BỘ QUỐC PHÒNG Học viện kỹ thuật quân sự

NGUYỄN THANH BÌNH

NGHIÊN CỨU KỸ THUẬT TÁCH TÍN HIỆU ĐƯỜNG LÊN TRONG HỆ THỐNG MASSIVE MIMO

Chuyên nghành: Kỹ THUẬT ĐIỆN TỬ Mã số: 9 52 02 03

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

Hà Nội - 2020

CÔNG TRÌNH ĐƯỢC HOÀN THÀNH TẠI HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ - BỘ QUỐC PHÒNG

Người hướng dẫn khoa học: TS Lê Minh Tuấn TS Nguyễn Văn Giáo

Phản biện 1: PGS.TS Bạch Nhật Hồng

Phản biện 2: PGS.TS Nguyễn Xuân Quyền

Phản biện 3: TS Trương Trung Kiên

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng đánh giá luận án cấp Học viện theo Quyết định số 1917/QĐ-HV ngày 15 tháng 6 năm 2020 của Giám đốc Học viện Kỹ thuật Quân sự, họp tại Học viện Kỹ thuật Quân sự vào hồi – giờ – ngày tháng ... năm 2020

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam

- Thư viện Học viện Kỹ thuật Quân sự.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ

- T.B. Nguyen, T.D. Nguyen, M.T. Le, and V.D. Ngo, "Efficiency zeroforcing detectors based on group detection for Massive MIMO systems," in Advanced Technologies for Communications (ATC), 2017 International Conference on. IEEE, 2017, pp.48-53. DOI: 10.1109/ATC.2017.816 7640 (Scopus).
- T.B. Nguyen, M.T. Le, V.D. Ngo, T.D. Nguyen, and H.D. Han, "Efficient detectors based on group detection for Massive MIMO systems," REV Journal on Electronics and Communications, vol. 7, no. 3-4,pp.65-73, 2017. DOI: http://dx.doi.org/10.21553/rev-jec.167
- T.B. Nguyen, M.T. Le,V.D. Ngo and V.G Nguyen, "Generalized Group Detection Algorithm for Massive MIMO systems," Journal of Science and Technique - Le Quy Don technical university, vol. 198, no. 5, pp. 108-122, 2019.
- T.B. Nguyen, M.T. Le, V.D. Ngo and V.G Nguyen, "Parallel group detection Approach for Massive MIMO systems," in Advanced Technologies for Communications (ATC), 2018 International Conference on. IEEE, 2018, pp. 160-165. DOI: 10.1109/ATC.2018.8587606 (Scopus).
- T.B. Nguyen, M.T. Le and V.D. Ngo, "Low complexity Lattice Reduction aided detectors for high load Massive MIMO systems," Wireless Personal communication, 2019. DOI: https://doi.org/10.1007/s11277-019-06653-y (ISI).
- T.B. Nguyen, M.T. Le and V.D. Ngo, "Signal Detection Based on Parallel Group Detection Algorithm For High Load Massive MIMO Systems," Wireless Communications and Mobile Computing, vol.2019, 2019. DOI: https:// doi.org/10.1155/2019/5609740 (ISI)

KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN CỦA LUẬN ÁN

Kết quả đóng góp chính của luận án

- Đề xuất phương pháp tách tín hiệu theo nhóm (GD) và tách tín hiệu theo nhóm lặp (IGD), trên cơ sở đó áp dụng cho 3 loại bộ tách cơ bản là ZF, MMSE, V-BLAST tạo thành 6 bộ tách ZF-GD/IGD, MMSE-GD/IGD, BLAST-GD/IGD.
- 2. Đề xuất phương pháp tách tín hiệu theo nhóm mở rộng (GGDex) và theo nhóm mở rộng có sắp xếp trước (Presorted GGDEX), trên cơ sở đó đề xuất áp dụng cho 2 loại bộ tách cơ bản là ZF, SQRD (tạo thành các bộ tách ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex, SQRD-Presorted GGDex).
- 3. Đề xuất phương pháp tách tín hiệu theo nhóm song song (PGD), trên cơ sở đó áp dụng cho 3 loại bộ tách cơ bản là ZF, QRD và SQRD (tạo thành các bộ tách ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD).
- 4. Đề xuất kết hợp phương pháp suy giảm SLV và SLB với phương pháp tách tín hiệu theo nhóm (GGD) và tách tín hiệu theo nhóm song song (PGD) (tạo thành bộ tách MMSE-GGD-SLV; và ZF-PGD-SLB, QRD-PGD-SLB).

Hướng phát triển tiếp theo

- 1. Đánh giá phẩm chất lõi bít của các bộ tách tín hiệu đề xuất khi trạng thái kênh truyền được ước lượng không hoàn hảo hoặc khi có sự tương hỗ giữa các ăng ten tại các người dùng/trạm gốc.
- 2. Chứng minh phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu được đề xuất bằng toán học xác suất thống kê và lý thuyết về ma trận ngẫu nhiên.
- 3. Phân tích hiệu quả sử dụng năng lượng của các bộ tách tín hiệu đề xuất cho các hệ thống Massive MIMO thân thiện với môi trường.
- 4. Thực thi các bộ tách tín hiệu đề xuất trên phần cứng, đồng thời đánh giá độ trễ trong xử lý tín hiệu của từng bộ tách.

MỞ ĐẦU

1. Động lực nghiên cứu:

Để đáp ứng yêu cầu tăng nhanh cả về số lượng thuê bao cũng như lưu lượng dữ liệu thì yêu cầu cơ bản đối với các hệ thống thông tin di động tương lai phải có dung lượng lớn, tốc độ cao và phải ứng dụng nhiều công nghệ mới, trong đó phải kể đến kỹ thuật truyền dẫn đa ăng ten Massive MIMO (MM).

Với những ưu điểm nổi bật như (1) hiệu suất sử dụng phổ tần và độ tin cậy cao; (2) hiệu suất sử dụng năng lượng lớn và (3) độ phức tạp trong xử lý tín hiệu thấp [1], MM đã bước đầu được ứng dụng trong các hệ thống thông tin di động 5G [29, 30]. Tuy nhiên, số lượng ăng ten tại trạm gốc trong các hệ thống 5G hiện nay chỉ là 64 [29] nên hiệu quả sử dụng phổ tần số của MM bị giới hạn đáng kể. Gần đây khái niệm MM 2.0 đã được đề xuất nhằm tiếp tục nghiên cứu và phát triển kỹ thuật MM cho các hệ thống thông tin di động sau 5G, Rada, MM thông minh...[30].

Từ những phân tích nêu trên cho ta thấy MM đã, đang và vẫn sẽ là một trong những nội dung nghiên cứu trọng tâm về thông tin vô tuyến, thu hút rất nhiều sự quan tâm của các nhà khoa học trong và ngoài nước. Chính vì thế, Nghiên cứu sinh chọn và thực hiện đề tài "Nghiên cứu kỹ thuật tách tín hiệu đường lên trong hệ thống Massive MIMO". Những đóng góp của luận án góp phần củng cố cơ sở lý thuyết nhằm từng bước ứng dụng MM vào các hệ thống thông tin di động sau 5G.

2. Mục tiêu nghiên cứu của luận án:

- 1. Nghiên cứu xây dựng các giải thuật tách tín hiệu trong các hệ thống Massive MIMO cho phép hệ thống thu được phẩm chất lỗi bít tốt, độ phức tạp thấp và hiệu quả sử dụng phổ tần cao.
- 2. Nghiên cứu kết hợp các thuật toán được đề xuất với các kỹ thuật tách tín hiệu truyền thống để tạo ra các bộ tách tín hiệu hiệu quả sử dụng trong các hệ thống Massive MIMO.

3. Cấu trúc luận án:

Luận án được trình bày trong 140 trang gồm: 4 chương nội dung, kết luận và hướng phát triển, phụ lục, công trình công bố và tài liệu tham khảo.

Chương 1

Tổng quan về hệ thống Massive MIMO

1.1 Mô hình hệ thống

Xét hệ thống MM đơn tế bào như Hình 1.1. Hệ thống gồm 01 trạm gốc (BS) được trang bị N_r ăng ten đồng thời phục vụ K người dùng (user), mỗi người dùng được trang bị N_T ăng ten sử dụng chung một tần số.



Hình 1.1: Mô hình hệ thống Massive MIMO

Giả sử mỗi người dùng sử dụng máy phát ghép kênh theo không gian (SDM: Spatial Division Multiplexing) với véc tơ tín hiệu phát của tất cả K người dùng, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, $N = KN_T$, được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_K^T \end{bmatrix}^T, \tag{1.1}$$

trong đó $\mathbf{x}_i \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$, i = 1, 2, ..K, là véc tơ tín hiệu phát của người dùng thứ *i*. Véc tơ tín hiệu thu tại trạm gốc, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, được biểu diễn bởi:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{p}{KN_T E_s}} \mathbf{G} \mathbf{x} + \mathbf{n}, \tag{1.2}$$

trong đó p là tổng công suất phát của tất cả K người dùng; $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N_r \times N}$, là ma trận kênh truyền; $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ là véc tơ tạp âm; E_s là năng lượng trung bình của các ký hiệu điều chế M-QAM. Ma trận kênh truyền có thể được biểu diễn bởi:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{D}^{1/2}.\tag{1.3}$$

 ${O}$ đây, các phần tử của ma trận **H** là các biến ngẫu nhiên có trung bình bằng 0 và phương sai bằng 1, biểu diễn các hệ số pha-đinh phạm vi hẹp; **D** là ma trận đường chéo với các phần tử thuộc đường chéo chính mô tả các hệ số pha-đinh

4.4.3 So sánh phẩm chất lỗi bít

Các thông số mô phỏng được thiết lập như Chương 3. Quan sát Hình 4.9 ta thấy, tại $BER = 10^{-4}$ và $N_r = 64$, K = 16, $N_T = 4$, bộ tách ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB tốt hơn MMSE khoảng 11.9 dB và 13.4 dB. Hình 4.10 là phẩm chất BER trong 2 cấu hình hệ thống là $N_r = 120$, K = 8, $N_T = 4$ và $N_r = 120$, K = 32, $N_T = 4$, (tức $\beta_1 = 0.26$ và $\beta_2 = 0.8$). Tại BER= 10^{-4} và hệ số tải là $\beta_2 = 0.8$ thì phẩm chất BER của ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB tốt hơn ZF-SLB khoảng 0.3 dB và 1.2 dB nhưng lại kém hơn bộ tách MMSE-GGD-SLV khoảng 2 dB và 3 dB. Khi $\beta_1 = 0.26$ thì phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu gần như tương đồng.





Hình 4.7: Độ phức tạp theo N_r .

Hình 4.8: Độ phức tạp theo β ,.





Hình 4.9: $N_r = N = 64, 4QAM$. 4.5 Kết luận chương 4

Hình 4.10: $\beta < 1,\,64 {\rm QAM}.$

Chương 4 đề xuất các mô hình tách tín hiệu kết hợp giữa SLV/SLB với các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GGD và PGD nhằm cải thiện phẩm chất BER của hệ thống. Dựa trên các mô hình này, Luận án xây dựng 3 bộ tách tín hiệu mới đảm bảo tốt sự cân bằng giữa độ phức tạp thấp và phẩm chất lõi bít cao được đặt tên là MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB.

hai cấu hình hệ thống là $N_r = 64, N = 48$ và $N_r = 128, N = 48$ ứng với $\beta_1 = 0.75$ và $\beta_2 = 0.375$. Bộ tách đề xuất có độ phức tạp tương đương với ZF-GGDex và MMSE khi $\beta_1 = 0.75$ nhưng cao hơn MMSE khi $\beta_2 = 0.375$.

4.3.4 So sánh phẩm chất lỗi bít

Các thông số mô phỏng được thiết lập như trong Chương 3. Kết quả mô phỏng trong Hình 4.5 cho ta thấy tại BER=10⁻⁴, bộ tách MMSE-GGD-SLV cho phẩm chất BER tốt hơn của bộ tách MMSE khoảng 13.2, 13.9 và 14.2 dB tương ứng với L = 2, 4, 8. Tiếp theo, NCS khảo sát $N_r = 64, K = 12, N_T = 4$, và $N_r = 128, K = 12, N_T = 4$, (tức $\beta_1 = 0.75$ và $\beta_2 = 0.375$),16–QAM như Hình 4.6. Từ kết quả mô phỏng thấy, tại BER=10⁻⁴ và $N_r = 128$, bộ tách MMSE-GGD-SLV tốt hơn MMSE khoảng 1.2 và 1.6 dB ứng với L = 2, 4. Độ lợi này tăng và lần lượt đạt giá trị khoảng 4.1 và 5.1 dB khi $N_r = 64$.





Hình 4.6: $\beta < 1$, 16QAM.

4.4 Xây dựng các bộ tách tách tín hiệu dựa trên mô hình kết hợp PGD-SLB

$4.4.1 \quad B \hat{o} \ t \acute{a} ch \ ZF\mbox{-}PGD\mbox{-}SLB \ v \grave{a} \ QRD\mbox{-}PGD\mbox{-}SLB$

Bộ tách ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB được tạo thành khi áp dụng kỹ thuật tách tín hiệu LR trong cả 2 hệ thống con trong thuật toán PGD. Trong các bộ tách sóng này, thuật toán rút gọn dàn SLB được sử dụng để tìm được \mathbf{U}^{LR} và **T**. Sau đó, áp dụng phương pháp tách tín hiệu ZF/QRD trong miền LR để khôi phục tín hiệu phát.

4.4.2 Phân tích độ phức tạp

Quan sát Hình 4.7 và Hình 4.8 ta thấy các bộ tách tín hiệu ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB có độ phức tạp tính toán cao hơn các bộ tách MMSE, QRD, QRD-PGD, ZF-PGD, ZF-SLB và MMSE-GGD-SLV nhưng thấp hơn rất nhiều so với bộ tách BLAST.

phạm vi rộng. Giả thiết các hệ số pha-đình phạm vi rộng giữa một người dùng cụ thể và trạm gốc là bằng nhau. Ta có:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} \left(\mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_{N_T} \right)^{1/2}. \tag{1.4}$$

Các phần tử thuộc đường chéo chính của **B**, $b_{i,i}$, i = 1, 2, ...K, biểu diễn hệ số pha-đinh phạm vi rộng giữa người dùng thứ *i* và BS như sau:

$$b_{i,i} = \frac{z_i}{(d_i/d_0)^{\gamma}},$$
 (1.5)

với z_i là biến ngẫu nhiên phân bố đều mô tả hiện tượng che khuất với giá trị trung bình bằng không và phương sai σ_{Shadow}^2 ; d_0 và d_i lần lượt là khoảng cách tham chiếu và khoảng cách từ người dùng thứ *i* tới trạm gốc; γ là hệ số suy hao đường truyền. Đặt $\mathbf{U} = \sqrt{\frac{p_u}{N_T E_s}} \mathbf{G}$, $p_u = \frac{p}{K}$, và viết lại (1.2) như sau:

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n}.\tag{1.6}$$

Lưu ý: Trong trường hợp kênh truyền chỉ chịu sự tác động của pha-đinh phạm vi hẹp thì $\mathbf{D} = \mathbf{I}_N$ và $\mathbf{G} = \mathbf{H}$. Khi đó, \mathbf{y} được biểu diễn theo tỷ số SNR ở mỗi ăng ten thu, ζ , như sau:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\zeta}{KN_T E_s}} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{1.7}$$

$$= \bar{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \mathbf{n},\tag{1.8}$$

với $\mathbf{\bar{H}} = \sqrt{\frac{\zeta}{KN_T E_s}} \mathbf{H}.$

1.2 Nguyên lý làm việc

Bởi vì hệ thống MM có kích thước rất lớn nên các thao tác xử lý phức tạp đều được thực hiện tại BS. Các hoạt động cơ bản trong hệ thống MM gồm:

- Tách tín hiệu đường lên.

- Tiền mã hóa (precoding) cho đường xuống.
- Ước lượng kênh truyền.

Lưu ý: MM có hai kiểu song công đó là: song công theo thời gian (TDD) và song công theo tần số (FDD). Trong hệ thống MM TDD thì kênh truyền đường lên và đường xuống có tính thuận nghịch với nhau nên trong mỗi khoảng đồng bộ của kênh thì BS chỉ cần ước lượng kênh 1 lần để có được CSI, sau đó sử dụng CSI này để tách tín hiệu đường lên và tiền mã hóa cho đường xuống. Tuy nhiên, nếu hệ thống là FDD thì kênh truyền đường lên và đường xuống là độc lập với nhau. Do đó, phải thực hiện đồng thời việc ước lượng kênh cho cả đường lên và đường xuống riêng rẽ.

1.3 Phân biệt MM với MIMO đa người dùng

Hệ thống Massive MIMO phân biệt với MU-MIMO thông thường ở 3 đặc điểm chính sau $[3]\colon$

- Chỉ BS cần phải biết các thông tin về trạng thái kênh truyền CSI.
- Số ăng ten trang bị tại trạm gốc và số người dùng được phục vụ bởi BS đó là rất lớn.
- Cả đường lên và đường xuống đều sử dụng các kỹ thuật xử lý tín hiệu có độ phức tạp thấp.

1.4 Tách tín hiệu tại BS

Tách tín hiệu được áp dụng đối với đường lên của hệ thống MM bằng cách sử dụng bộ tách thích hợp. Để đánh giá một bộ tách tín hiệu người ta thường dựa vào 2 thông số là: (1) phẩm chất lỗi bít (BER) và (2) Độ phức tạp tính toán. Thông thường các bộ tách tín hiệu có phẩm chất BER cao thì độ phức tạp lớn và ngược lại. Trong nghiên cứu lý thuyết, độ phức tạp được tính bằng cách đếm số lượng dấu chấm động (Flop) cần thiết để tách thành công 1 véc tơ tín hiệu phát [38, 39]. Trong luận án, mỗi phép toán trong miền số thực được tính là 01 flop. Khi đó, 01 phép nhân phức và 01 phép chia phức lần lượt được tính là 06 và 11 flop.

Bởi vì hệ thống MM có kích thước rất lớn nên chúng thường sử dụng các bộ tách tín hiệu có độ phức tạp thấp như các bộ tách sóng tuyến tính (ZF, MMSE) hay tách tín hiệu dựa trên phân rã QR (QRD, SQRD). Bộ tách tín hiệu phẩm chất cao như VBLAST chỉ được sử dụng trong các hệ thống MM có kích thước nhỏ do độ phức tạp của nó rất cao.

1.5 Các công trình nghiên cứu về tách tín hiệu có liên quan

Trong các công trình [25] và [47], các tác giả đã đề xuất các bộ tách tuyến tính gồm MRC, ZF và MMSE cho MM với phẩm chất lỗi bít gần đạt được phẩm chất tối ưu, hiệu quả sử dụng năng lượng và hiệu quả phổ tần lớn.

Năm 2016, Kobayashi và các cộng sự đã đề xuất các bộ tách SQRD cho hệ thống MM khi kênh truyền có sự tương quan không gian trong [53]. Các bộ tách tín hiệu này có độ phức tạp rất thấp và phẩm chất lỗi bít cao.

Nhược điểm cơ bản của các bộ tách tín hiệu tuyến tính và SQRD là phẩm chất lỗi bít của chúng bị suy giảm mạnh trong các hệ thống có hệ số tải cao (đặc biệt là khi $\beta = N/N_r = 1$).

$4.3.2 \quad B \hat{\rho} \ t \acute{a} ch \ t \acute{n} \ h \dot{i} \hat{e} u \ MMSE-GGD-SLV$

Về lý thuyết, ta có thể áp dụng phương pháp MMSE-SLV cho tất cả các hệ thống con ở Bước 2 tương như Mục 4.2. Khi đó, ma trận hiệp phương sai lỗi của tầng tách sóng thứ $k, \Phi_k, k = 1, 2, ..., L$, là:



Hình 4.1: Sơ đồ khối thuật toán GGD — Hình 4.2: ECDF của $max(\Phi_{k_{i,i}})$

Bỏ qua ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi giữa các tầng tách tín hiệu trong GGD và khảo sát hàm ECDF của $max(\Phi_{k_{j,j}})$ khi $N_r = N = 64, L = 4,$ trong Hình 4.2. Kết quả là MMSE-SLV đã cải thiện đáng kể phẩm BER của hệ thống con đầu tiên và giảm nhanh cho các tầng tách tín hiệu kế tiếp. Từ đó cho phép ta xây dựng bộ tách MMSE-GGD-SLV như sau: Sử dụng MMSE-SLV cho hệ thống con thứ nhất, các tầng tách tín hiệu còn lại sử dụng MMSE.

4.3.3 Phân tích độ phức tạp



Hình 4.3: Độ phức tạp theo N_r .

Hình 4.4: Độ phức tạp theo β .

Kết quả trong Hình 4.3 cho thấy khi $N_r = N = [60: 20: 160]$ thì độ phức tạp của MMSE-GGD-SLV thấp hơn ZF-GGDex (L = 4) thậm chí thấp hơn MMSE-SLV và tương đương với MMSE khi L = 2. Hình 4.4 so sánh độ phức tạp với

$$\mathbf{W}^{(LR)} = \begin{cases} \left(\mathbf{U}^{(LR)^{H}} \mathbf{U}^{(LR)} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}}, & ZF \\ \left(\mathbf{U}^{(LR)^{H}} \mathbf{U}^{(LR)} + \frac{1}{E_{s}} \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}}, & MMSE \end{cases}.$$
(4.3)

Lưu ý: Nếu các tín hiệu phát **x** được điều chế *M*-QAM thì chúng cần được dịch chuyển và lấy tỉ lệ [34, 62, 64] như sau: $\bar{\mathbf{x}} = \alpha \mathbf{x} + \eta$ với $m = \log(M)$, $\alpha = 1/2$, $\eta = (m-1)(1+j)/2$. Khi đó, tín hiệu phát trong miền LR trở thành:

$$\bar{\mathbf{c}} = \mathbf{T}^{-1} \bar{\mathbf{x}} = \alpha \mathbf{c} + \eta \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_N.$$
(4.4)

Dựa vào mối quan hệ trong công thức (4.4), quyết định cứng của \tilde{c} là:

$$\hat{\mathbf{c}} = \frac{1}{\alpha} \left(\left\lceil \alpha \widetilde{\mathbf{c}} + \eta \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_N \right\rfloor - \eta \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_N \right).$$
(4.5)

Khi $\hat{\mathbf{c}}$ đã được xác định thì ta dễ dàng tính toán được $\tilde{\mathbf{x}}$ là $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{c}}$. Cuối cùng $\tilde{\mathbf{x}}$ tiếp tục được lượng tử hóa và thu được $\hat{\mathbf{x}} = \Omega(\tilde{\mathbf{x}})$. Sai số ước lượng là các phần tử thuộc đường chéo chính của ma trận hiệp phương sai lỗi:

$$\Phi = \begin{cases} \mathbf{T}^{-1} \left(\mathbf{U}^{H} \mathbf{U} \right)^{-1} \left(\mathbf{T}^{-1} \right)^{H}, & ZF - LRA \\ \mathbf{T}^{-1} \left(\mathbf{U}^{H} \mathbf{U} + \frac{1}{E_{s}} \mathbf{I}_{N} \right)^{-1} \left(\mathbf{T}^{-1} \right)^{H}, & MMSE - LRA \end{cases}$$
(4.6)

Như vậy, Φ phụ thuộc vào **T** và hàm lỗi ước lượng của bộ tách tuyến tính. Thuật toán rút gọn dàn SLV và SLB [64] xác định **T** bằng cách tối thiểu các phần tử thuộc đường chéo chính của ma trận hiệp phương sai lỗi của bộ tách tín hiệu ZF, $\Phi = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1}$. Trong SLB, **T** được xác định sau khi rút gọn tất cả các phần tử thuộc đường chéo chính của Φ trong khi đó SLV chỉ tối thiểu duy nhất một phần tử có giá trị lớn nhất. Các bộ tách tuyến tính miền LR sử dụng SLV/ SLB được gọi là ZF-SLV/MMSE-SLV, ZF-SLB/MMSE-SLB.

4.3 Xây dựng bộ tách MMSE trên mô hình k/hợp GGD-SLV

- 4.3.1 Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGD Thuật toán GGD được xây dựng như trong Hình 4.1 gồm 4 bước:
 - Bước 1: Sắp xếp lại các cột của U trong (1.6) và thu được ma trận \mathbf{U}_s thỏa mãn $\left\|\mathbf{u}_s^{(1)}\right\|^2 \leq \left\|\mathbf{u}_s^{(2)}\right\|^2 \leq \cdots \leq \left\|\mathbf{u}_s^{(N)}\right\|^2$ và véc tơ hoán vị p.
 - Bước 2: Tạo L hệ thống con và tách tín hiệu trong các hệ thống con ấy.
 - Bước 3: Sắp xếp các ký hiệu đã được ước lượng từ các hệ thống con để tạo ra véc tơ tín hiệu ước lượng toàn cục x̂_s.
 - Bước 4: Sắp xếp lại thứ tự các phần tử của $\hat{\mathbf{x}}_s$ theo véc tơ hoán vị \mathbf{p} .

Các bước kể trên được tiến hành hoàn toàn tương tự như trong Mục 3.1.

Trong công trình [54], các tác giả đã đề xuất phương pháp tách tín hiệu sai số thưa (Sparse Error Recovery) cho MM có tải cao. Bộ tách được đề xuất cải thiện khoảng 10 dB so với bộ tách MMSE truyền thống. Tuy nhiên, độ phức tạp của các bộ tách theo phương pháp này cao hơn nhiều so với các bộ tách tín hiệu tuyến tính. Hơn nữa, phương pháp này chỉ áp dụng cho tín hiệu phát điều chế QRSK/BPSK nên hiệu quả phổ của hệ thống bị hạn chế.

Năm 2014, Chockalingam và các cộng sự đã xây dựng các bộ tách tín hiệu có độ phức tạp thấp trong [52], phù hợp để áp dụng trong MM như tách tín hiệu dựa trên liên kết xác suất dữ liệu (PDA: Probabilistic Data Association), hay Chuỗi Markov Monte Carlo (MCMC:Markov Chain Monte Carlo)... Các phương pháp tách tín hiệu này có phẩm chất BER cao với độ phức tạp thấp. Tuy nhiên, các bộ tách tín hiệu được đề xuất để tách các tín hiệu điều chế BPSK nên hiệu quả sử dụng phổ tần của toàn hệ thống bị hạn chế.

Năm 2017, Liu và các cộng sự đã đề xuất sử dụng bộ tách VBLAST cho Massive MIMO trong công trình [56] nhằm thu được hiệu quả sử dụng năng lượng lớn. Tuy nhiên, các bộ tách VBLAST với độ phức tạp bậc 4 theo tổng số ăng ten phát từ các người dùng là rất cao trong MM.

1.6 Các thách thức cần tập trung giải quyết của luận án

Trong các hệ thống MM có tải cao (tức $\beta = N/N_r \approx 1$) thì cần thiết phải xây dựng các bộ tách tín hiệu đảm bảo tốt sự cân bằng giữa phẩm chất BER cao, độ phức tạp thấp và hiệu quả sử dụng phổ tần lớn. Cụ thể là:

- Đề xuất các thuật toán mới cho phép giảm độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu có phẩm chất cao như bộ tách ML, SD hay VBLAST mà không làm giảm đáng kể phẩm chất BER của hệ thống.
- Đề xuất thuật toán nhằm cải thiện mạnh phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống với độ phức tạp được giữ ở mức chấp nhận được trong hệ thống MM.

1.7 Kết luận chương 1

Chương này trình bày một số vấn đề chung về MM như mô hình tín hiệu của hệ thống, nguyên lý làm việc và một số bộ tách tín hiệu thông dụng trong MM. Trên cơ sở khảo sát các công trình đã công bố gần đây về tách tín hiệu trong MM, NCS khái quát một số thách thức cần tập trung giải quyết của Luận án. Những nội dung trình bày trong Chương này là cơ sở lý thuyết quan trọng để phát triển các ý tưởng nghiên cứu trong các Chương tiếp theo.

Chương 2

Đề xuất các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm

2.1 Ý tưởng đề xuất

Xuất phát từ thực tế là: (1)Độ phức tạp của bộ tách tín hiệu tăng theo kích thước của hệ thống và (2) Phẩm chất BER càng kém khi hệ số tải của hệ thống càng cao. Từ thực tế đó, NCS nhận thấy nếu biến đổi hệ thống MM nguyên bản có kích thước lớn, hệ số tải cao thành các hệ thống tương đương có kích thước và hệ số tải nhỏ hơn thì độ phức tạp và phẩm chất BER luôn tốt hơn.

2.2 Đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD

Xét đường lên hệ thống Massive MIMO với kên
h truyền chỉ chịu tác động của pha-đình phạm vi hẹp trong
 (1.8)như sau:

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \tag{2.1}$$

Để thực hiện thuật toán GD, trước hết ta viết lại phương trình hệ thống trong (2.1) dưới dạng:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{n} = \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{G}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}, \qquad (2.2)$$

trong đó $\mathbf{G}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times l_a}$ và $\mathbf{G}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times (N-l_a)}$ là các ma trận con được tạo ra bằng cách lấy lần lượt l_a cột đầu tiên $(l_a = lN_T$ với $1 < l < K, l \in N)$ và $(N-l_a)$ cột còn lại của ma trận kênh truyền $\mathbf{\overline{H}}$. Tương tự như vậy, $\mathbf{s}_1 \in \mathbb{C}^{l_a \times 1}$ và $\mathbf{s}_2 \in \mathbb{C}^{(N-l_a) \times 1}$ là hai véc tơ tín hiệu con gồm l_a hàng đầu tiên và các hàng còn lại của véc tơ tín hiệu phát, \mathbf{x} .

Tiếp đó, ta nhân hai vế của phương trình (2.2) với ma trận giả đảo bên trái của \mathbf{G}_1 , tức là $\mathbf{G}_1^{\dagger} = (\mathbf{G}_1^H \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^H$, và thu được:

$$\mathbf{G}_{1}^{\dagger}\mathbf{y} = \mathbf{s}_{1} + \mathbf{G}_{1}^{\dagger}\mathbf{G}_{2}\mathbf{s}_{2} + \mathbf{G}_{1}^{\dagger}\mathbf{n}.$$

$$(2.3)$$

Rút \mathbf{s}_1 từ (2.3) và thay vào (2.2), sau một số phép biến đổi ta thu được hệ thống con đầu tiên như sau:

$$\mathbf{y}_2 = \widetilde{\mathbf{G}}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_2, \tag{2.4}$$

Chương 4

Xây dựng các bộ tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn

4.1 Ý tưởng đề xuất

Các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm có nhược điểm cơ bản là đặc tính thống kê bậc hai của thành phần tạp âm trong các hệ thống con của bị biến đổi làm giảm phẩm chất BER của hệ thống. Rút gọn cơ sở dàn hường được gọi ngắn gọn là rút gọn dàn LR là một giải pháp rất hữu ích làm giảm sự ảnh hưởng của tạp âm. Vì thế kết hợp các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm với LR là vấn đề nghiên cứu khả thi để cải thiện phẩm chất BER của hệ thống.

4.2 Tổng quan về tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn

4.2.1 Định nghĩa dàn và rút gọn dàn

Dàn \mathcal{L} có kích thước N_r được định nghĩa là tập hợp tất cả các tổ hợp tuyến tính nguyên các véc tơ cột của ma trận **U** có kích thước $N_r \times N$ như sau [64]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L} \left(\mathbf{U} \right) = \left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i \mathbf{u}_i, \, a_i \in \mathbb{Z} \right\},$$
(4.1)

trong đó tập hợp các véc tơ cột của U được gọi là cơ sở của dàn \mathcal{L} .

Rút gọn gọn dàn LR là phép biến đổi một cơ sở cho trước U thành một cơ sở mới $\mathbf{U}^{(LR)}$ mà không làm biến đổi dàn [64]. Mối quan hệ giữa $\mathbf{U}^{(LR)}$ và U là $\mathbf{U}^{(LR)} = \mathbf{UT}$ với T là ma trận đơn modula có định thức $det(\mathbf{T}) = \pm 1$. Ma trận T được xác định nhờ các thuật toán rút gọn dàn đối với U.

4.2.2 Tách tín hiệu tuyến tính có sự hỗ trợ của rút gọn dàn

Xét đường lên hệ thống Massive MIMO trong (1.6) (tức $\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n}$). Từ định nghĩa dàn ta dễ dàng nhận thấy nếu bỏ qua thành phần tạp âm, \mathbf{n} , thì $\mathbf{U}\mathbf{x}$ được xem như dàn \mathcal{L} với cơ sở \mathbf{U} . Để thực hiện tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn, ta viết lại phương trình mô tả hệ thống (1.6) như sau:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{U}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{U}^{(LR)}\mathbf{c} + \mathbf{n}, \qquad (4.2)$$

trong đó $\mathbf{c} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ và $\mathbf{U}^{(LR)} = \mathbf{U}\mathbf{T}$. Giả sử phương pháp tách tín hiệu tuyến tính được sử dụng trên (4.2), thì \mathbf{c} được ước lượng như sau: $\mathbf{\tilde{c}} = \mathbf{W}^{(LR)}\mathbf{y}$ với \mathbf{W}^{LR} là ma trận trọng số của bộ tách tuyến tính trong miền LR, xác định bởi:

tách BLAST. Khi số ăng ten được trang bị trong hệ thống càng cao thì đô phức tạp của các bộ tách tín hiệu ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD có xu hướng cao hơn bô tách MMSE truyền thống và ZF-GGDex.

3.2.4 So sánh phẩm chất lỗi bít

Chương trình mô phỏng khảo sát 02 cấu hình hệ thống như sau: 1) $N_r =$ 64, K = 16, $N_T = 4$ và $N_r = 128$, K = 32, $N_T = 4$. Kênh truyền được thiết lập giống như Mục 3.1. Kết quả mô phỏng cho ta thấy khi SNR đủ lớn thì các bô tách ZF-PGD và QRD-PGD đạt được phẩm chất BER gần như tượng đồng với bộ tách ZF-GGDex (tương tự như vậy cho trường hợp SQRD-PGD và SQRD-GGDex). Tai BER=10⁻⁴, bô tách QRD-PGD và SQRD-PGD lần lướt thu được đô lơi về SNR lớn hơn 8 dB và 15.5 dB so với bô tách MMSE truyền thống. Khi so sánh với bộ tách SQRD thì độ lợi SNR thu được từ hai bộ tách tín hiệu này xấp xỉ 6.5 dB và 14 dB.





Hình 3.8: Phẩm chất BER của các bô Hình 3.9: Phẩm chất BER của các bô tách tín hiệu khi $N_r = 64, K = 16$, tách tín hiệu khi $N_r = 128, K = 32$, $N_T = 4, 4$ -QAM

 $N_T = 4.4$ -QAM

Kết luân chương 3 3.3

Chương này đề xuất hai thuật toán tách tín hiệu theo nhóm là Thuật toán tách tín hiêu theo nhóm suy rông GGDex và Thuật toán tách tín hiêu theo nhóm song song PGD. Trên cơ sở hai thuật toán này, Luân án xây dựng và đề xuất 7 bộ tách tín hiệu mới có tên gọi lần lượt là ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex, SQRD-Presorted GGDex, ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD. Kết quả phân tích đô phức tạp và mô phỏng BER cho thấy các bô tách tín hiệu được đề xuất có độ phức tạp tương đương và phẩm chất lỗi bít cao hơn đáng kể so với các bô tách tín hiệu tuyến tính truyền thống. Chính vì vậy, các bộ tách tín hiệu này phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống MM.

trong đó $\mathbf{y}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}, \ \widetilde{\mathbf{G}}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_2 \ \text{và} \ \mathbf{n}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{n}, \ \text{với} \ \mathbf{P}_1 = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^{\dagger}\right)$ được gọi là ma trân triệt tiêu (projector matrix) của \mathbf{G}_1 có tính chất $\mathbf{P}_1\mathbf{G}_1 = 0$. Dễ dàng thấy rằng \mathbf{s}_2 có thể được khôi phục (tức $\mathbf{\hat{s}}_2$) bằng cách áp dụng phương pháp tách tín hiệu MIMO truyền thống cho hệ thống con thứ nhất trong (2.4). Sau khi \hat{s}_2 được tách thành công và giả thiết rằng \hat{s}_2 là chính xác thì hệ thống con còn lai được xác đinh như sau:

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{G}_2 \mathbf{\hat{s}}_2 = \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}. \tag{2.5}$$

Sử dụng bô tách tín hiệu MIMO truyền thống một lần nữa trên hệ thống (2.5) ta thu được véc tơ ước lượng của \mathbf{s}_1 là $\mathbf{\hat{s}}_1$.

Cuối cùng, tín hiệu đầu ra của thuật toán là: $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1^T & \hat{\mathbf{x}}_2^T \end{bmatrix}^T$.

Lưu ý rằng, cả hai hệ thống con trong thuật toán GD có kích thước lần lươt là $N_r \times (N - l_a)$ và $N_r \times l_a$, tương ứng với hệ số tải là $\beta_1 = \frac{(N - l_a)}{N_r}$ và $\beta_2 = \frac{l_a}{N_r}$. Như vậy, số cột trong các ma trận kên
h truyền con nhỏ hơn số cột trong $\bar{\mathbf{H}}$ trong khi số hàng được giữ không đổi và vì thế đô phức tạp của các bô tách khi được sử dụng trong thuật toán GD có thể được giảm xuống. Hơn nữa, hệ số tải của các hệ thống con nhỏ hơn trong hệ thống nguyên bản, $\beta = \frac{N}{N_{\pi}}$, nên thuật toán GD còn cho phép cải thiên phẩm chất lỗi bít của hệ thống. Tuy nhiên, thành phần tạp âm \mathbf{n}_2 trong (2.5) tuy vẫn có trung bình bằng 0 nhưng phương sai của nó đã bị biến đổi thành $\mathbb{E}\left[\mathbf{n}_{2}\mathbf{n}_{2}^{H}\right] = \sigma^{2}\mathbf{P}_{1}^{H} \neq \sigma^{2}\mathbf{I}.$

Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách 2.3tín hiệu theo nhóm

2.3.1 Bô tách ZF-GD và MMSE-GD

Sử dung phương pháp tách tín hiệu ZF và MMSE để khôi phục các ký hiệu đã phát trong các hệ thống con (2.4) và (2.5) ta tạo ra hai bộ tách mới là ZF-GD và MMSE-GD. Bộ tách ZF-GD và MMSE-GD xác định \hat{s}_1 và \hat{s}_2 như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_1 = \mathcal{Q}\left(\mathbf{W}_1\mathbf{y}_1\right),\tag{2.6}$$

$$\hat{\mathbf{s}}_2 = \mathfrak{Q}\left(\mathbf{W}_2\mathbf{y}_2\right),\tag{2.7}$$

trong đó $\mathbf{W}_1 \in \mathbb{C}^{l_a \times N_r}$ và $\mathbf{W}_2 \in \mathbb{C}^{(N-l_a) \times N_r}$ là các ma trân trong số được xác đinh bởi các công thức dưới đây.

$$\mathbf{W}_{1} = \begin{cases} \left(\mathbf{G}_{1}^{H}\mathbf{G}_{1}\right)^{-1}\mathbf{G}_{1}^{H}, & ZF - GD\\ \left(\mathbf{G}_{1}^{H}\mathbf{G}_{1} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{l_{a}}\right)^{-1}\mathbf{G}_{1}^{H}, & MMSE - GD \end{cases}$$
(2.8)

$$\mathbf{W}_{2} = \begin{cases} \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H} \widetilde{\mathbf{G}}_{2} \right)^{-1} \widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}, & ZF - GD \\ \widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H} \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H} \widetilde{\mathbf{G}}_{2} + \frac{1}{E_{s}} \mathbf{P}_{1}^{H} \right)^{-1}, & MMSE - GD \end{cases}$$
(2.9)

Lưu ý rằng thành phần $\left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{2}+\frac{1}{E_{s}}\mathbf{P}_{1}^{H}\right)$ trong công thức (2.9) gần đơn điệu nên không thể thực hiện phép nghịch đảo. Để thực hiện được phép nghịch đảo ma trận, dòng thứ hai trong công thức (2.9) được gần đúng hóa như sau:

$$\mathbf{W}_{2} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{2} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{(N-l_{a})}\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}, MMSE - GD.$$
(2.11)

2.3.2 Bộ tách ZF-IGD và MMSE-IGD

Ý tưởng xây dựng các bộ tách này là các véc tơ \mathbf{s}_1 và \mathbf{s}_2 trong công thức (2.2) sẽ được tách tín hiệu hai lần, sau mỗi vòng lặp cặp véc tơ ước lượng $\mathbf{\hat{s}}_1$ và $\mathbf{\hat{s}}_2$ sẽ được dùng để tính khoảng cách Euclide tương ứng. Cuối cùng cặp véc tơ ước lượng $\mathbf{\hat{s}}_1$ và $\mathbf{\hat{s}}_2$ ứng với vòng lặp có khoảng cách Euclide nhỏ nhất sẽ được chọn làm tín hiệu đầu ra của bộ tách. Nội dung chi tiết các bước tách tín hiệu trong ZF-IGD và MMSE-IGD như sau:

Vòng lặp thứ nhất, tín hiệu được khôi phục nhờ sử dụng các bộ tách ZF-GD/ MMSE-GD. Sau vòng lặp này, ta xác định được $\mathbf{\hat{x}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{s}}_1^T & \mathbf{\hat{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$ và khoảng cách Euclidean d_1 như sau:

$$d_1 = \left\| \mathbf{y} - \bar{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{x}}_1 \right\|_2^2. \tag{2.12}$$

Trong vòng lặp thứ hai, thứ tự tách s_1 và s_2 sẽ thay đổi so với trong thuật toán GD, tức là s_1 sẽ được tách trước s_2 . Để làm được như vậy, nghiên cứu sinh thực hiện tương tự như các bước trong thuật toán GD ta thu được:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_1 = \widetilde{\mathbf{G}}_1 \mathbf{s}_1 + \widetilde{\mathbf{n}}_1, \tag{2.13}$$

trong đó $\tilde{\mathbf{y}}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, $\tilde{\mathbf{G}}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times L}$ và $\tilde{\mathbf{n}}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ được xác định như sau: $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}$, $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{G}_1$ và $\tilde{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{n}$, với $\mathbf{P}_2 = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_2^{\dagger})$. Tới đây, ta sử dụng phương pháp tách tín hiệu tuyến tính ZF/MMSE để ước lượng $\hat{\mathbf{s}}_1$. Sau đó, $\hat{\mathbf{s}}_1$ được dùng để khử ảnh hưởng của nó lên việc tách tín hiệu tuyến tính $\hat{\mathbf{s}}_2$. Cuối vòng lặp thứ hai ta xác định được $\hat{\mathbf{x}}_2 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$ và khoảng cách Euclidean tương ứng là:

$$d_2 = \left\| \mathbf{y} - \bar{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{x}}_2 \right\|_2^2. \tag{2.14}$$

Tín hiệu được chọn tại đầu ra của bộ tách là giá tr
ị $\mathbf{\hat{x}}_i$ tương ứng với khoảng cách d_i nhỏ nhất.

 $b \times l_a$ với $l_a = N/2, b = (N_r + N).$

Bước 3: Áp dụng các kỹ thuật tách tín hiệu MIMO truyền thống trong mỗi hệ thống con để ước lượng các ký hiệu tín hiệu phát từ các người dùng.

Bước 4: Sắp xếp lại các tín hiệu đã tách ở bước 3 theo đúng thứ tự mà chúng được phát đi.



Hình 3.6: Sơ đồ khối tách tín hiệu bằng thuật toán PGD

Các Bước trên được thực hiện tương tự như trong Mục 3.1. Sau khi hai hệ thống con được tạo ra, ta áp dụng các bộ tách MIMO truyền thống trên mỗi nhánh của PGD để ước lượng các ký hiệu đã phát. Khi ta áp dụng lần lượt phương pháp khôi phục tín hiệu ZF, QRD và SQRD truyền thống cho cả hai hệ thống con thì 3 bộ tách tín hiệu mới tương ứng được tạo ra và được đặt tên ngắn gọn là ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD.

3.2.3 Phân tích độ phức tạp



Hình 3.7: Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu khi $N_r = N = [60: 20: 200]$

Quan sát kết quả tính toán độ phức tạp trong Hình 3.7 ta thấy các bộ tách được đề xuất có độ phức tạp gần bằng nhau và nhỏ hơn rất nhiều so với bộ

Quan sát kết quả mô phỏng trên Hình 3.4 và Hình 3.5 ta thấy các bộ tách đề xuất đã đáng kể phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, SQRD, BLAST truyền thống và ZF-GD. Đặc biệt khi kênh truyền được sắp xếp lại thì bộ tách ZF-Presorted GGDex/SQRD-Presorted GGDex cho phẩm chất BER cao hơn ZF-GGDex/SQRD-GGDex. Phẩm chất BER của bộ tách ZF-Presorted GGDex với L = 8 và SQRD-Presorted GGDex tiệm cận với phẩm chất của bộ tách BLAST. Kết quả trong Hình 3.5 cũng cho ta thấy phẩm chất lỗi bít của bộ tách SQRD-GGDex suy giảm mạnh khi L tăng. Kết quả này chứng minh những phân tích về hiện tượng truyền lỗi khi L tăng trong Mục 3.1.3.



Hình 3.4: Phẩm chất BER của ZF-GGDex và ZF-Presorted GGDex
3.2 Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song PGD

3.2.1 Ý tưởng đề xuất

Các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD và GGDex có nhược điểm là độ trễ do xử lý tín hiệu cao do sử dụng kỹ thuật SIC khi tạo ra các hệ thống con. Thuật toán PGD được đề xuất nhằm khắc phục được nhược điểm này.

3.2.2~ Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán PGD

Thuật toán PGD tiến hành chia hệ thống MM thành hai hệ thống con có kích thước như nhau sau đó tách tín hiệu trong các hệ thống con đó. Quá trình khôi phục tín hiệu trong PGD được biểu diễn trong Hình 3.6.

Thuật toán PGD gồm 4 bước sau đây:

Bước 1: Chuyển hệ thống Massive MIMO nguyên bản sang hệ thống mở rộng tương đương.

Bước 2: Tạo hai hệ thống con song song có kích thước bằng nhau và bằng

2.3.3 Bộ tách BLAST-GD và BLAST-IGD

Khi phương pháp tách tín hiệu MMSE-BLAST truyền thống (viết tắt là BLAST) thuật toán GD thì hai bộ tách tín hiệu mới được là BLAST-GD và BLAST-IGD. Tiến trình tách tín hiệu của các bộ tách này tương tự như trong các Mục 2.3.1 và 2.3.2 chỉ khác là phương pháp tách sóng BLAST được sử dụng trong các hệ thống con thay cho phương pháp tách sóng tuyến tính.

2.3.4 Phân tích độ phức tạp

Hình 2.1 so sánh độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu trong hai cấu hình của hệ thống là: 1) $N_r = 70, N = 60$ và 2) $N_r = 170, N = 160$. Các bộ tách tín hiệu được đề xuất có độ phức tạp tạp thấp nhất khi $l = \lfloor \frac{1}{2}K \rfloor$. Đặc biệt là các bộ tách ZF-GD/MMSE-GD có độ phức tạp thấp hơn MMSE và BLAST-GD/BLAST-IGD thấp hơn BLAST truyền thống.



Hình 2.1: Độ phức tạp theo l.

Hình 2.2: Độ phức tạp theo N_r .

Hình 2.2 biểu diễn độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu theo N_r , với $N_r = N = [60: 20: 200], N_T = 4$ và $l = \lfloor \frac{1}{2}K \rfloor$. Kết quả tính toán cho thấy khi số ăng ten của hệ thống càng lớn thì các bộ tách BLAST-GD, BLAST-IGD có độ phức tạp càng cao hơn so với bộ tách MMSE. Do đó, BLAST-GD và BLAST-IGD chỉ phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống kích thước trung bình.

2.3.5~So sánh phẩm chất lỗi bít

Thông số mô phỏng: $N_r = 70$, K = 15, $N_T = 4,4$ -QAM, l = 2, 8, 12. Giả thiết rằng kênh truyền là kênh pha-đinh phẳng, ít biến đổi trong 200 ký hiệu.

Quan sát kết quả mô phỏng trong các Hình 2.3, Hình 2.4 và Hình 2.5 cho thấy, tại BER= 10^{-5} , bộ tách MMSE-GD có phẩm chất tương đương bộ tách MMSE, trong khi ZF-IGD và MMSE-IGD cải thiện phẩm chất BER so với MMSE lần lượt là khoảng 1.2 dB và 2dB. Tương tự, BLAST-IGD tốt hơn

BLAST truyền thống khoảng 1.4 dB. Ngược lại, với l càng lớn thì phẩm chất BER của bộ tách tín hiệu BLAST-GD càng kém. Như vậy, để bảo đảm phẩm chất BER cao nhất với đô phức tạp thấp nhất thì giá tri của *l* cần được chon là l = [K/2] = 8.

Kết quả trong Hình 2.6 cho ta thấy, với cùng giá tri BER thì các bô tách đề xuất cho phép hê thống có β cao hơn khi sử dung bô tách tuyến tính. Tuy nhiên, nhược điểm của chúng là phẩm chất BER kém hơn MMSE khi $\beta = 1$.





Hình 2.3: Phẩm chất BER của ZF- Hình 2.4: Phẩm chất BER của các GD (IGD) và MMSE-GD (IGD).



bộ tách BLAST-GD, BLAST-IGD.



Hình 2.5: Phẩm chất BER khi l = 8Hình 2.6: Phẩm chất BER theo β

Kết luân chương 2 $\mathbf{2.4}$

Chương 2 đề xuất thuật toán tách sóng theo nhóm GD và tách sóng theo nhóm lặp IGD. Tiếp đó xây dựng 6 bô tách tín hiệu gồm ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD, MMSE-IGD, BLAST-GD và BLAST-IGD. Các bộ tách tín hiệu đề xuất có phẩm chất lỗi bít cao, đô phức tạp tính toán thấp hơn các bô tách tín hiệu BLAST và MMSE truyền thống nên chúng là ứng viên phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống MM.

Khi $U_{ex,s}$ đã được xác định, ta sử dụng quy trình tách tín hiệu ZF-GGDex hay SQRD-GGDex để ước lượng véc tơ tín hiệu phát, **x**. Cuối cùng các phần tử của $\hat{\mathbf{x}}$ được sắp xếp lại theo véc tơ hoán vi \mathbf{p} như sau:

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{p}). \tag{3.18}$$

3.1.4 Phân tích đô phức tạp





Hình 3.2: Đô phức tạp theo L.

Hình 3.3: Đô phức tạp theo N_r .

Hình 3.2 mô tả đô phức tạp tính toán của các bô tách tín hiệu đề xuất với các bộ tách sóng tuyến tính, BLAST và ZF-GD (MMSE-GD) khi $N_r = 64$, $K = 16, N_T = 4$ và L = [2, 16]. Kết quả trong Hình 3.2 cho thấy, các bộ tách tín hiệu được đề xuất có đô phức tạp cao hơn các bô tách tuyến tính, SQRD truyền thống và ZF-GD nhưng thấp hơn nhiều so với BLAST với mọi giá trị của L. Độ phức tạp của bộ tách được đề xuất là tương đồng với nhau và chúng có giá tri thấp nhất khi L = 2.

Hình 3.3 trình bày đô phức tạp của các bô tách tín hiệu nêu trên khi $N_r = N \in [60, 200]$ và L = 2, 4, 8. Quan sát Hình 3.3 ta thấy độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu tăng tỉ lệ thuận với số ăng ten trang bị trong hệ thống. Khoảng cách giữa các đường cong biểu diễn đô phức tạp tính toán của các bô tách được đề xuất càng lớn khi N_r và/hoặc L tăng.

3.1.5 So sánh phẩm chất lỗi bít

Các thông số mô phỏng được thiết lập như sau: $N_r = 64, K = 16, N_T = 4;$ 4-QAM; số tầng tách tín hiệu được chon là L = 2, 4, 8.. Kênh truyền được thiết lập bởi: r = 1000, mét và $d_0 = 100$ mét; $d_k \in [200, 990]$ mét. $\gamma = 3.5$ và phương sai che khuất $\sigma_{Shadow}^2 = 8dB$. Giả thiết rằng kênh truyền giữa các người dùng và tram gốc là không đổi trong khoảng mỗi 200 ký hiệu. Ngoài ra, công suất của các người dùng là bằng nhau và các đường cong BER được vẽ theo tỉ số công suất tín hiệu trên nhiễu p_u/σ^2 (dB).

Trước hết, ta áp dụng kỹ thuật phân rã QR có sắp xếp cho ma trận kênh truyền con, $\widetilde{\mathbf{G}}_k, k = 1, 2, ..., L$, và thu được ma trận Unita $\mathbf{Q}_k \in \mathbb{C}^{(N_r+N) \times l_a}$, ma trận tam giác trên $\mathbf{R}_k \in \mathbb{C}^{l_a \times l_a}$ và véc tơ hoán vị $\mathbf{p}_k \in \mathbb{R}^{l_a \times 1}$. Tiếp theo, nhân hai vế của phương trình $\widetilde{\mathbf{y}}_k = \widetilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{s}_k + \widetilde{\mathbf{n}}_k$ với \mathbf{Q}_k^H ta có:

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{Q}_k^H \widetilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{R}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{Q}_k^H \widetilde{\mathbf{n}}_k \tag{3.12}$$

Lưu ý, $\widetilde{\mathbf{G}}_L = \mathbf{G}_{L-1} = \mathbf{G}_L$ và $\widetilde{\mathbf{y}}_L = \mathbf{y}_L$. Bỏ qua thành phần tạp âm $\mathbf{Q}_k^H \widetilde{\mathbf{n}}_k$ và $\mathbf{Q}_L^H \mathbf{n}_{ex}$ trong (3.12) sau đó l_a phần tử của \mathbf{s}_k (ký hiệu là \hat{s}_{k_i} , $i = 1, 2, ..., l_a$) được khôi phục lần lượt từng phần tử theo luật sau:

$$\hat{s}_{k_{i}} = \Omega\left(\left\{\begin{array}{cc} \frac{v_{k_{i}}}{r_{k_{i,i}}}, & i = l_{a} \\ (v_{k_{i}} - \sum_{j=i+1}^{l_{a}} (r_{k_{i,j}} \hat{s}_{k_{j}}))/r_{k_{i,i}}, & i \neq l_{a} \end{array}\right\}\right),$$
(3.13)

Cuối cùng, sắp xếp lại các phần tử của $\hat{\mathbf{s}}_k$ như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \hat{\mathbf{s}}_k(\mathbf{p}^{(k)}). \tag{3.14}$$

Xác suất để hiện tượng truyền lỗi là nhỏ nhất, Pr(A), là:

$$Pr(A) = \prod_{f=0}^{L-1} \frac{1}{\binom{N-fl_a}{l_a}}.$$
 (3.15)

Công thức (3.15) cho ta thấy khi L càng lớn thì ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi càng cao và ngược lại.

c) Bộ tách ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex

Dựa trên phương trình (3.7), tổng công suất tín hiệu trên tạp âm của hệ thống con thứ k (ký hiệu là $TSNR^{(k)}$) được xác định như sau:

$$TSNR^{(k)} = \frac{(l_a E_s) \left\| \mathbf{G}_k^H \mathbf{P}_k \right\|_F^2}{\| (\mathbf{P}_k) \|_F^2} \le (l_a E_s) \left\| \mathbf{G}_k^H \right\|_F^2.$$
(3.16)

Công thức (3.16) cho ta thấy chuẩn Frobenius của ma trận \mathbf{G}_k giữ vai trò quan trọng quyết định giới hạn trên của $TSNR^{(k)}$. Mặt khác, phẩm chất tách tín hiệu tại tầng thứ nhất có ảnh hưởng lớn nhất đến việc giảm ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi. Những nhận xét trên cho phép ta đề xuất một quy trình sắp xếp lại ma trận kênh truyền mở rộng \mathbf{U}_{ex} . Trong quy trình này, các cột của ma trận \mathbf{U}_{ex} được sắp xếp theo thứ tự chuẩn Frobenius của chúng giảm dần.

Các cột của ma trận \mathbf{U}_{ex} sau khi được sắp xếp lại theo thứ tự giảm dần về độ lớn sẽ tạo ra ma trận mới, $\mathbf{U}_{ex,s}$, và một véc tơ hoán vị \mathbf{p} như sau:

$$[\mathbf{U}_{ex,s} \mathbf{p}] = Sort(\mathbf{U}_{ex}), \qquad (3.17)$$

Chương 3

Đề xuất các bộ tách tín hiệu xây dựng trên hệ thống mở rộng tương đương

3.1 Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGDex

3.1.1 Ý tưởng đề xuất

Xuất phát từ những nhược điểm cơ bản của GD là: (1) Phẩm chất lõi bít kém hơn bộ tách MMSE khi $\beta \approx 1$ và (2) Thuật toán xây dựng với kênh truyền chỉ chịu tác động của pha-đinh phạm vi hẹp. Những nhược điểm này được khắc phục trong thuật toán GGDex như sau: Thứ nhất, số tầng tách tín hiệu trong GGDex được lựa chọn bất kỳ cho phép các hệ thống con có hệ số tải thấp hơn nhiều so với trong thuật toán GD. Hơn nữa, GGDex xây dựng trên hệ thống mở rộng tương đương nên phương pháp triệt nhiễu ZF tương đương với MMSE làm giảm đáng kể hiện tượng truyền lỗi giữa các hệ thống con. Ngoài ra, ảnh hưởng của che khuất và suy hao đường truyền được tính đến khi xây dựng thuật toán làm cho GGDex sát với thực tế hoạt động của hệ thống MM.

3.1.2 Đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng

Xét đường lên hệ thống Massive MIMO trong công thức (1.6) là:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \tag{3.1}$$

Gọi $L \ (K \ge L \ge 2)$ và n lần lượt là số hệ thống con và số người dùng trong mỗi hệ thống con. Đặt $\mathbf{G}_k = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, (k-1)l_a + 1 : kl_a), \ \mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, kl_a + 1 : N) ,$ $\mathbf{s}_k = \mathbf{x}((k-1)l_a + 1 : kl, :)$ và $\mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{x}(kl_a + 1 : N, :),$ với k = 1, 2, ...L và $l_a = nN_T$. Thuật toán GGDex được mô tả trong Hình 3.1 gồm 3 bước:

Bước 1: Chuyển hệ thống (3.1) sang dạng mở rộng tương đương [62]:

$$\mathbf{y}_{ex} = \mathbf{U}_{ex}\mathbf{x} + \mathbf{n}_{ex},\tag{3.2}$$

trong đó $\mathbf{y}_{ex} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T \, \mathbf{0}_N^T \end{bmatrix}^T$; $\mathbf{U}_{ex} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^T \, \frac{1}{\sqrt{E_s}} \mathbf{I}_N \end{bmatrix}^T$ và $\mathbf{n}_{ex} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^T \, \frac{-1}{\sqrt{E_s}} \mathbf{x}^T \end{bmatrix}^T$. **Bước 2:** Tạo các hệ thống con và tách tín hiệu trong các hệ thống con. Trước

Bước 2: Tạo các hệ thống con và tách tin hiệu trong các hệ thống con. Trước hết, ta đặt $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_{\mathbf{ex}}$ và viết lại công thức (3.2) dưới dạng:

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_{ex} = \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \sum_{k=2}^{L} \mathbf{G}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_{ex} = \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{G}^{(1)} \mathbf{s}^{(1)} + \mathbf{n}_{ex}.$$
 (3.3)

Tiếp đó, nhân hai vế của (3.3) với $\mathbf{P}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(1)}\mathbf{G}^{(1)\dagger})$, ta xác định được hệ thống con đầu tiên như sau:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_1 = \widetilde{\mathbf{G}}_1 \mathbf{s}_1 + \widetilde{\mathbf{n}}_1, \tag{3.4}$$

trong đó $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}_1$, $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_1$ và $\tilde{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{n}_{ex}$. Áp dụng phương pháp khôi phục tín hiệu MIMO truyền thống phù hợp trong hệ thống con thứ nhất để tách $\hat{\mathbf{s}}_1$. Giả sử \mathbf{s}_1 được khôi phục một cách hoàn hảo và do đó ảnh hưởng của nó lên \mathbf{y}_1 được loại bỏ hoàn toàn bởi:

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{G}_1 \hat{\mathbf{s}}_1 = \mathbf{G}^{(1)} \mathbf{s}^{(1)} + \mathbf{n}_{ex} = \sum_{k=2}^{L} \mathbf{G}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_{ex}.$$
 (3.5)



Hình 3.1: Sơ đồ khối thuật toán tách tín hiệu theo nhóm tổng quát GGDex

Tới đây, ta sử dụng \mathbf{y}_2 để tạo ra hệ thống con thứ hai như sau: Viết lại công thức (3.5) dưới dạng:

$$\mathbf{y}_{2} = \mathbf{G}_{2}\mathbf{s}_{2} + \sum_{k=3}^{L} \mathbf{G}_{k}\mathbf{s}_{k} + \mathbf{n}_{ex} = \mathbf{G}_{2}\mathbf{s}_{2} + \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{s}^{(2)} + \mathbf{n}_{ex}$$
(3.6)

Áp dụng cách làm tương tự như hệ thống con đầu tiên, nhân hai vế của (3.6) với $\mathbf{P}_2 = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{G}^{(2)\dagger})$ để tạo hệ thống con thứ 2, sau đó ước lượng $\mathbf{\hat{s}}_2$ và loại bỏ ảnh hưởng của nó để xác định \mathbf{y}_3 . Quá trình này tiếp diễn cho đến khi tín hiệu phát ứng với toàn bộ (L-1) tầng tách sóng được xác định. Một cách tổng quát, hệ thống con thứ k, k = 1, 2, ..., L-1, được xác định như sau:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_k = \widetilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{s}_k + \widetilde{\mathbf{n}}_k. \tag{3.7}$$

Ở đây $\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k$, $\tilde{\mathbf{G}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{G}_k$ và $\tilde{\mathbf{n}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{n}_{ex}$, $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{G}^{(k)\dagger})$. Véc tơ tín hiệu thu được tại tầng tách tín hiệu thứ k sau khi đã loại bỏ thành phần giao thoa $\mathbf{G}_k \mathbf{s}_k$ được xác định bởi:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k - \mathbf{G}_k \mathbf{\hat{s}}_k = \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)} + \mathbf{n}_{ex}.$$
 (3.8)

Lưu ý khi thành phần $\mathbf{G}_{L-1}\mathbf{s}_{L-1}$ được triệt tiêu khỏi \mathbf{y}_{L-1} tại tầng tách tín hiệu thứ L-1 thì hệ thống con cuối cùng đồng thời cũng được tạo ra như sau:

$$\mathbf{y}_L = \mathbf{y}_{L-1} - \mathbf{G}_{L-1} \hat{\mathbf{s}}_{L-1} = \mathbf{G}_L \mathbf{s}_L + \mathbf{n}_{\mathbf{ex}}.$$
 (3.9)

Vì thế, tín hiệu đã phát từ các người dùng còn lại dễ dàng được xác định bằng cách sử dụng các bộ tách tín hiệu MIMO truyền thống trong hệ thống con cuối cùng trong (3.9).

Bước 3: Sắp xếp các véc tơ tín hiệu khôi phục được ở bước hai như sau: $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T & \cdots & \hat{\mathbf{s}}_L^T \end{bmatrix}^T$.

Hệ số tải cho bởi mỗi hệ thống con là $\beta_s = l_a/(N_r + N)$. Rõ ràng là β_s nhỏ hơn rất nhiều hệ số tải của hệ thống MM ban đầu (tức là $\beta_s \ll \beta = (N/N_r)$) và của các hệ thống con trong thuật toán GD. Do đó, thuật toán GGDex có thể cải thiện đáng kể phẩm chất lõi bít của hệ thống. Tuy nhiên, đặc tính thống kê bậc hai của thành phần tạp âm trong (L-1) hệ thống con đầu tiên bị biến đổi, tức là $E\left[\tilde{\mathbf{n}}_k \tilde{\mathbf{n}}_k^H\right] = \sigma^2 \mathbf{P}_k \mathbf{P}_k^H$, k = 1, 2, ..., L - 1. Hiện tượng này sẽ làm giảm một phần phẩm chất BER của các bộ tách xây dựng trên thuật toán GGDex.

3.1.3 Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán GGDex

a) Bộ tách tín hiệu ZF-GGDex

Bộ tách tín hiệu ZF-GGDex được tạo ra bằng cách áp dụng kỹ thuật tách tín hiệu ZF để xác định các véc tơ con $\hat{\mathbf{s}}_k$ như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k} = \begin{cases} \Omega(\widetilde{\mathbf{G}}^{(k)\dagger}\widetilde{\mathbf{y}}^{(k)}) = \Omega(\mathbf{s}_{k} + \widetilde{\mathbf{G}}^{(k)\dagger}\widetilde{\mathbf{n}}_{\mathbf{ex}}^{(k)}) & , k < L\\ \Omega(\mathbf{G}_{L}^{\dagger}\mathbf{y}^{(L)}) = \Omega(\mathbf{s}_{L} + \mathbf{G}_{L}^{\dagger}\mathbf{n}_{\mathbf{ex}}) & , k = L \end{cases}$$
(3.10)

Khi đó, sai số ước lượng $\hat{\mathbf{s}}_k$ là các phần tử thuộc đường chéo chính của ma trận hiệp phương sai lỗi $\boldsymbol{\Phi}^{(k)}$:

$$\boldsymbol{\Phi}^{(k)} = \begin{cases} \left(\widetilde{\mathbf{G}}^{(k)H} \widetilde{\mathbf{G}}^{(k)} \right)^{-1} &, k < L \\ (\mathbf{G}_{L}^{H} \mathbf{G}_{L})^{-1} &, k = L \end{cases}$$
(3.11)

Bộ tách ZF-GGDex được kỳ vọng sẽ cải thiện đáng kể phẩm chất lỗi bít so với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống nhờ vào hệ số tải trong các hệ thống con thấp hơn rất nhiều so với hệ thống nguyên thủy.

b) Bộ tách tín hiệu SQRD-GGDex

Bột tách tín hiệu SQRD-GGDex khôi phục các tín hiệu phát bằng kỹ thuật tách tín hiệu SQRD trong thứ $k, k = 1, 2, ..., L, \quad \tilde{\mathbf{y}}_k = \tilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{s}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k, \text{ như sau:}$