\min}$  của bộ số liệu sau khi đã xử lý:

$$\begin{cases} \bar{N}_{\max} = \max |\bar{N}_i| \\ \bar{N}_{\min} = \min |\bar{N}_i| \end{cases} \quad (4.2)$$

Bước 5. Đánh giá, nhận xét kết quả.

#### 4.5. Thí nghiệm và kết quả thí nghiệm

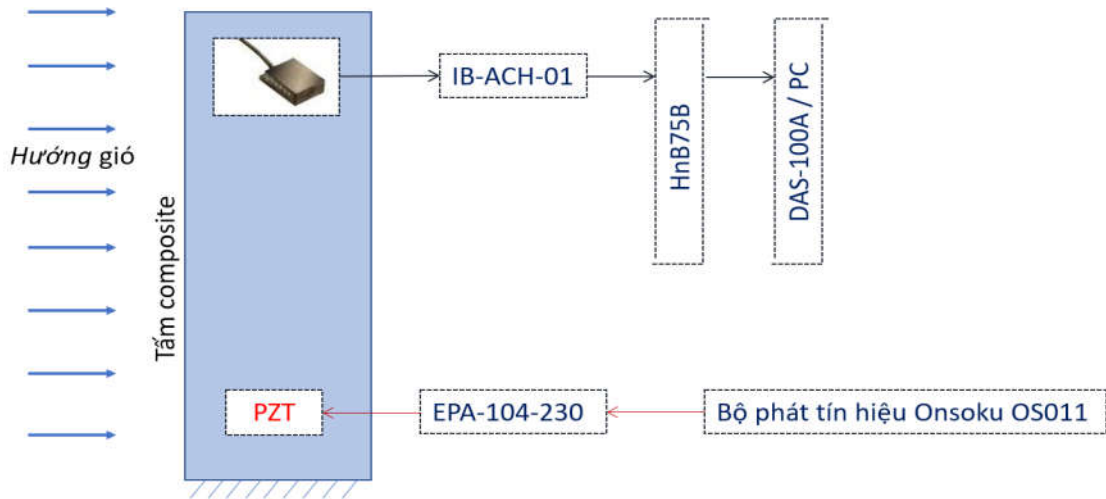
Trên cơ sở thí nghiệm đã thiết lập, đặt tấm composite lên khung giá đỡ chuyên dùng có thể xoay được các góc, gắn miếng áp điện PZT tại vị trí sát cạnh ngàm của tấm. Tại vị trí trên phía cạnh ngấn tự do (không ngàm) gắn cảm biến gia tốc để đo đáp ứng gia tốc theo phương pháp tuyến của tấm (Hình 4.8). Ở trạng thái ban đầu, tấm thẳng đứng, các tín hiệu trên các đầu đo được điều chỉnh về ở trạng thái “0”.



**Hình 4.8.** Sơ đồ vị trí gắn tấm áp điện và cảm biến đo gia tốc

Tấm composite được kích điện áp qua tấm PZT với dòng điện xoay chiều có tần số có thể thay đổi. Toàn bộ tấm được đặt tại khu vực thử (ô

quan sát) của hầm gió. Việc dò tìm cộng hưởng được thực hiện bằng cách điều chỉnh tần số kích của điện áp vào tấm PZT (để tấm cộng hưởng). Đo đáp ứng gia tốc bằng gia tốc kế ACH-01-02. Sơ đồ nguyên lý đo và phương pháp gia tải như hình 4.9.

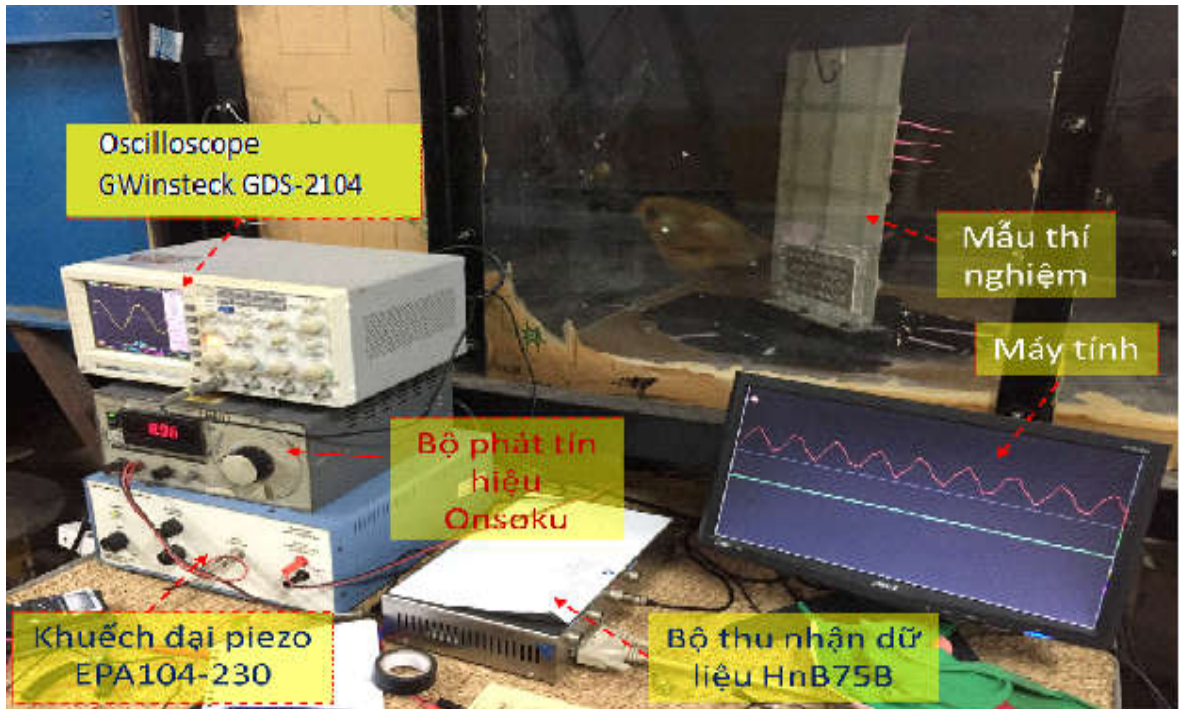


**Hình 4.9.** Sơ đồ bố trí thí nghiệm

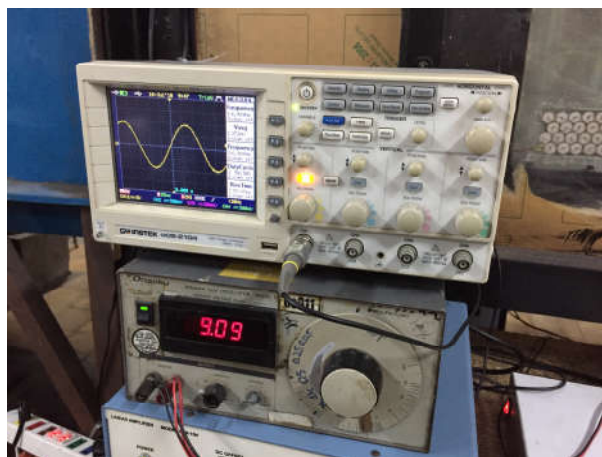
Tiến hành thí nghiệm 05 lần ( $n = 5$ ) xác định được bộ số liệu đáp ứng gia tốc theo thời gian. Sau khi xử lý số liệu theo phương pháp thống kê, bằng phần mềm DAS-100A chuyên dụng, ta có được đáp ứng theo thời gian của gia tốc và điện áp ra tại vị trí đo.



**Hình 4.10.** Lắp đặt mẫu thí nghiệm trong hầm gió



**Hình 4.11.** Bố trí thiết bị đo thí nghiệm thực tế



a) *Hiện thị kết quả 1 lần đo*



b) *Hướng dẫn thí nghiệm*

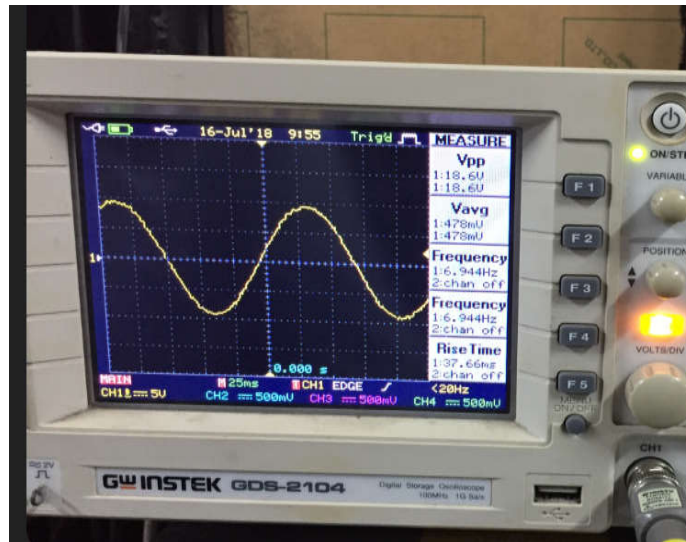
**Hình 4.12.** Thí nghiệm và kết quả 01 lần đo

- Cấp điện áp thay đổi ( $= V_{in} \times K_{amp}$ ) vào tấm PZT, điện áp này có tần số điều chỉnh được (để tấm cộng hưởng).
- Đo đáp ứng gia tốc từ gia tốc kế ACH-01-02.
- Ghi lại đáp ứng gia tốc (g) theo thời gian.
- Kết quả được ghi trên các file.csv (dạng text, đọc trên Excel).



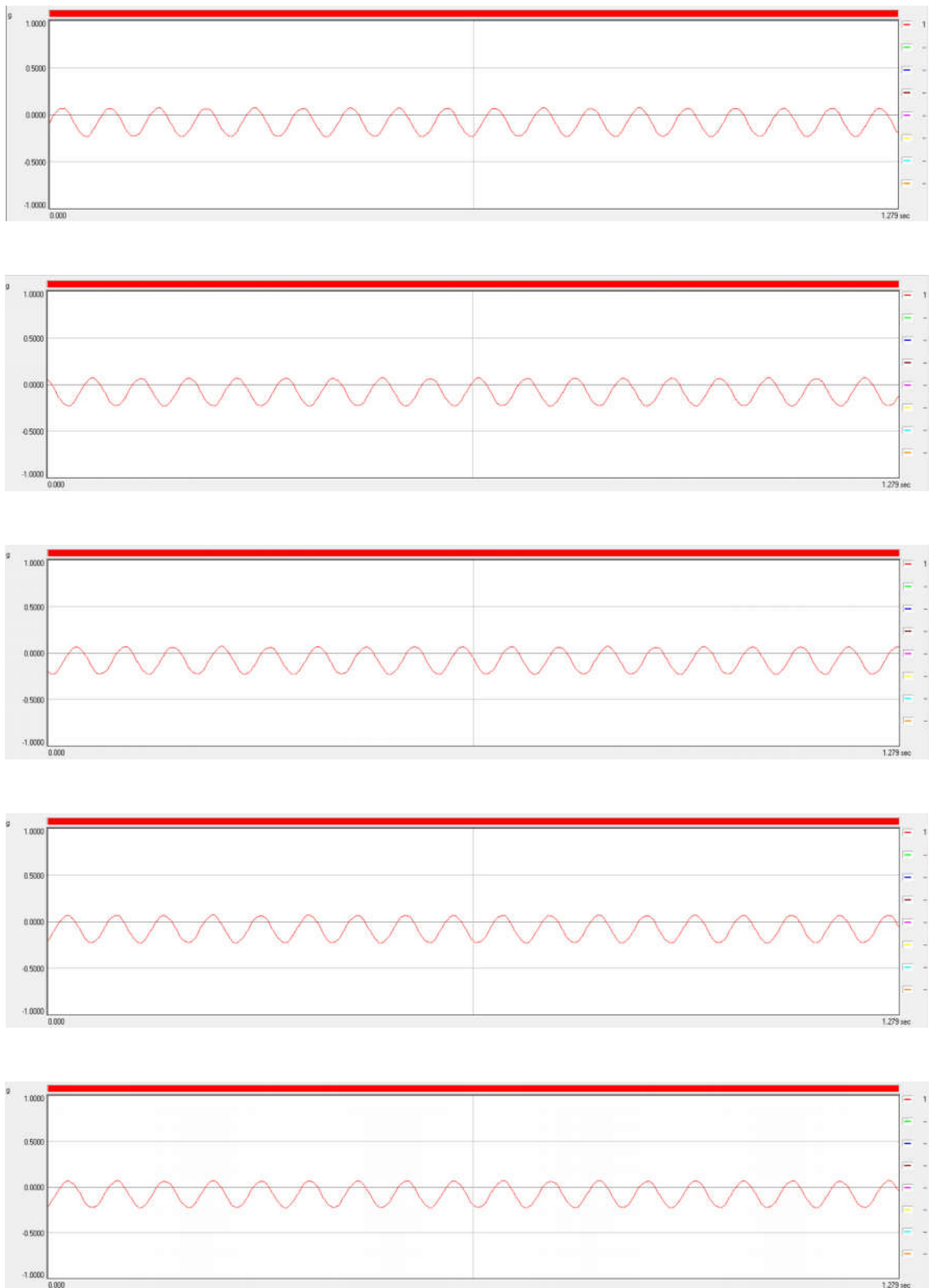
### Kết quả đo:

**Trường hợp 1:** Tấm đặt ở góc  $0^\circ$ , vận tốc gió  $U = 5\text{m/s}$  và  $10\text{m/s}$ , điện áp kích  $V_{in} = 9.30\text{V}$  (đỉnh), tần số kích thích  $f = 6,944\text{Hz}$ ,  $K_{amp} = 20$ , do đó điện áp cấp sẽ là:  $V_{in} \times K_{amp} = 9.30\text{V} \times 20 = 186.0\text{V}$ . Tần số lấy mẫu  $f_{samp} = 1000\text{Hz}$ .



**Hình 4.13.** Điện áp  $V_{in} = 9,30\text{V}$ , tần số kích thích  $f = 6,944\text{Hz}$  được khuếch đại lên 20 lần

Kết quả đo đáp ứng gia tốc theo thời gian trong 5 lần đo liên tiếp với tần số kích thích  $f = 6,944\text{Hz}$  và vận tốc gió  $U = 5\text{m/s}$  (Hình 4.1).



**Hình 4.14.** Đáp ứng gia tốc theo thời gian trong 5 lần đo liên tiếp  
( $f = 6.944 \text{ Hz}$ ,  $U = 5 \text{ m/s}$ )

**Bảng 4.1.** Giá trị Max/Min theo thời gian của đại lượng đo

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.07450	0.07390	0.07330	0.07240	0.06980	g
		0.308	0.890	0.745	0.165	0.527	sec
	MIN	-0.23700	-0.23600	-0.23600	-0.23500	-0.23500	g
		0.418	0.780	0.998	0.056	0.199	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.07190	0.07150	0.07130	0.07110	0.07100	g
		1.084	0.647	0.068	1.228	0.504	sec
	MIN	-0.23500	-0.23400	-0.23400	-0.23300	-0.23300	g
		0.975	0.175	0.394	0.756	1.118	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.07180	0.07060	0.06920	0.06820	0.06800	g
		0.261	0.842	0.405	0.985	1.278	sec
	MIN	-0.23300	-0.23300	-0.23200	-0.23200	-0.23100	g
		0.152	0.732	0.513	1.094	0.370	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.07230	0.07200	0.07110	0.07050	0.06730	g
		0.829	0.248	0.973	0.392	1.265	sec
	MIN	-0.23200	-0.23200	-0.23200	-0.23200	-0.23000	g
		0.138	0.500	0.719	1.082	0.282	sec

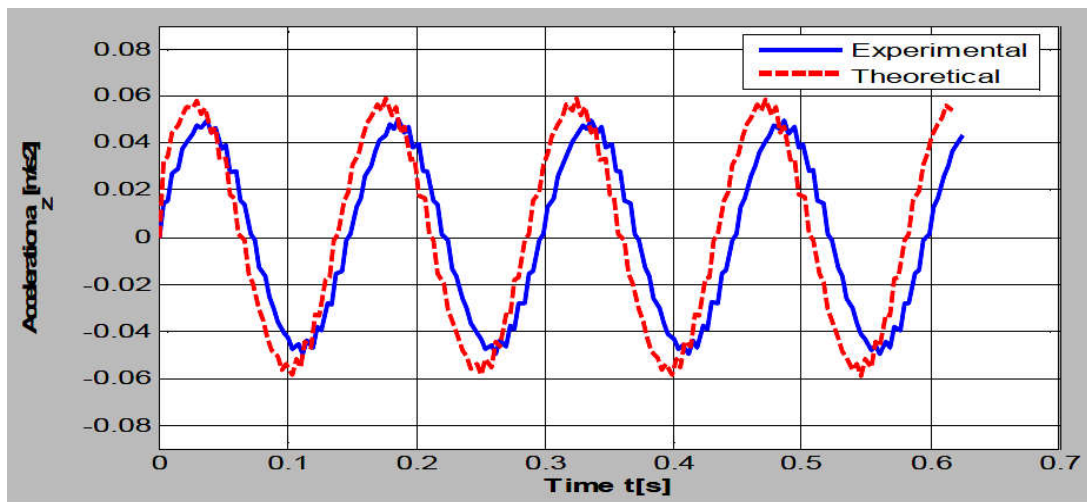
CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.07090	0.06990	0.06980	0.06970	0.06960	g
		1.265	0.249	0.828	0.685	0.105	sec
	MIN	-0.23100	-0.23000	-0.23000	-0.23000	-0.23000	g
		1.156	0.138	0.356	0.575	0.719	sec

*Giá trị gia tốc max/min tại 5 vị trí đầu tiên của đáp ứng gia tốc với*  
 $f = 6.944 \text{ Hz}$ ,  $U = 5 \text{ m/s}$

Kết quả đo trường hợp tấm đặt ở góc  $0^\circ$  với vận tốc gió  $U=10\text{m/s}$  và các trường hợp tấm đặt lệch góc  $22,5^\circ$  và  $45^\circ$  với vận tốc gió  $U=5 \text{ m/s}$  và  $10\text{m/s}$  được thể hiện trong Phụ lục 1.

Khi tiến hành thực nghiệm 3 trường hợp trên, điện áp kích tăng dần từ 0V đến 186V, 190V và 184V bằng cách tăng dần  $K_{\text{amp}}$  từ 0 đến 20. Điều chỉnh tần số điện áp kích tăng dần trên bộ phát tín hiệu Onsoku OS011 đến khi tấm composite áp điện có gợn gia cường dao động lớn nhất. Tần số này được xem như là tần số cộng hưởng thứ nhất của tấm (được ghi nhận là  $\sim 6,94\text{Hz}$  đến  $6,99\text{Hz}$ ).

Trên hình 4.15 thể hiện đáp ứng gia tốc theo thời gian tại điểm đo cho 2 phương pháp: lý thuyết (tính toán theo chương trình tính SSP\_2018) và thực nghiệm trong trường hợp tấm đặt lệch góc  $45^\circ$  và vận tốc gió  $U=5\text{m/s}$ .



**Hình 4.15.** Đáp ứng gia tốc tại điểm đo của tấm ( $U = 5\text{m/s}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ )

**Bảng 4.2.** Giá trị lớn nhất của gia tốc ( $U = 5\text{m/s}$  và góc tấn của gió khác nhau)

Phương pháp	$a^{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\alpha$	Sai khác [%]
Thí nghiệm	0,050	45 <sup>0</sup>	11,8
SSP_2018	0,0559		
Thí nghiệm	0,061	22,5 <sup>0</sup>	10,7
SSP_2018	0,0675		
Thí nghiệm	0,072	0 <sup>0</sup>	10,1
SSP_2018	0,0793		

**Nhận xét:** Kết quả nghiên cứu lý thuyết bằng chương trình tính SSP\_2018 do tác giả lập và kết quả thí nghiệm đối với đáp ứng gia tốc tại điểm đo thuộc tấm với các góc tấn của hướng gió khác nhau là đồng dạng, với sai số lớn nhất trong 3 trường hợp là 11,8%. Điều này cho thấy thuật toán và chương trình tính SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 do tác giả lập ở chương 2 là có cơ sở để tin cậy.

#### 4.6. Kết luận chương 4

Qua việc thí nghiệm đo gia tốc của mẫu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động thay đổi 5 m/s và 10 m/s với các

góc tấn khác nhau là:  $0^\circ$ ;  $22,5^\circ$  và  $45^\circ$  trong ống thổi, tác giả đã rút ra được một số kết luận như sau:

- Đáp ứng gia tốc của tấm khi thực nghiệm có độ trễ so với tính toán lý thuyết là phù hợp với thực tế. Tốc độ gió ảnh hưởng đến dao động của tấm, tuy nhiên khi góc tấn của dòng khí lớn thì dao động của tấm lại nhỏ hơn so với góc tấn nhỏ do tấm đã bị biến dạng và trở nên “cứng” hơn.

- Do điều kiện chế tạo mô hình thí nghiệm chưa giống hoàn toàn so với mô hình tính toán lý thuyết (vật liệu, kích thước tấm, gân và miếng áp điện,..) nên dẫn đến sai số về đáp ứng gia tốc giữa lý thuyết và thực nghiệm (sai số lớn nhất là 11,8%), tuy nhiên, sai số này trong phạm vi chấp nhận được.

- Kết quả nghiên cứu thực nghiệm và tính toán lý thuyết bằng chương trình tính SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 trên mô hình tương tự là khá đồng dạng về quy luật, điều này cho phép góp phần khẳng định độ phù hợp của thuật toán, độ tin cậy của chương trình tính do tác giả lập ở chương 2.

## KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

### I. Những đóng góp mới của luận án:

1, Sử dụng lý thuyết tám biến dạng bậc nhất và phương pháp phần tử hữu hạn xây dựng thuật toán và chương trình tính SMART\_STIFFENED\_PLATE\_2018 phân tích phi tuyến động lực học của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tải trọng khí động, trong đó đã xét đến tính chất cản tổng thể của hệ. Ngoài việc xác định đáp ứng phi tuyến động lực học, thuật toán và chương trình tính còn cho phép xem khả năng mất ổn định của tấm dưới tác dụng của lực khí động. Chương trình tính đã được kiểm chứng và cho thấy đảm bảo tin cậy. Nội dung cơ bản của phần này đã được công bố trong các công trình [1], [3], [4] của tác giả luận án và các cộng sự.

2, Kết quả khảo sát số trên nhiều lớp bài toán với các thông số kết cấu, tải trọng, tính chất cản, liên kết, điện áp, tấm áp điện thay đổi, đưa ra các nhận xét, đánh giá định lượng có ý nghĩa khoa học và thực tiễn trong lĩnh vực kỹ thuật. Trên cơ sở các cặp thông số (góc cốt và điện áp, góc tấn và vận tốc dòng khí) thay đổi, xây dựng được miền ổn định động của tấm composite áp điện có gân gia cường, cho phép lựa chọn các cặp thông số hợp lý nhằm mục đích tăng khả năng ổn định và giảm dao động cho tấm. Nội dung được công bố trong các công trình [2], [5] của tác giả và các cộng sự.

3, Bộ số liệu thực nghiệm nghiên cứu đáp ứng động lực học của kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động do dòng khí trong ống thổi gây ra đã góp phần khẳng định sự phù hợp của thuật toán và độ tin cậy của chương trình tính do tác giả đã lập. Nội dung được công bố trong công trình [6] của tác giả và cộng sự.

### II. Nhận xét và kiến nghị:

1, Tính toán phi tuyến động lực học, cho phép xem xét bài toán ổn định của kết cấu tấm composite gia cường có sự tham gia của các lớp hoặc

các miếng áp điện chịu tải trọng động, trong đó có kể đến tính chất cản áp điện, cản kết cấu là vấn đề khó và phức tạp, nhưng qua kết quả của luận án có thể khẳng định tính tin cậy của phương pháp và chương trình tính do tác giả luận án đã xây dựng. Đây là điều kiện tốt cho các nghiên cứu tiếp theo đối với các kết cấu phức tạp hơn như: tấm composite áp điện lượn sóng, kết cấu vỏ composite áp điện có gân gia cường, phục vụ cho các lĩnh vực: hàng không vũ trụ, cơ khí chính xác, công nghiệp quốc phòng, v.v..

2, Ảnh hưởng của tính chất cản, tính chất áp điện, vị trí các miếng áp điện cũng như gân gia cường, góc đặt cốt đến sự làm việc của tấm composite áp điện có gân gia cường là lớn, hầu hết các đại lượng như chuyển vị, vận tốc, gia tốc của tấm không thay đổi một cách tuyến tính với sự thay đổi các đại lượng trên. Cản áp điện kết hợp với cản kết cấu làm giảm dao động và làm tăng khả năng ổn định của tấm một cách đáng kể. Do đó, khi tính toán, thiết kế, chế tạo kết cấu dạng này cần phải kể đến các loại cản trên.

3, Ổn định của tấm khi chịu tải trọng động là phức tạp, việc xây dựng được miền ổn định của tấm composite áp điện có gân gia cường khi chịu tải trọng động có ý nghĩa thực tiễn. Từ miền ổn định có thể xem xét được một cách tổng thể các cặp thông số để đánh giá khả năng ổn định hay không ổn định cho kết cấu tấm.

4, Nội dung nghiên cứu của luận án có thể phát triển theo các hướng:

- Phân tích dao động và ổn định của tấm lượn sóng, vỏ composite áp điện có biện pháp gia cường chịu tác dụng đồng thời của tải trọng cơ và nhiệt độ.

- Phân tích dao động và ổn định của tấm composite áp điện lượn sóng, vỏ composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của lực khí động hay lực khí động và nhiệt độ.

- Nghiên cứu thực nghiệm trên các kết cấu tấm, vỏ composite áp điện có các biện pháp gia cường như: gân, lượn sóng, gấp nếp, v.v..

## DANH MỤC CÔNG TRÌNH CỦA TÁC GIẢ

1. Nguyễn Thái Chung, Nguyễn Ngọc Thủy (2016), *Nghiên cứu ổn định tuyến tính của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng điều hòa*, Tuyển tập công trình Hội nghị Khoa học toàn quốc về Vật liệu và Kết cấu Composite Cơ học, Công nghệ và ứng dụng, Đại học Nha Trang, trang 89-96.
2. Nguyễn Thái Chung, Nguyễn Ngọc Thủy (2017), *Nghiên cứu điều khiển dao động tự do của tấm composite áp điện có gân gia cường sử dụng lý thuyết bậc cao*, Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X, Học viện KTQS, Tập 3, Quyển 1, trang 163-170 .
3. Nguyễn Ngọc Thủy, Nguyễn Thái Chung (2017), *Phân tích động lực học của tấm composite lớp áp điện có gân gia cường sử dụng lý thuyết bậc cao*, Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X, Học viện KTQS, Tập 3, Quyển 2, trang 1197-1204.
4. Nguyen Thai Chung, Nguyen Ngoc Thuy (2018), *Flutter Analysis for Smart Stiffened Plates using Distributed Piezoelectric Sensors and Actuators*, Tạp chí Xây dựng Việt Nam, số 608, trang 208-211.
5. Nguyen Thai Chung, Nguyen Ngoc Thuy, Duong Thi Ngoc Thu and Le Hai Chau (2019), *Numerical and Experimental Analysis of the Dynamic Behavior of Piezoelectric Stiffened Composite Plates Subjected to Airflow*, Mathematical Problems in Engineering (Article ID: 2697242), 10 page (SCIE).
6. Nguyen Ngoc Thuy, Nguyen Thai Chung (2019), *Experimental Analysis of the Dynamic Behaviors of Piezoelectric Stiffened Composite Plates*, Tạp chí Nghiên cứu KH&CN Quân sự, số 59, trang 196-204.



## TÀI LIỆU THAM KHẢO

### Tiếng Việt

1. Nguyễn Quốc Bảo, Trần Nhất Dũng (2002), *Phương pháp phần tử hữu hạn - Lý thuyết và lập trình*, Tập 1,2, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật.
2. Nguyễn Trần Chân, (2011), *Mô hình hóa toán học bài toán liên hợp cơ điện và áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp thực nghiệm cho vật liệu áp điện*, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Khoa học tự nhiên Thành phố Hồ Chí Minh.
3. Nguyễn Thái Chung (2016), *Cơ sở phương pháp phần tử hữu hạn và lập trình Ansys trong cơ kỹ thuật*, Nhà xuất bản Quân đội.
4. Nguyễn Thái Chung (2013), *Thí nghiệm cơ học*, Học viện Kỹ thuật Quân sự.
5. Lê Thúc Định (2015), *Phân tích dao động và ổn định của tấm và vỏ có cơ tính biến thiên chịu tải trọng khí động*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Học viện Kỹ thuật Quân sự.
6. Trương Thị Hương Huyền (2014), *Phân tích phi tuyến động lực học vỏ trụ thoải composite có lớp áp điện*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Học viện KTQS.
7. Lê Kim Ngọc, (2010), *Tính toán tĩnh và dao động của kết cấu tấm composite áp điện*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Đại học Bách khoa Hà Nội.
8. Chu Quốc Thắng (1997), *Phương pháp phần tử hữu hạn*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật.
9. Nguyễn Đình Thắng (2003), *Giáo trình vật liệu điện*, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội.
10. Trần Ích Thịnh (1994), *Vật liệu composite cơ học và tính toán kết cấu*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
11. Trần Thế Văn (2013), *Nghiên cứu ổn định của tấm composite lớp chịu tải trọng khí động*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Học viện Kỹ thuật Quân sự.

12. Nguyễn Thị Thanh Xuân (2014), *Nghiên cứu dao động và ổn định của tấm composite có lớp áp điện*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Học viện Kỹ thuật Quân sự.

### **Tiếng Anh**

13. Abhishek Gupta (2010), *Geometrically Nonlinear Vibration of Laminated Composite Plates Fitted with Piezoelectric Actuators and Subjected to Thermal Environments*, A Thesis Submitted in Partial Fulfillment for the Degree of Bachelor of Technology in Civil Engineering, National Institute of Technology, Rourkela.
14. A. Ghorbanpour Arani, E. Haghparst, (2011), *Electro-Mechanics Buckling of a Piezoelectric Annular Plate Reinforced with BNNTs Under Thermal environment*, Journal of Solid Mechanics Vol.3, No.4(2011), pp.379-391.
15. Alfredo R. de Faria and Mauricio V. Donadon, (2010), *The use of piezoelectric stress stiffening to enhance buckling of laminated plates*, Latin American Journal of Solids and Structures, pp. 167-183.
16. Alfredo. R. de Faria, (2010), *Buckling optimization and prebuckling enhancement of imperfect composite plates using piezoelectric actuators*, 2th International Conference on Engineering Optimization, September 6-9, 2010, Lisbon, Portugal, pp.1-16.
17. A.T. Nettles (1994), *Basic Mechanics of Laminated Composite Plates*, NASA Reference Publication 1351.
18. A. Mukherjee, S.P. Joshi, A. Ganguli (2002), *Active Vibration Control of Piezo-Laminated Stiffened Plates*, Indian Institute of Technology Bombay, Mumbai 400 076, India, pp.435-443.
19. Atanu Sahu, Tirtha Banerjee, Arup Guha Niyogi and Partha Bhattacharya (2013), *Active Control of Radiated Sound from Stiffened*

- Plates Using IDE-PFC Actuators*, International Journal of Acoustics and Vibration, Vol. 18, No. 3, 2013, pp.109-116.
20. A.H. Akbarzadeh, M. Arian Nik, D. Pasini (2016), *Vibration Responses and Suppression of Variable Stiffness Laminates with Optimally Steered Fibers and Magnetostrictive Layers*, Composites Part B 91 (2016), pp.315-326.
  21. Aziz Lebid (2017), *Finite Element Analysis of the Local Effect of a Piezoelectric Patch on an Aluminum Plate*, Mechanics and Mechanical Engineering, Vol. 21, No. 2 (2017), pp.233-242.
  22. Bathe. K.J and Wilson. E.L., (1978), *Numerical method in finite analysis pentice*, Hall of India Private Limited, Newdelhi.
  23. Bich D.H, Dung D.V, Nam V.H. (2012), *Nonlinear dynamical analysis of eccentrically stiffened functionally graded cylindrical panels*, Composite Structures, 94(8), pp. 2465-2473.
  24. Bich D.H, Dung D.V, Nam V.H. (2013), *Nonlinear dynamic analysis of eccentrically stiffened imperfect functionally graded doubly curved thin shallow shells*, Composite Structures, 96, pp. 384-395.
  25. Budiansky. B and Roth. R.S. (1962), *Axisymmetric dynamic bucking of clamped shallow spherical shell*, In: colleted paper on instability of shell structures, NASA TND - 1510.
  26. Chang-Yull Lee and Ji-Hwan Kim (2012), *Aero-thermoelastic Stability and Nonlinear Flutter Analysis of Functionally Graded Panels*, Journal of Composite Materials 47(18), pp.2257-2264.
  27. Chennappa H. Korishetti, Deepak S. Huddar (2017), *Active Vibration Control of Composite Plate*, International Journal of Research and Scientific Innovation, Volume IV, Issue VIS, June 2017, pp.16-23.

28. Chonghui Shao, Dengqing Cao, Yuqian Xu, and Hai Zhao (2016), *Flutter and Thermal Buckling Analysis for Composite Laminated Panel Embedded with Shape Memory Alloy Wires in Supersonic Flow*, International Journal of Aerospace Engineering Volume 2016, Article ID 8562716, pp.1-14.
29. Chonghui Shao and Dengqing Cao (2014), *Aero-elastic Flutter of Laminated Composite Panel Embedded with Shape Memory Alloy Wires*, The 2014 World Congress on Advances in Civil, Environmental, and Materials Research, Busan, Korea, August 24-28, 2014.
30. David N. Betts, H. Alicia Kim, and Christopher R. Bowen, Daniel J. Inman (2012), *Static and Dynamic Analysis of Bistable Piezoelectric-Composite Plates for Energy Harvesting*, 53<sup>rd</sup> AIAA/ASME Structures, Structural Dynamics and Materials Conference <BR> 20<sup>th</sup> AI 23 - 26 April 2012, Honolulu, Hawaii.
31. Dipak Kumar Maiti (2016), *Bending and Buckling Analyses of Composite Laminates with and without Presence of Damage and its Passive Control with Optimized Piezoelectric Patch Location*, Proc Indian Natn Sci Acad 82 No. 2 June Spl Issue 2016 pp.329-340.
32. Dipak Kumar Maiti, Sreehari VM (2017), *Post-buckling Control of Damaged Composite Plates using Piezoelectric Patches*, ISSS International Conference on Smart Materials, Structures and Systems July 5-7, 2017, Bangalore, India.
33. Dimitris Varelis, Dimitris A. Saravanos, (2004), *Coupled buckling and postbuckling analysis of active laminated piezoelectric composite plates*, International Journal of Solids and Structures 41 (2004), pp.1519-1538.

34. Dung D.V, Nam V.H. (2012), *Nonlinear dynamic buckling of eccentrically stiffened functionally graded cylindrical shells subjected to axial compression*, The 2<sup>nd</sup> International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA2), pp. 226-235.
35. Earl. H. Dowell (1975), *Aeroelasticity of Plates and Shells*, ISBN 90-286-0404-9, Noordhoff International Publishing Leyden.
36. Earl H. Dowell (1995), *A Modern Course in Aeroelasticity*, ISBN 0-7923-2788-8, Third revised and enlarged edition, Kluwer Academic Publishers.
37. F. Ebrahimi, A. Rastgo (2008), *Free Vibration Analysis of Smart FGM Plates*, World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, Vol:2, No:1, pp.104-109.
38. G. R. Liu, X. Q. Peng and K. Y. Lam, (1999), *Vibration Control Simulation of Laminated Composite Plates with Integrated Piezoelectrics*, Journal of Sound and Vibration, 220 (5), pp. 827 – 846.
39. Guo Yao, Feng Ming Li (2014), *Stability Analysis and Active Control of a Nonlinear Composite Laminated Plate with Piezoelectric Material in Subsonic Airflow*, J Eng Math (2014) 89, pp.147-161.
40. Hadi Ghashochi-Bargh; Mohammad Homayoune Sadr (2014), *Vibration Reduction of Composite Plates by Piezoelectric Patches using a Modified Artificial bee Colony Algorithm*, Latin American Journal of Solids and Structures, Vol.11 No.10 Rio de Janeiro 2014.
41. Hesham Hamed Ibrahim (2006), *Aero-Thermo-Mechanical Characteristics of Functionally Graded Material Panels with Temperature-Dependent Material Properties*, Proceedings of ICFDP 8:

Eighth International Congress of Fluid Dynamics & Propulsion  
December 14-17, 2006, Sharm El-Shiekh, Sinai, Egypt.

42. Hui-Shen Shen, (2001), *Postbuckling of shear deformable laminated plates with piezoelectric actuators under complex loading conditions*, International Journal of Solids and Structures 38(2001), pp.7703-7721.
43. H. Afshari, K. Torabi (2017), *A Parametric Study on Flutter Analysis of Cantilevered Trapezoidal FG Sandwich Plates*, AUT Journal of Mechanical Engineering, 1(2) (2017), pp.191-210.
44. I.K. Oh, J.H. Han and I. Lee (2000), *Post-buckling and Vibration Characteristics of Piezo-Laminated Composite Plate Subjected to Thermo-Piezoelectric Loads*, Korea Advanced Institute of Science and Technology, pp.19-40.
45. Jack R. Vinson (2005), *Plate and Panel Structures of Isotropic, Composite and Piezoelectric Materials, Including Sandwich Construction*, ISBN 1-4020-3110-6 (HB), Published by Springer.
46. Jinqiang Li, Zhuorui Ma, Zhihua Wang, Yoshihiro Narita (2016), *Random Vibration Control of Laminated Composite Plates with Piezoelectric Fiber Reinforced Composites*, Acta Mechanica Solida Sinica, Volume 29, Issue 3, June 2016, pp.316-327.
47. Jiashi Yang (2006), *The Mechanics of Piezoelectric Structures*, ISBN 981-256-701-1, World Scientific Publishing.
48. Jin Zhang, Chengyuan Wang and Sondipon Adhikari (2012), *Surface Effect on the Buckling of Piezoelectric Nanofilms*, Journal of Physics D: Applied Physics 45 (2012) 285301 (8pp).
49. Jose Simoes Moita, Cristovao M. Mota Soares, Carlos A. Mota Soares, (2003), *Finite element model for active control of adaptive laminated*

- structures*, XXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, pp.186-197.
50. Jose M. Simoes Moita, Cristovao M. Mota Soares, Carlos A. Mota Soares and Jose Herskovits, (2007), *Shape control of laminated panels using piezoelectric actuators*, CMNE/CILAMCE 2007, pp.1-14.
51. Kapil Narwal, Deepak Chhabra (2012), *Analysis of Simple Supported Plate for Active Vibration Control with Piezoelectric Sensors and Actuators*, IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering, Volume 1, Issue 1 (May June 2012), pp.26-39.
52. Kanjuro Makihara, Junjiro Onoda and Kenji Minesugi (2006), *Flutter Suppression of Cantilevered Plate Wing using Piezoelectric Materials*, KSAS International Journal, Vol.7, No.2, November 2006, pp.70-85.
53. K. Chandrashekhara and K Bhatia (1993), *Active Buckling Control of Smart Composite Plates-Finite-Element Analysis*, Smart Materials and Structures, Volume 2, Number 1.
54. Le Kim Ngoc, Tran Ich Thinh, (2009), *The influence of thickness and position of the piezoelectric patches on the shape and vibration control of the cantilever composite plates*, Proceedings of the International Conference Mechanics, Hanoi 8-9/4/2009, pp.170 - 179.
55. Miroslav M. Jovanović, Aleksandar M. Simonović, Nemanja D. Zorić, Nebojša S. Lukić, Slobodan N. Stupar, Ana S. Petrović, Wei Li (2014), *Experimental Investigation of Spillover Effect in System of Active Vibration Control*, FME Transactions (2014) 42, pp.329-334.
56. M.K. Singha, Mukul Mandal (2008), *Supersonic Flutter Characteristics of Composite Cylindrical Panels*, Composite Structures 82 (2008), pp.295-301.

57. M. Shariyat (2016), *Dynamic Buckling of Imperfect Laminated Plates with Piezoelectric Sensors and Actuators Subjected to Thermo-Electro-Mechanical Loadings*, Considering the Temperature-Dependency of the Material Properties, *Composite Structures* 88 (2009), pp.228-239.
58. M. Yaqoob Yasin, Nazeer Ahmad and M. Naushad Alam, (2010), *Finite element analysis of actively controlled smart plate with patched actuators and sensors*, *Latin American Journal of Solids and Structures* 7(2010), pp. 227-247.
59. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong (2015), *Nonlinear thermal stability of eccentrically stiffened functionally graded truncated conical shells surrounded on elastic foundations*, *European Journal of Mechanics – A/Solids*, 50, pp.120-131.
60. Nguyen Dinh Duc, Phạm Toàn Thang (2015), *Nonlinear response of imperfect eccentrically stiffened ceramic-metal-ceramic S-FGM thin circular cylindrical shells surrounded on elastic foundations under uniform radial load*, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 22, pp. 1031-1038.
61. Nguyen Thai Chung, Hoang Xuan Luong, Nguyen Thi Thanh Xuan (2014), *Dynamic Stability Analysis of Laminated Composite Plates with Piezoelectric Layers*, *Vietnam Journal of Mechanics*, VAST, Vol. 36, No. 2 (2014), pp.95-107.
62. N.S. Viliani, S.M.R. Khalili, H. Porrostami, (2009), *Buckling analysis of the FGM plate with smart sensor/actuator*, *Journal of Solid Mechanics* Vol.1, N0.3(2009), pp.201-212.
63. O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor (2005), *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*, Sixth edition, Published with the



cooperation of CIMNE, The International Centre for Numerical Methods in Engineering, Barcelona, Spain.

64. Panupan Jommalai and Pairod Singhatanadgid, (2011), *Buckling and vibration of composite plates using a system of first-order differential equation*, The 25th Conference of the Mechanical Engineering Network of Thailand, October 19-21, 2011, Krabi, pp.312-319.
65. Phan Dao Hoang Hiep, Thai Hoang Chien and Nguyen Xuan Hung, (2010), *Analysis of Laminated Composite Plates with Integrated Piezoelectric Layers Using the Edge-Based Smoothed Finite Element Method (ES-FEM)*, Proceedings of the International Conference Solid
66. Piotr Kedziora, Aleksander Muc, (2010), *Stability of piezoelectric circular plates*, Mechanics and Mechanical Engineering, Vol.14, No.2 (2010), Technical University of Lodz, pp.223-232.
67. Piotr Wluka, Tomasz Kubiak (2012), *Stability of Composite Plates with Piezoelectric Actuator*, *Mechanics of Nano, Micro and Macro Composite Structures* Politecnico di Torino, 18-20 June 2012.
68. Phuc Phung Van, Lieu B. Nguyen, Loc V. Tran, T.D. Dinh, Chien H. Thai, S.P.A. Bordas, M. Abdel - Wahab, H. Nguyen-Xuan (2015), *An Efficient Computational Approach for Control of Nonlinear Transient Responses of Smart Piezoelectric Composite Plates*, International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 76, November 2015, pp.190-202.
69. Phuc Phung Van, Loc V. Tran, H. Nguyen Xuan and M. Abdel Wahab (2016), *Nonlinear Control of Smart Plates using Isogeometric Analysis*, International Journal of Fracture Fatigue and Wear, Volume 4, 2016, pp. 70-77.

70. Phuc Phung Van, M Abdel-Wahap, Loc V. Tran and Hung Nguyen - Xuan (2014), *Buckling Analysis of Piezoelectric Composite Plates*, International Journal of Fracture Fatigue and Wear, Volume 2, pp.134-140.
71. Priyanka Jadhav and Kamal Bajoria (2013), *Stability Analysis of Piezoelectric FGM Plate Subjected to Electro-mechanical Loading Using Finite Element Method*, International Journal of Applied Science and Engineering, 2013. 11, 4: pp.375-391.
72. P. Ravikanth Raju, J. Suresh Kumar, M. V. Lakshmi Prakash (2014), *Buckling Analysis of Smart Material Plates Using Higher Order Theory*, IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE), Volume 11, Issue 5 Ver. IV (Sep- Oct. 2014), pp.55-60.
73. P.Veera Sanjeeva Kumar, B. Chandra Mohana Reddy (2017), *Vibration Analysis of Smart Composite Plates using Higher Order Theory*, International Journal of Mechanical and Production Engineering, Volume- 5, Issue-2, Feb.-2017, pp.66-69.
74. P. Veera Sanjeeva Kumar, B. Chandramohan Reddy, K. Vijaya Kumar Reddy (2016), *Transient Analysis of Smart Composite Laminate Plates using Higher Order Theory*, International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET), Volume 7, Issue 6, November-December 2016, pp.166-174.
75. P. Veera Sanjeeva Kumar and DR.B. Chandramohan Reddy (2016), *Bending Analysis of Smart Composite Laminate Plates Using Higher Order Theory*, Published by AENSI Publication, Open Access Journal, 2016 September; 12(9), pp.30-36.

76. P.Wluka, T. Kubiak (2012), *Stability of Cross-Ply Composite Plate with Piezoelectric Actuators*, Stability of Structures XIII-th Symposium - Zakopane 2012, pp.677-686.
77. Rajan L. Wankhade, Kamal M. Bajoria, (2012), *Stability of simply supported smart piezolaminated composite plates using finite element method*, Proceeding of the International Conference on Advances in Aeronautical and Mechanical Engineering-AME 2012, pp.14-19.
78. Rajan L. Wankhade, Kamal M. Bajoria (2013), *Buckling analysis of piezolaminated plates using higher order shear deformation theory*, International Journal of Composite Materials 2013, 3(4), pp.92-99.
79. R.C Batra and T.S Geng, (2001), *Enhancement of the dynamic buckling load for a plate by using piezoceramic actuators*, Smart Mater. Struct. 10 (2001), Germany, pp. 925 - 933.
80. Reddy J. N. (2004), *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, CRC Press.
81. R.M. Kanasogi, M. C. Ray (2013), *Control of Geometrically Nonlinear Vibrations of Skew Laminated Composite Plates using Skew or Rectangular 1-3 Piezoelectric Patches*, Int J Mech Mater Des (2013), pp.325-353.
82. Seung-Man Yang, Jae-Hung Han and In Lee, (2006), *Characteristics of Smart Composite Wing with Actuators and Optical Fiber Sensors*, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon 305-701, Korea.
83. Seok-Hyeon Kang and Ji-Hwan Kim (2018), *Aero-Thermoelastic Behavior of Smart-Skin Structures in Supersonic Airflows*, 6<sup>th</sup> European Conference on Computational Mechanics (ECCM 6) 7<sup>th</sup> European

Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD 7) 11 - 15 June 2018, Glasgow, UK.

84. S.Pradyumna and Abhishek Gupta (2011), *Dynamic stability of laminated composite plates with piezoelectric layers subjected to periodic in-plane load*, International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 11, No. 2(2011), pp.297-311.
85. Shih-Chuan Her and Chi-Sheng Lin (2013), *Vibration Analysis of Composite Laminate Plate Excited by Piezoelectric Actuators*, Sensors (Basel). 2013 Mar; 13(3), pp.2997-3013.
86. S. Jafari Mehrabadi, M. H. Kargarnovin and M. M. Najafizadeh (2009), *Free Vibration Analysis of Functionally Graded Coupled Circular Plate with Piezoelectric Layers*, Journal of Mechanical Science and Technology 23 (2009), pp.2008-2021.
87. Srinivasan Sridharan, Sunjung Kim (2009), *Piezo-Electric Control of Stiffened Panels Subject to Interactive Buckling*, International Journal of Solids and Structures 46 (2009), pp.1527-1538.
88. S.Y.Wang, S. T. Quek and K. K. Ang, (2001), *Vibration control of smart piezoelectric composite Plates*, Smart Materials and Structures, Volume 10, Number 4.
89. S.Y.Wang, S.T. Quek and K.K. Ang, (2004), *Dynamic stability analysis of finite element modeling of piezoelectric composite plates*, International Journal of Solids and Structures 41 (2004), pp.745-764.
90. Shih-Yao Kuo (2012), *Supersonic Flutter of Laminates with Variable Fiber Spacing*, The 5th Global Chinese Aviation Technology Symposium.

91. Shunqi Zhang (2014), *Nonlinear FE Simulation and Active Vibration Control of Piezoelectric Laminated Thin-Walled Smart Structures*, A Ph.D. dissertation at the Institute of General Mechanics RWTH Aachen University.
92. Tahereh Mirmohammadi Ghoojdi (2013), *Control of Aeroelastic Oscillations of Wing Structures using Bonded Piezoelectric Strips*, A thesis submitted to McGill University in partial fulfilment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy, McGill University, Montreal.
93. Tran Ich Thinh, Le Kim Ngoc, (2008), *Static and dynamic analysis of laminated composite plates with integrated piezoelectrics*, Vietnam Journal Mechanics, Vol 30, N°1.
94. Tran Ich Thinh, Ngo Nhu Khoa (2008), *Free Vibration Analysis of Stiffened Laminated Plates Using a New Stiffened Element*, Technische Mechanik, Band 28, Heft 3-4, (2008), pp.227-236.
95. Tran Huu Quoc, Vu Van Tham, Tran Minh Tu (2018), *Optimal Placement and Active Vibration Control of Composite Plates Integrated Piezoelectric Sensor/Actuator Pairs*, Vietnam Journal of Science and Technology 56 (1) (2018), pp.113-126.
96. T. V. R. Chowdary, S. Parthan and P. K. Sinha (1994), *Finite Element Flutter Analysis of Laminated Composite Panels*, Computer and Structures, Vol.53. No.2, pp.245-251.
97. Vahid Monfared, (2012), *Analysis of buckling phenomenon under different loadings in circular and rectangular plates*, World Applied Sciences Journal 17(12), 2012, pp.1571-1577.

98. V. Balamurugan, S. Narayanan (2005), *Active Vibration Control of Smart Stiffened Plates using Distributed Piezoelectric Sensors and Actuators*, Forum Acusticum 2005 Budapest, pp.L41-L46.
99. Victor M. Franco Correia, Cristovao M. Mota Soares, Carlos A. Mota Soares (2003), *Buckling Optimization of Composite Laminated Adaptive Structures*, Composite Structures 62 (2003), pp.315-321.
100. Vu Duy Thang, Rudiger Schmidt, (2012), *Piezoelectric Distributed Control of Nonlinear Plate Vibrations - Modeling and Simulation*, Proceedings of the International Conference Mechanics, Hanoi 8-9/12/2012, pp.979 - 988.
101. Xiaosui Ouyang, Yi Liu (2017), *Flutter of Tow-Steered Composite Laminates Under Supersonic Flow*, Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Mechanics and Materials in Design Albufeira/Portugal 11-15 June 2017. Editors J.F. Silva Gomes and S.A. Meguid. Publ. INEGI/FEUP (2017), pp.81-90.
102. Zdzislaw Mieszczak, Marek Krawczuk, Wieslaw Ostachowicz, (2002), *Static and dynamic analysis of multilayer composite plate with piezoelectric elements*, Journal of theoretical and applied mechanics, pp.649-665.
103. Zhang Shunqi, Rudiger Schmidt, Qin Xiansheng (2015), *Active Vibration Control of Piezoelectric Bonded Smart Structures using PID Algorithm*, Chinese Journal of Aeronautics, (2015),28(1), pp.303-313.
104. (2006), *Advanced Dynamic of Structures*, NTUST – CT 6006.
105. (2013), *Ansys Inc. Theory reference*, Southpointe 275 Technology Driver Canonsburg.

## **PHỤ LỤC**

## Phụ lục 1

### 1. CÁC BIỂU THỨC LIÊN QUAN ĐẾN GÂN GIA CƯỜNG:

#### 1.1. Các thành phần ma trận độ cứng tuyến tính $[K_e^g]_1$ :

$$\begin{aligned}
 [K]_1^{11} &= E \int_{V_e} \frac{d[N_u]^T}{dx} \frac{d[N_u]}{dx} dV, \quad [K]_1^{22} = \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} \frac{d[N_v]}{dx} dV, \\
 [K]_1^{25} &= -\lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} [N_{\phi_x}] dV, \quad [K]_1^{33} = \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_w]^T}{dx} \frac{d[N_w]}{dx} dV, \\
 [K]_1^{44} &= G \int_{V_e} \left( (y^2 + z^2) \frac{d[N_{\theta_x}]^T}{dx} \frac{d[N_{\theta_x}]}{dx} \right) dV, \\
 [K]_1^{55} &= \int_{V_e} y^2 E \frac{d[N_{\phi_y}]^T}{dx} \frac{d[N_{\phi_y}]}{dx} + \lambda G [N_{\phi_y}]^T [N_{\phi_y}] dV,
 \end{aligned}$$

#### 1.2. Các thành phần ma trận độ cứng phi tuyến $[K_e^g(\{q\})]_2$ :

$$\begin{aligned}
 [K]_2^{12} &= \frac{1}{2} E \int_{V_e} \frac{d[N_u]^T}{dx} \frac{d[N_v]}{dx} \frac{\partial w_0}{\partial x} dV, \\
 [K]_2^{13} &= \frac{1}{2} E \int_{V_e} \frac{d[N_u]^T}{dx} \frac{d[N_w]}{dx} \frac{\partial w_0}{\partial x} dV, \\
 [K]_2^{14} &= \frac{1}{2} E \int_{V_e} (y^2 + z^2) \frac{d[N_u]^T}{dx} \frac{d[N_{\theta_x}]}{dx} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} dV, \\
 [K]_2^{23} &= \frac{1}{2} \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} \frac{d[N_w]}{dx} \theta_x dV,
 \end{aligned}$$



$$[K]_2^{24} = \frac{1}{2} \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} [N_{\theta_x}] \frac{\partial w_0}{\partial x} dV,$$

$$[K]_2^{32} = -\frac{1}{2} \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_w]^T}{dx} \frac{d[N_v]}{dx} \theta_x dV,$$

$$[K]_2^{34} = -\frac{1}{2} \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_w]^T}{dx} [N_{\theta_x}] \frac{\partial v_0}{\partial x} dV,$$

$$[K]_2^{53} = -\frac{1}{2} E \int_{V_e} y^2 \frac{d[N_{\phi_y}]^T}{dx} \frac{d[N_w]}{dx} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} - \frac{1}{2} \lambda G \int_{V_e} [N_{\theta_y}]^T \frac{d[N_w]}{dx} \theta_x dV,$$

$$[K]_2^{54} = -\frac{1}{2} E \int_{V_e} y^2 \frac{d[N_{\phi_y}]^T}{dx} \frac{d[N_{\theta_x}]}{dx} \frac{\partial w_0}{\partial x} - \frac{1}{2} \lambda G \int_{V_e} [N_{\theta_y}]^T [N_{\theta_x}] \frac{\partial w_0}{\partial x} dV,$$

### 1.3. Các thành phần ma trận độ cứng phi tuyến $[K_e^g(\{q\})]_3$ :

$$[K_e^g(\{q\})]_3 = 2 [K_e^g(\{q\})]_2^T,$$

Các thành phần của ma trận độ cứng  $[K_e^g(\{q\})]_3$  là ma trận chuyển vị của các ma trận thành phần trong ma trận độ cứng  $[K_e^g(\{q\})]_2$  đã được xác định tại mục 1.2.

### 1.4. Các thành phần ma trận độ cứng phi tuyến $[K_e^g(\{q\})]_4$ :

$$[K]_2^{22} = \frac{1}{2} E \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} \frac{d[N_v]}{dx} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 dV + \frac{1}{2} E \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} \frac{d[N_v]}{dx} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 dV$$

$$+ \frac{1}{2} E \int_{V_e} (y^2 + z^2) \frac{d[N_v]^T}{dx} \frac{d[N_v]}{dx} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 dV,$$

$$[K]_4^{24} = E \int_{V_e} z^2 \frac{d[N_v]^T}{dx} \frac{d[N_{\theta_x}]}{dx} \frac{\partial v_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} dV + \lambda G \int_{V_e} \frac{d[N_v]^T}{dx} [N_{\theta_z}] \frac{\partial v_0}{\partial x} \theta_x dV,$$

$$[\mathbf{K}]_4^{33} = \frac{1}{2}E \int_{V_e} \frac{d[\mathbf{N}_w]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_w]}{dx} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 dV + \frac{1}{2}E \int_{V_e} \frac{d[\mathbf{N}_w]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_w]}{dx} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 dV$$

$$+ \frac{1}{2}E \int_{V_e} (y^2 + z^2) \frac{d[\mathbf{N}_w]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_w]}{dx} \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dV,$$

$$[\mathbf{K}]_4^{34} = E \int_{V_e} y^2 \frac{d[\mathbf{N}_w]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]}{dx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \lambda G \int_{V_e} \frac{d[\mathbf{N}_w]^T}{dx} [\mathbf{N}_{\theta_x}] \frac{\partial w_0}{\partial x} \theta_x dV,$$

$$[\mathbf{K}]_4^{44} = \frac{1}{2}E \int_{V_e} (y^2 + z^2)^2 \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]}{dx} \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dV$$

$$+ \frac{1}{2}E \int_{V_e} (y^2 + z^2) \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]}{dx} \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 dV$$

$$+ \frac{1}{2}E \int_{V_e} (y^2 + z^2) \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]^T}{dx} \frac{d[\mathbf{N}_{\theta_x}]}{dx} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 dV,$$

### 1.5. Các thành phần ma trận khối lượng của gân:

$$[\mathbf{M}]_{11} = \int_{V_e} \rho_k [\mathbf{N}_u]^T [\mathbf{N}_u] dV,$$

$$[\mathbf{M}]_{22} = \int_{V_e} \rho_k [\mathbf{N}_v]^T [\mathbf{N}_v] dV,$$

$$[\mathbf{M}]_{33} = \int_{V_e} \rho_k [\mathbf{N}_w]^T [\mathbf{N}_w] dV,$$

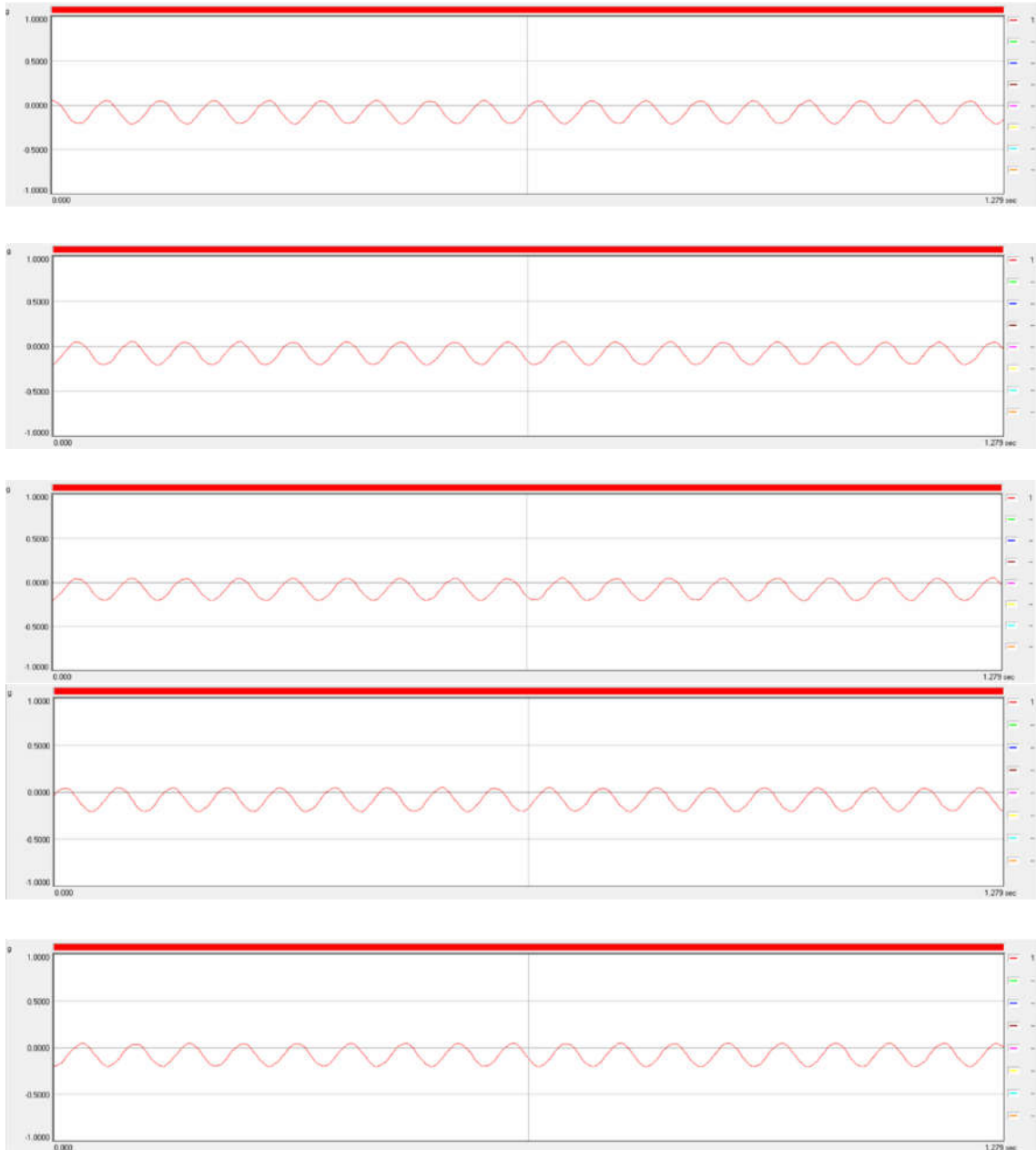
$$[\mathbf{M}]_{44} = \int_{V_e} \rho_k (y^2 + z^2) [\mathbf{N}_{\theta_x}]^T [\mathbf{N}_{\theta_x}] dV,$$

$$[\mathbf{M}]_{66} = \int_{V_e} \rho_k y^2 [\mathbf{N}_{\theta_y}]^T [\mathbf{N}_{\theta_y}] dV,$$

trong đó:  $\rho_k$  là khối lượng riêng lớp vật liệu thứ k.

## 2. MỘT SỐ KẾT QUẢ THÍ NGHIỆM:

**2.1. Trường hợp 1:** Khi tấm ở góc  $0^\circ$ , vận tốc gió  $U = 10\text{m/s}$ , điện áp kích  $V_{\text{in}} = 9.30\text{V}$  (đỉnh), tần số kích thích  $f = 6,944\text{Hz}$ ,  $K_{\text{amp}} = 20$ , tần số lấy mẫu  $f_{\text{samp}} = 1000\text{ Hz}$ . Do đó điện áp cấp sẽ là  $V_{\text{in}} \times K_{\text{amp}} = 9.30\text{ V} \times 20 = 186.0\text{ V}$ .  
 Kết quả 5 lần đo như sau:



**Hình 1.** Đáp ứng gia tốc theo thời gian trong 5 lần đo liên tiếp

$$(f = 6,944\text{Hz}, U = 10\text{m/s})$$

**Bảng 1.** Giá trị Max/Min của gia tốc theo thời gian

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.05350	0.05310	0.05230	0.05130	0.05040	g
		1.163	0.437	0.581	1.018	0.073	sec
	MIN	-0.21400	-0.21300	-0.21300	-0.21200	-0.21200	g
		0.689	0.107	0.326	0.472	1.051	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.05150	0.05070	0.04990	0.04920	0.04870	g
		0.250	0.107	0.831	0.687	0.395	sec
	MIN	-0.21100	-0.21000	-0.20900	-0.20800	-0.20700	g
		0.140	0.721	0.503	1.084	0.358	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.05260	0.04990	0.04800	0.04790	0.04700	g
		1.268	0.688	0.107	1.049	1.123	sec
	MIN	-0.21100	-0.21000	-0.21000	-0.20900	-0.20800	g
		0.795	0.937	1.156	1.013	0.577	sec

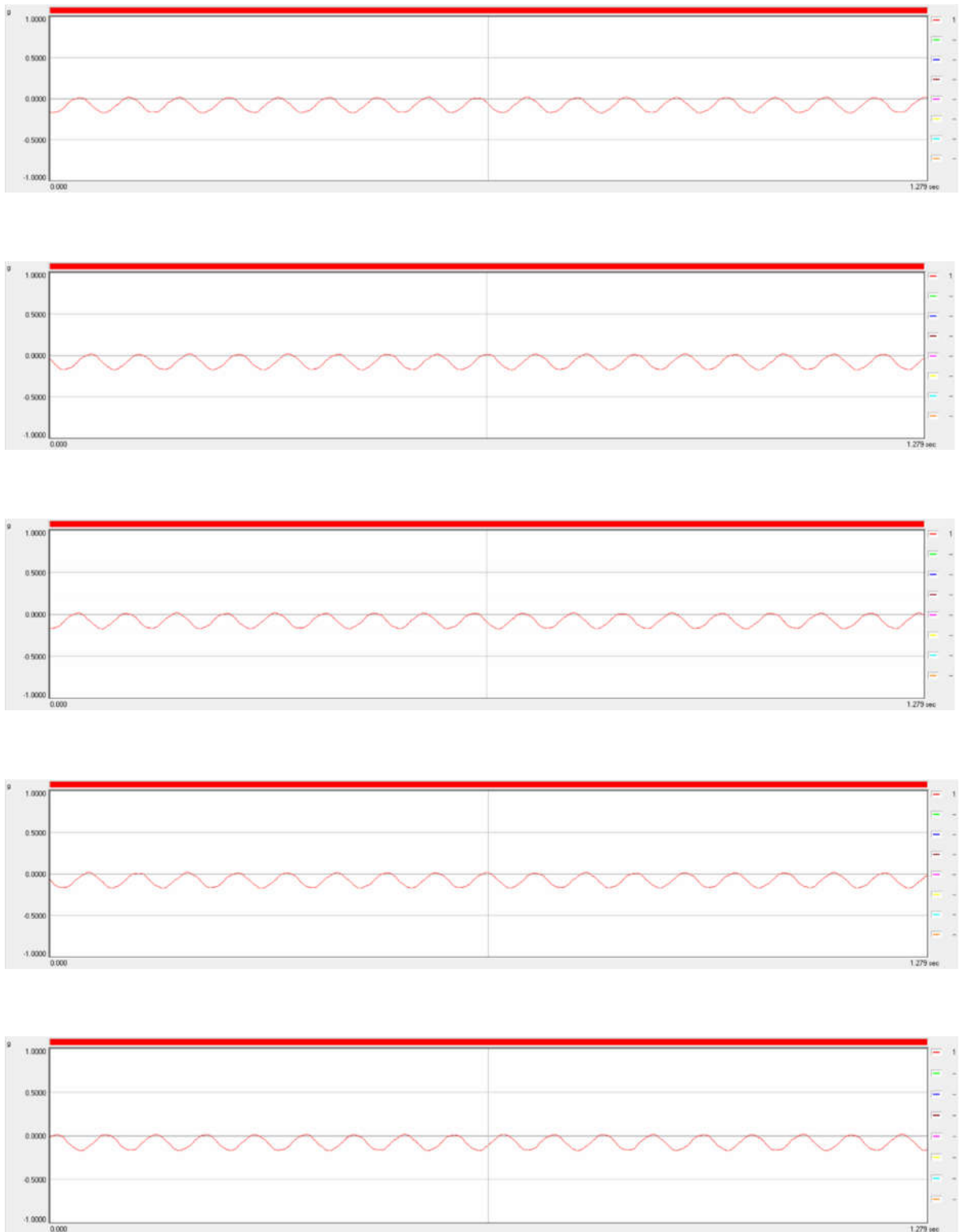
CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.04960	0.04910	0.04770	0.04730	0.04680	g
		0.523	0.667	0.087	1.248	0.304	sec
	MIN	-0.21100	-0.20900	-0.20900	-0.20800	-0.20800	g
		0.194	0.050	0.412	0.556	0.775	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.04810	0.04770	0.04760	0.04660	0.04560	g
		0.763	0.908	0.620	1.126	0.039	sec
	MIN	-0.20800	-0.20600	-0.20600	-0.20600	-0.20500	g
		1.015	0.653	0.871	1.234	0.290	sec

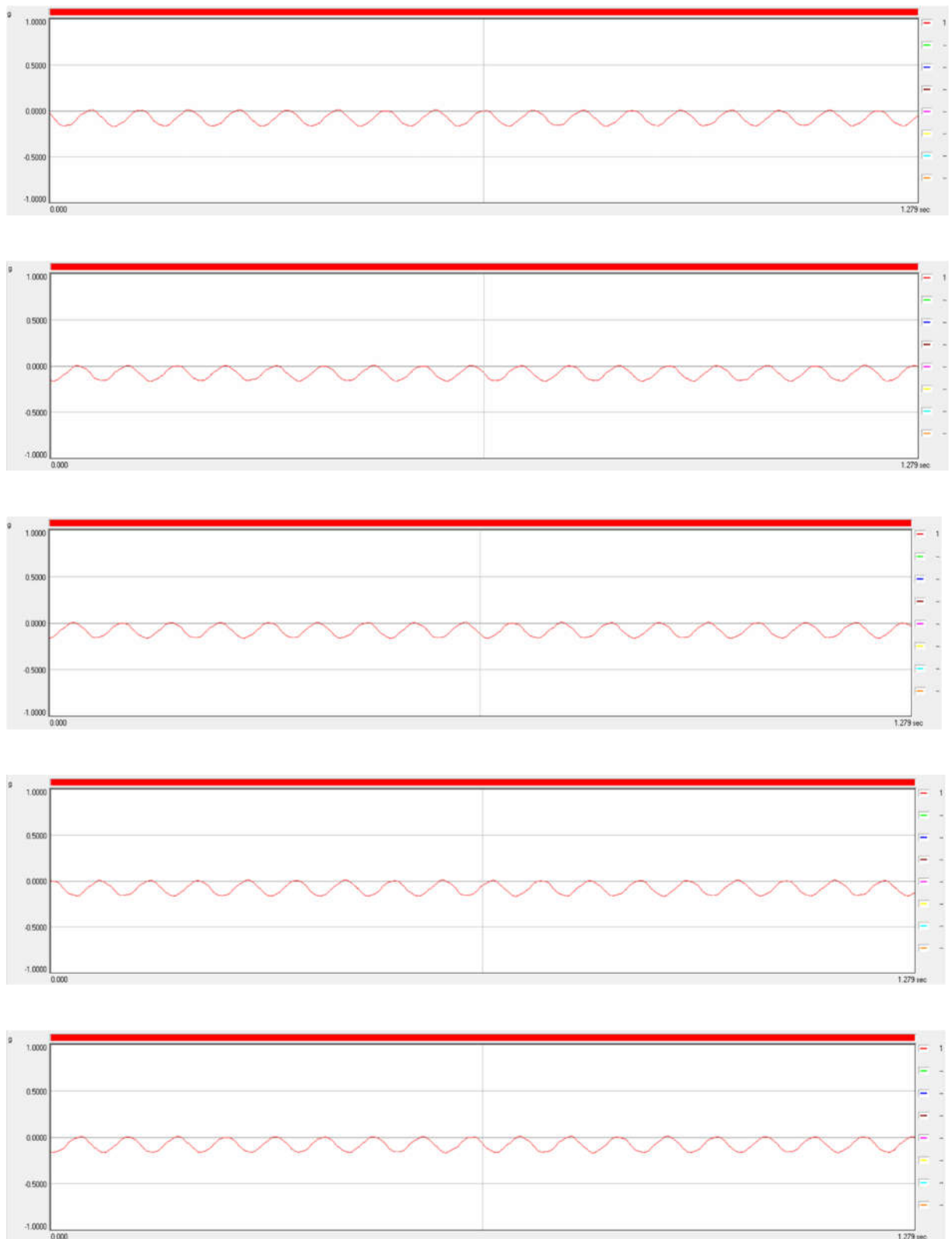
*Giá trị gia tốc max/min tại 5 vị trí đầu tiên của gia tốc với  
 $f = 6.944 \text{ Hz}$ ,  $U = 10 \text{ m/s}$*

## 2.2. Trường hợp 2:

- Khi tâm đặt lệch góc  $22,5^\circ$ , vận tốc gió  $U = 5 \text{ m/s}$  và  $10 \text{ m/s}$ . Điện áp kích thích  $V_{in} = 9,50 \text{ V}$  (đỉnh), tần số kích thích  $f = 6.981 \text{ Hz}$ ,  $K_{amp} = 20$ , tần số lấy mẫu  $f_{samp} = 1000 \text{ Hz}$ . Điện áp cấp  $190.0 \text{ V}$ . Kết quả 5 lần đo như sau:



**Hình 2.** Đáp ứng gia tốc theo thời gian của 5 lần đo liên tiếp với  
 $f = 6.981 \text{ Hz}$ ,  $U = 5\text{m/s}$



**Hình 3.** Đáp ứng gia tốc theo thời gian trong 5 lần đo liên tiếp với  $f = 6.981$  Hz,  $U = 10$  m/s

**Bảng 2.** Giá trị Max/Min của gia tốc theo thời gian

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.02040	0.01780	0.01740	0.01620	0.01590	g
		1.278	0.552	0.695	1.133	0.114	sec
	MIN	-0.17400	-0.17400	-0.17400	-0.17400	-0.17400	g
		0.222	0.441	0.803	0.947	1.166	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.02020	0.01910	0.01840	0.01820	0.01660	g
		0.205	0.931	0.786	0.348	0.061	sec
	MIN	-0.17600	-0.17600	-0.17600	-0.17500	-0.17400	g
		0.457	1.038	1.181	0.093	0.237	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.01860	0.01700	0.01650	0.01560	0.01480	g
		0.186	0.767	0.910	0.042	1.272	sec
	MIN	-0.17600	-0.17500	-0.17400	-0.17400	-0.17400	g
		1.019	0.075	0.294	0.437	0.656	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.01850	0.01740	0.01710	0.01540	0.01490	g
		0.057	0.782	0.201	0.639	0.419	sec
	MIN	-0.17400	-0.17400	-0.17200	-0.17200	-0.17200	g
		0.309	0.671	0.089	0.451	0.527	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.01770	0.01640	0.01640	0.01510	0.01480	g
		0.517	1.099	1.244	0.374	0.661	sec
	MIN	-0.17400	-0.17300	-0.17300	-0.17300	-0.17300	g
		0.769	0.044	0.188	0.406	0.408	sec

*Giá trị gia tốc max/min tại 5 vị trí đầu tiên của đáp ứng gia tốc với*

$$f = 6.981 \text{ Hz}, U = 5 \text{ m/s}$$

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.01070	0.01040	0.00956	0.00908	0.00898	g
		0.060	0.568	0.204	0.425	0.280	sec
	MIN	-0.17300	-0.16800	-0.16700	-0.16700	-0.16700	g
		0.094	0.457	0.170	0.313	0.676	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.00898	0.00840	0.00667	0.00580	0.00502	g
		1.201	0.477	1.059	0.620	0.839	sec
	MIN	-0.16600	-0.16500	-0.16400	-0.16400	-0.16300	g
		0.728	0.146	0.004	1.091	0.366	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.00937	0.00821	0.00811	0.00763	0.00686	g
		0.761	0.617	0.035	0.979	1.123	sec
	MIN	-0.16600	-0.16500	-0.16500	-0.16400	-0.16300	g
		0.507	0.650	1.012	0.868	0.288	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.01280	0.01170	0.00976	0.00869	0.00850	g
		0.293	0.437	1.018	0.072	0.581	sec
	MIN	-0.16700	-0.16700	-0.16700	-0.16700	-0.16500	g
		0.325	0.545	0.687	0.907	0.181	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	0.01250	0.01190	0.00947	0.00918	0.00811	g
		0.914	0.771	0.694	0.189	0.045	sec
	MIN	-0.16800	-0.16700	-0.16700	-0.16700	-0.16600	g
		0.802	0.583	0.660	1.165	0.077	sec

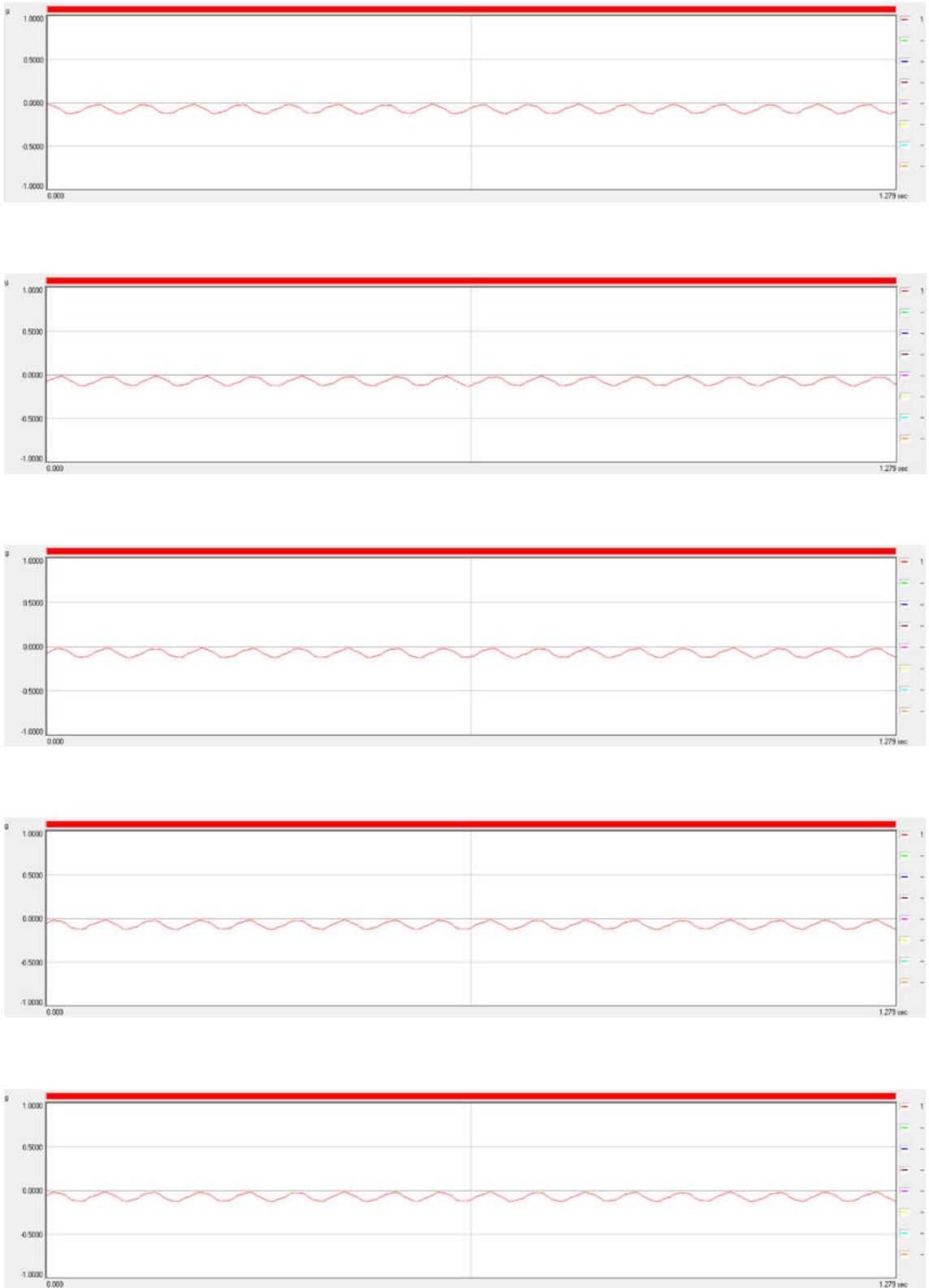
*Giá trị gia tốc max/min tại 5 vị trí đầu tiên của đáp ứng gia tốc với*

$$f = 6.981 \text{ Hz}, U = 10 \text{ m/s}$$

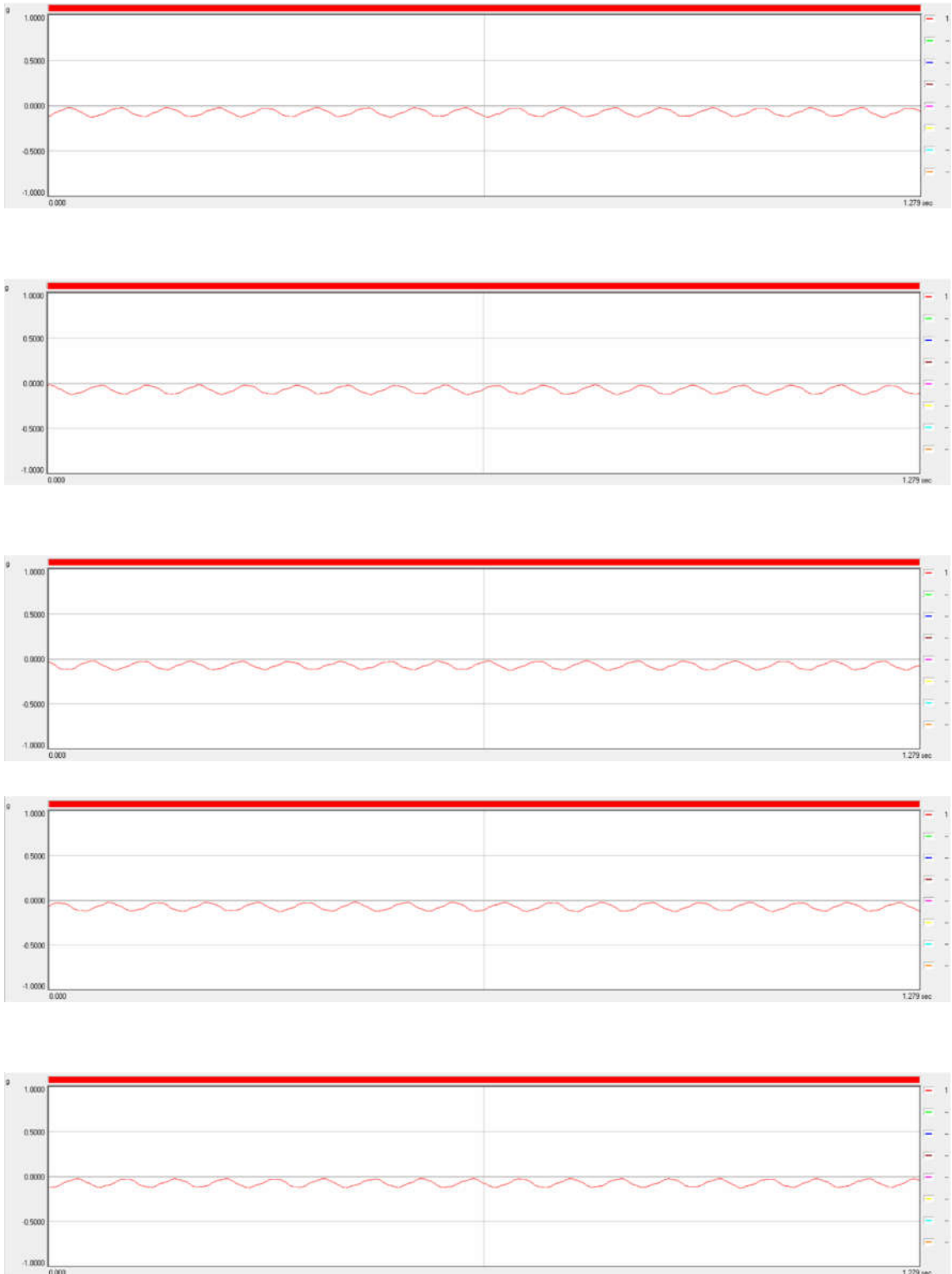
### 2.3. Trường hợp 3:

Khi tằm lệch góc  $45^0$ , vận tốc gió  $U = 5\text{m/s}$  và  $10\text{m/s}$ . Điện áp kích  $V_{in} = 9,20\text{V}$ , tần số kích thích  $f = 6,993\text{Hz}$ ,  $K_{amp} = 20$ , tần số lấy mẫu  $f_{\text{samp}} = 1000\text{Hz}$ . Điện áp cấp  $184,0\text{V}$ . Kết quả 5 lần đo như sau:





**Hình 4.** Đáp ứng gia tốc theo thời gian của 5 lần đo với  
 $f = 6,993\text{Hz}$ ,  $U = 5\text{m/s}$



**Hình 5.** Đáp ứng gia tốc theo thời gian trong 5 lần đo liên tiếp với  $f = 6.993 \text{ Hz}$ ,  $U = 10 \text{ m/s}$

**Bảng 3.** Giá trị Max/min theo thời gian của đại lượng đo trên:

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.01860	-0.01890	-0.01970	-0.02020	-0.02030	g
		0.800	1.162	0.582	0.221	0.438	sec
	MIN	-0.13200	-0.13200	-0.13100	-0.13000	-0.13000	g
		0.471	1.050	1.194	0.327	0.909	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.01850	-0.01870	-0.01870	-0.01940	-0.01970	g
		0.745	0.164	0.383	0.022	0.602	sec
	MIN	-0.13300	-0.13200	-0.13100	-0.13000	-0.12900	g
		0.635	1.215	0.052	0.491	0.273	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.01870	-0.01950	-0.01960	-0.01970	-0.02020	g
		0.815	0.234	1.035	1.178	0.092	sec
	MIN	-0.13300	-0.13100	-0.13000	-0.13000	-0.12800	g
		0.706	0.123	0.561	0.846	0.343	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.01970	-0.02000	-0.02040	-0.02040	-0.02060	g
		0.449	1.250	0.089	0.668	1.030	sec
	MIN	-0.13200	-0.13100	-0.13100	-0.13000	-0.12900	g
		0.338	0.196	0.918	1.062	0.482	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.01990	-0.01990	-0.01990	-0.02100	-0.02100	g
		0.470	1.051	1.195	0.109	0.691	sec
	MIN	-0.13100	-0.13100	-0.13100	-0.13000	-0.13000	g
		0.359	0.941	1.083	0.218	0.503	sec

*Giá trị gia tốc max/min tại 5 vị trí đầu tiên của đáp ứng gia tốc với*

$$f = 6.993 \text{ Hz}, U = 5 \text{ m/s}$$

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.02040	-0.02070	-0.02110	-0.02150	-0.02200	g
		0.393	0.755	0.030	0.831	0.251	sec
	MIN	-0.13100	-0.12800	-0.12700	-0.12700	-0.12500	g
		1.226	0.062	0.501	0.643	0.281	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.01870	-0.01900	-0.01900	-0.02000	-0.02000	g
		0.804	0.223	1.164	0.002	0.583	sec
	MIN	-0.12900	-0.12700	-0.12700	-0.12600	-0.12600	g
		1.197	0.035	0.255	0.615	0.836	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.02060	-0.02130	-0.02200	-0.02340	-0.02380	g
		0.790	0.064	1.009	1.152	0.646	sec
	MIN	-0.12800	-0.12600	-0.12600	-0.12500	-0.12400	g
		0.678	0.097	0.821	1.259	0.898	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.02020	-0.02110	-0.02170	-0.02190	-0.02300	g
		0.450	1.029	0.670	0.088	0.308	sec
	MIN	-0.12900	-0.12700	-0.12700	-0.12600	-0.12600	g
		0.339	0.775	0.919	0.196	1.062	sec

CH		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	Unit
1	MAX	-0.02100	-0.02240	-0.02240	-0.02250	-0.02270	g
		0.625	0.547	0.986	0.404	0.042	sec
	MIN	-0.12700	-0.12700	-0.12600	-0.12500	-0.12400	g
		0.294	1.017	0.436	1.238	0.873	sec

*Giá trị gia tốc max/min tại 5 vị trí đầu tiên của đáp ứng gia tốc với*

$$f = 6.993 \text{ Hz}, U = 10 \text{ m/s}$$

## Phụ lục 2

```

%CHUONG TRINH PHAN TICH DAO DONG CUA TAM COMPOSITE AP DIEN CO GAN GIA CUNG
%-----SMART_STIFFENED_PLATE_2018 (SSP-2018)-----
clear all;
echo off;
%-----Thong so vao-----
%-----For the plate and Graphite-Epoxy T300/976,PZT---
b=0.50;           % Length of the plate[m]
a=0.40;           % Width of the plate [m]
t_pzt=0.000075;  % Thickness of the PZT layers) [m]
t_cps=0.0008;    % Thickness of the composite layers [m]
n_cps=4;         % Số lớp composite
n_pzt=2;         % Số lớp áp điện
theta=45;
h=n_cps*t_pzt+n_pzt*t_pzt; % Chiều dày tấm composite
bg=0.003;        % Chiều rộng gân [m]
hg=0.0048;       % Chiều cao gân [m]
V=50             %Voltage applied
U=20;            % Tốc độ gió
Alfa=30;         % Góc nghiêng của tấm composite
deltat=0.001     %Time step
t_tol=4.0;       Tong thoi gian tinh
deltat=0.005;    Buoc thoi gian tinh phan
n_f=20;         So luong tan so rieng xuat
%-----Graphite-Epoxy T300/976-----
E11=150;         %Gpa
E22=9;           %Gpa
E33=E22;
G12=7.1;         %Gpa
G13=G12;
G23=2.5;         %Gpa
v12=0.3;
v23=v12;
v32=v23;
rhoGE=1600;      %kg/m3
%-----PZT_5A-----
E=63.0;          %Gpa
G=24.2;          %Gpa
v=0.3;
rhoPZT=7600;     %kg/m3
d31=2.54*1e-10; %m/V
d32=d31;         %m/V
p11=15*1e-9;    %F/m
p22=p11;        %F/m
p33=p22;        %F/m

```

```

%-----Modeling-----
global nNode ... % So nut cua ket cau
      nDof ... % So bac tu do cua ket cau
      nDof1 ...
      nElem ... % So phan tu
      Coords ... % Bang toa do nut
      Dof ... % Bang danh so bac tu do cua nut
%(danh so lai bang cach toi uu bang nay)
      Edof ... % Bang danh so bac tu do cua phan tu
      b2 ... % Gia tri ban dau
      nhist ... % Cac bac tu do khao sat lay so lieu dau ra
      nMode ... % So dang dao dong rieng can phan tich
%-----
% Cac bien trung gian
%-----
function [Ne,Nex,Ney,Nexx,Neyy,Nexy]=plateshape(ex,ey,x,y)
%-----
a=ex(3)-ex(1); b=ey(3)-ey(1);
N=[1 x y x^2 x*y y^2 x^3 x^2*y x*y^2 y^3 x^3*y x*y^3];
Nx=[0 1 0 2*x y 0 3*x^2 2*x*y y^2 0 3*x^2*y y^3];
Nxx=[0 0 0 2 0 0 6*x 2*y 0 0 6*x*y 0];
Nxy=[0 0 0 0 1 0 0 2*x 2*y 0 3*x^2 3*y^2];
Ny=[0 0 1 0 x 2*y 0 x^2 2*x*y 3*y^2 y 3*x*y^2];
Nyy=[0 0 0 0 0 2 0 0 2*x 6*y 1 6*x*y];
a2=a*a;a3=a2*a;b2=b*b;b3=b2*b;ab=a*b;
% Ma tran C
C=[ 1 -a -b a2 ab b2 -a3 -a2*b -a*b2 -b3 a3*b a*b3;
    0 0 1 0 -a -2*b 0 a2 2*ab 3*b2 -a3 -3*a*b2;
    0 -1 0 2*a b 0 -3*a2 -2*ab -b2 0 3*a2*b b3;
    1 a -b a2 -ab b2 a3 -a2*b a*b2 -b3 -a3*b -a*b3;
    0 0 1 0 a -2*b 0 a2 -2*ab 3*b2 a3 3*a*b2;
    0 -1 0 -2*a b 0 -3*a2 2*ab -b2 0 3*a2*b b3;
    1 a b a2 ab b2 a3 a2*b a*b2 b3 a3*b a*b3;
    0 0 1 0 a 2*b 0 a2 2*ab 3*b2 a3 3*a*b2;
    0 -1 0 -2*a -b 0 -3*a2 -2*ab -b2 0 -3*a2*b -b3;
    1 -a b a2 -ab b2 -a3 a2*b -a*b2 b3 -a3*b -a*b3;
    0 0 1 0 -a 2*b 0 a2 -2*ab 3*b2 -a3 -3*a*b2;
    0 -1 0 2*a -b 0 -3*a2 2*ab -b2 0 -3*a2*b -b3];
C1=inv(C);
Ne=N*C1;Nex=Nx*C1;Ney=Ny*C1;Nexx=Nxx*C1;Neyy=Nyy*C1;Nexy=Nxy*C1;
%-----end-----
global E A rho nuy h ... % Cac ma tran cung, khoi luong
%va can cua tam Piezo
      Surf ... % Index cua cac phan tu be mat chua ap dien
      Ex Ey ...
      ep ...
      i ...

```

```

Elem ...      % Index của Node theo Phan tu
mP cP kP ...

%-----
function []=datain(filename)
%Doc so lieu ket cau tu file vao cac bien tong the
khai_bao_chung;
%-----
%Doc file so lieu nut
%-----
%fid = fopen(cat(2,filename,'.dat'),'r');
fid = fopen(cat(2,filename,'.txt'),'r');
if fid<0
    disp('Thieu file so lieu, chuong trinh khong the tiep tục');
    beep;
end;
temp = fscanf(fid, '%d %d %d %f %f %f %f %f', 7);
nElem = temp(1);
nNode = temp(2);
nDof = temp(3);
E = temp(4);
nuy=temp(5);
rho = temp(6);
h = temp(7);
% Mang Dof : Ma bac tu do cua cac nut
for i=1:nNode
    for j=1:3
        Dof(i,j)=(i-1)*3+j;
    end;
end;
% Ma bac tu do can ve do thi
nh = fscanf(fid, '%d', 1);
nhist = fscanf(fid, '%d', nh);
nhist = nhist';
Coords = fscanf(fid, '%f', [2, nNode]);
Coords = Coords';
Elem = fscanf(fid, '%d', [5, nElem]);
Elem = Elem';
Edof = zeros(nElem,13);
for i=1:nElem
    Edof(i,1) = Elem(i,1);
    Edof(i,2) = Dof(Elem(i,2),1);
    Edof(i,3) = Dof(Elem(i,2),2);
    Edof(i,4) = Dof(Elem(i,2),3);
    Edof(i,5) = Dof(Elem(i,3),1);
    Edof(i,6) = Dof(Elem(i,3),2);
    Edof(i,7) = Dof(Elem(i,3),3);
    Edof(i,8) = Dof(Elem(i,4),1);

```

```

    Edof(i,9) = Dof(Elem(i,4),2);
    Edof(i,10) = Dof(Elem(i,4),3);
    Edof(i,11) = Dof(Elem(i,5),1);
    Edof(i,12) = Dof(Elem(i,5),2);
    Edof(i,13) = Dof(Elem(i,5),3);
end
nb = fscanf(fid,'%d', 1);
b2 = fscanf(fid, '%d', [2, nb]);
b2 = b2';
% Doc so lieu tai trong
temp = fscanf(fid, '%f', 1);
mP = temp(1);
fclose(fid);
function []=dataout(fname,dt,d0,varargin)
global nhist;
d0 = d0';
[n,m] = size(d0);
fid = fopen(fname,'wt+');
for j=1:length(nhist)
    fprintf(fid,'%s%d\t','d',nhist(j));
end
fprintf(fid,'\n');
for i=1:n
    fprintf(fid,'%e\t',(i-1)*dt);
    for j=1:length(nhist)
        fprintf(fid,'%e\t',d0(i,nhist(j)));
    end
    fprintf(fid,'\n');
end
u = min(d0,[],1);
fprintf(fid,'max value:\n')
for i=1:length(nhist)
    fprintf(fid,'d%d=%e\n',nhist(i),u(nhist(i)));
end
clear u;
fclose(fid);
t_to=2.0
dt=deltat
t=(0:dt:t_to);
f = zeros(nDof, nt);%f(13,1) = -pmax*(1-(t/tau));
for j1=1:nt-1 % Chu trinh theo buoc thoi gian
    K=zeros(nDof);M=zeros(nDof);
    %C=C0;
    P0 = zeros(nDof,1);
    t1 = t(j1);
% Cac ham dang phan tu tam chiu uon
[Ne,Nex,Ney,Nexx,Neyy,Nexy]=platshape(Ex(imass,:),Ey(imass,:),x,y);

```



```

% Tap hop cac ma tran M,K,C,P do tai trong co, dien gay ra
M=hs*m*Ne'*Ne;
C=hs*2*M*Ne';
K=hs*mP*Ne;
[K,Pt]=assem(Edof(imass,:),K,P0); %assemble [K]&[Pt]at the
%same time
    M=assem(Edof(imass,:),M);
C=assem(Edof(imass,:),C0);
% Tao he phuong trinh cap nMode
    mI=eye(nMode,nMode);Om2=zeros(nMode);
    for imode=1:nMode
        Om2(imode,imode)=Omega2(imode);
    end;
    M=mI+Phi'*M*Phi;
    C=Phi'*C*Phi; % Con thieu C cua ket cau, vao sau
    K=Om2+Phi'*K*Phi;
    P=Phi'*Pt;
    % Tich phan so bang Newmark
    At=Ms+gama*dt*Cs+beta*(dt^2)*Ks;
    w0(:,j1+1)=(At^-1)*(Ps-Cs*(V(:,j1)+(1-gama)*dt*w0(:,j1)) ...
    -Ks*(d0(:,j1)+dt*V(:,j1)+(0.5-beta)*(dt^2)*w0(:,j1)));
    V(:,j1+1)=V(:,j1)+(1-gama)*dt*w0(:,j1)+gama*dt*w0(:,j1+1);
    d0(:,j1+1)=d0(:,j1)+dt*V(:,j1)+dt^2*(0.5-
    beta)*w0(:,j1)+dt^2*beta*w0(:,j1+1);
end %of for j1
P=Phi*P0;V=Phi*V;W=Phi*w0;
global K M C; %Cac ma tran cung, khoi luong va can cua tam
datain2('TestpieMass'); % Tham so: ten tep du lieu dau vao
K=zeros(nDof); f=zeros(nDof,1);
M=zeros(nDof);
h=0.0035;
ep=[h];ep2=[h rho];qz=-rho*9.81;
D=hooke(1,E,nuy);
[Ex,Ey]=coordxtr(Edof,Coords,Dof,4);
for i=1:nElem
    [Ke,fe]=plater(Ex(i,:),Ey(i,:),ep,D,qz);
    [K,f]=assem(Edof(i,:),K,Ke,f,fe);
    Me=plattrm(Ex(i,:),Ey(i,:),ep2);
    M=assem(Edof(i,:),M,Me);
end;
[K]=loxodanhoi(K); % Goi ham mo ta lop (mieng) ap dien
bc=b2;b = b2(:,1);
%a=solveq(K,f,bc)
figure(1);clf;eldraw2(Ex,Ey,[1,4,0],Edof(:,1));
hold off; echo off;
[La,Egv]=eigen(K,M,b);
Freq=sqrt(La)/(2*pi);

```

```

nMode=10;
F0=f;
% Tim ma tran tri nMode rieng bang pp Ritz
[Omega2,Phi]=ritz(K,M,F0,nMode,b);
C = 0.05*K + 0.0*M;
[t,Q,V,W]=MovMassModeFun(nDof,nMode,Omega2,Phi,Edof,Elem,Coords,mP
,nElem,Ex,Ey,C);
% ----- Plot time history for displacement:s -----
if length(nhist)>=2
    figure(2),
    set(0,'DefaultAxesColorOrder',[0 0 0],...
        'DefaultAxesLineStyleOrder','-|--|:-. ');
    plot(t,Q(nhist(1),:),t,Q(nhist(2),:),'LineWidth',2);
    grid, xlabel('t(s)'), ylabel('Z(m)');
    title('Do vong');
    legend('Nut 32 ','Nut 18',2);
else
    figure(2), plot(t,Q(nhist(1),:),'LineWidth',2);
    grid, xlabel('t(s)'), ylabel('Z(m)');
    title('Do vong');
end
end
%----- end -----
Qmax=max(abs(Q(nhist(1),:)))
echo off
return

```