BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ QUỐC PHÒNG

### HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ

NGUYỄN THANH BÌNH

# NGHIÊN CỨU KỸ THUẬT TÁCH TÍN HIỆU ĐƯỜNG LÊN TRONG HỆ THỐNG MASSIVE MIMO

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2020

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BỘ QUỐC PHÒNG **HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ** 

NGUYỄN THANH BÌNH

# NGHIÊN CỨU KỸ THUẬT TÁCH TÍN HIỆU ĐƯỜNG LÊN TRONG HỆ THỐNG MASSIVE MIMO

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KỸ THUẬT

Chuyên ngành: Kỹ THUẬT ĐIỆN TỦ Mã số: 9 52 02 03

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: TS LÊ MINH TUẤN TS NGUYỄN VĂN GIÁO

HÀ NỘI - 2020

### LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan các kết quả trình bày trong luận án là công trình nghiên cứu của tôi. Các số liệu, kết quả trình bày trong luận án là hoàn toàn trung thực và chưa được công bố trong bất kỳ công trình nào trước đây. Các kết quả sử dụng tham khảo đều đã được trích dẫn đầy đủ và theo đúng quy định.

Hà Nội, ngày 26 tháng 5 năm 2020

Tác giả

Nguyễn Thanh Bình

### LỜI CẢM ƠN

Trong quá trình nghiên cứu và hoàn thành luận án, nghiên cứu sinh đã nhận được nhiều sự giúp đỡ và đóng góp quý báu.

Lời đầu tiên nghiên cứu sinh xin bày tỏ lòng cảm ơn đặc biệt đến các Thầy giáo hướng dẫn khoa học là TS **Lê Minh Tuấn** và TS **Nguyễn Văn Giáo**. Các Thầy đã luôn kiên nhẫn, tận tình hướng dẫn, định hướng nghiên cứu và giúp đỡ nghiên cứu sinh hoàn thành luận án này.

Nghiên cứu sinh xin ghi nhớ công ơn, sự tận tình giúp đỡ và hỗ trợ về chuyên môn của TS Ngô Vũ Đức. Nhóm nghiên cứu do Thầy và Thầy Lê Minh Tuấn tổ chức tại Trung tâm Nghiên cứu và phát triển, tập đoàn Mobifone đã tạo môi trường nghiên cứu khoa học tuyệt vời, giúp nghiên cứu sinh từng bước tiếp cận phương pháp nghiên cứu khoa học, trau dồi khả năng tư duy một cách khoa học.

Nghiên cứu sinh cũng chân thành cảm ơn các Thầy giáo trong Bộ môn Thông tin, Khoa Vô tuyến Điện tử, Học viện Kỹ thuật Quân sự đã tận tình hướng dẫn và giúp đỡ trong thời gian nghiên cứu sinh nghiên cứu tại đây.

Tiếp theo Nghiên cứu sinh xin chân thành cảm ơn Phòng Sau đại học -Học viện Kỹ thuật Quân sự, Trường Sĩ Quan Thông Tin, Binh chủng Thông Tin Liên Lạc đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để nghiên cứu sinh học tập và nghiên cứu.

Cuối cùng, nghiên cứu sinh xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới gia đình, bạn bè và đồng nghiệp đã luôn động viên, chia sẻ những khó khăn trong suốt quá trình thực hiện luận án.

## MỤC LỤC

MỤC LỤC	•••
DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT	$\mathbf{v}$
DANH MỤC HÌNH VẼ	ix
DANH MỤC BẢNG	xiv
DANH MỤC KÝ HIỆU TOÁN HỌC	$\mathbf{x}\mathbf{v}$
MỞ ĐẦU	1
Chương 1. TỔNG QUAN VỀ MASSIVE MIMO	10
1.1. Mô hình hệ thống	10
1.1.1. Đường lên	10
1.1.2. Đường xuống	13
1.2. Nguyên lý làm việc	14
1.3. Phân biệt Massive MIMO và MIMO đa người dùng	16
1.4. Tách tín hiệu trong các hệ thống Massive MIMO	18
1.4.1. Tách tín hiệu tuyến tính	18
1.4.2. Tách tín hiệu dựa trên kỹ thuật phân rã QR $\ldots$	20
1.4.3. Tách tín hiệu triệt nhiễu nối tiếp BLAST	22
1.4.4. Độ phức tạp tính toán của bộ tách tín hiệu	23
1.5. Bối cảnh nghiên cứu	25
1.6. Các thách thức cần giải quyết	30

1.7. Kết luận	31
Chương 2. ĐỀ XUẤT CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU DỰA TRÌ	ÊN
THUẬT TOÁN TÁCH TÍN HIỆU THEO NHÓM	32
2.1. Ý tưởng đề xuất	32
2.2. Đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD	34
2.3. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu t	heo
nhóm	36
2.3.1. Bộ tách tín hiệu ZF-GD và MMSE-GD	36
2.3.2. Bộ tách tín hiệu ZF-IGD và MMSE-IGD	38
2.3.3. Bộ tách tín hiệu BLAST-GD và BLAST-IGD	40
2.4. Phân tích độ phức tạp	43
2.4.1. Độ phức tạp của bộ tách ZF-GD và BLAST-GD	44
2.4.2. Độ phức tạp của các bộ tách ZF-IGD và BLAST-IGD	46
2.5. So sánh phẩm chất lỗi bít	49
2.6. Kết luận	54
Chương 3. ĐỀ XUẤT CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU XÂY DỰ	NG
TRÊN HỆ THỐNG MỞ RỘNG TƯƠNG ĐƯƠNG	55
3.1. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu t	heo
nhóm suy rộng-GGDex	55
3.1.1. Ý tưởng đề xuất	55
3.1.2. Đề xuất thuật toán GGD ex $\ldots$	57
3.1.3. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán GGDex	60
3.1.4. Phân tích độ phức tạp	65

3.1.5. So sánh phẩm chất lỗi bít $\dots$	72
3.2. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu t	theo
nhóm song song	75
3.2.1. Ý tưởng đề xuất	75
3.2.2. Đề xuất các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán PGD	75
3.2.3. Phân tích độ phức tạp tính toán	79
3.2.4. So sánh phẩm chất lỗi bít $\dots$	82
3.3. Kết luận	84
Chương 4. XÂY DỰNG CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU CÓ SỰ	HÕ
TRỌ CỦA RÚT GỌN DÀN	85
4.1. Ý tưởng đề xuất	85
4.2. Tổng quan về tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn $\dots$	86
4.2.1. Định nghĩa dàn và rút gọn dàn	86
4.2.2. Tách tín hiệu tuyến tính có sự hỗ trợ của rút gọn dàn $\dots$	88
4.3. Xây dựng bộ tách MMSE trên mô hình kết hợp GGD-SLV	92
4.3.1. Thuật toán GGD	92
4.3.2. Bộ tách tín hiệu MMSE- GGD-SLV	95
4.3.3. Phân tích độ phức tạp	98
4.3.4. So sánh phẩm chất lỗi bít $\dots$	104
4.4. Xây dựng các bộ tách dựa trên mô hình kết hợp PGD-SLB $\ldots$	107
4.4.1. Bộ tách ZF-PGD-SLB	107
4.4.2. Bộ tách QRD-PGD-SLB	109
4.4.3. Phân tích độ phức tạp	110

4.4.4. So sánh phẩm chất lỗi bít	114
4.5. Kết luận	117
KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG NGHIÊN CỨU TƯƠNG LAI	118
PHŲ LŲC	120
DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ	129
TÀI LIỆU THAM KHẢO	131

# DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT

Từ viết tắt Nghĩa Tiếng Anh		Nghĩa Tiếng Việt
BER	Bit Error Rate	Tỉ lệ lỗi bit
BPSK	Binary Phase Shift Keying	Điều chế khóa dịch pha nhị
		phân
BS	Base Station	Trạm gốc
ECDF	Empirical Cummulative	Hàm phân bố tích lũy kinh
	Distribution Function	nghiệm
ELR	Element based Lattice Re-	Rút gọn dàn dựa trên các
	duction	phần tử
FDD	Frequency Division Duplex	Song công phân chia theo
		tần số
flop	Float Point Operation	Phép tính dấu phẩy động
GD	Group Detection	Tách tín hiệu theo nhóm
GGD	Generalized Group Detec-	Tách tín hiệu theo nhóm
	tion	suy rộng
GGDex	Generalized Group Detec-	Tách tín hiệu theo nhóm
	tion on extended system	suy rộng trên hệ thống mở
		rộng tương đương

GSM Generalized Spatial Modu-Điều chế không gian suy lation rộng i.i.d identical independent dis-Độc lập và phân bố đồng nhất tributed IGD Iterative Group Detection Tách tín hiệu theo nhóm lặp Tầm nhìn thẳng LOS Line Of Sight LR Lattice Reduction Rút gọn dàn LRA Lattice Reduction Aided Hỗ trợ rút gọn dàn LTE Tiến hóa dài han Long Term Evolution Chuỗi MCMC Markov Chain Monte Markov Monte Carlo Carlo MIMO Đa đầu vào, đa đầu ra Multiple Input Multiple Output ML Maximum-Likelihood Hợp lễ cực đại MMSE Minimum Mean Squared Sai số bình phương trung bình tối thiểu Error MRC Maximal-Ratio Combining Kết hợp tỉ số cực đại MSE Mean Squared Error Sai số bình phương trung bình MU-MIMO Multiple-User MIMO MIMO đa người dùng OSTBC Mã hóa không gian- thời Orthogonal Space Time Block Code gian trực giao

vi

PGD	Parallel Group Detection	Tách sóng theo nhóm song
		song
QAM	Quadrature Amplitude	Điều chế biên độ cầu
	Modulation	phương
Dof	Degree of freedom	Bậc tự do
QPSK	Quadrature Phase Shift	Điều chế pha cầu phương
	Keying	
QRD	QR decomposition aided	Tách tín hiệu dựa trên
	Detection	phân rã QR
$\operatorname{RF}$	Radio Frequency	Tần số vô tuyến
SD	Sphere Decoder	Bộ tách sóng cầu
SDM	Spatial Division Multi-	Ghép kênh phân chia theo
	plexing	không gian
SIC	Successive Interference	Khử nhiễu nối tiếp
	Cancellation	
SLB	Shortest Longest Basis	Tối thiểu cơ sở dài nhất
SLV	Shortest Longest Vector	Tối thiểu véc tơ dài nhất
SM	Spatial Modulation	Điều chế không gian
SNR	Signal to Noise Ratio	Tỉ số công suất tín
		hiệu/tạp âm
SQRD	Sorted QR Decomposition	Phân tích QR sắp xếp
V-BLAST	Vertical-Bell Laboratories	Tách sóng không gian-thời
	Layered Space-Time	gian tuần tự theo lớp của
		phòng thí nghiệm Bell

vii

ZF	Zero Forcing	Cưỡng bức không
TDD	Time Division Duplex	Song công phân chia theo
		thời gian
TSNR	Total Sinal to Noise Ratio	Tổng công suất tín hiệu
		trên tạp âm

viii

## DANH MỤC HÌNH VẼ

1.1	Mô hình hệ thống Massive MIMO	10
1.2	Nguyên lý hoạt động của hệ thống TDD Massive MIMO $[1]$	15
1.3	ECDF của MSE cho bởi bộ tách ZF trong $10^3$ vòng lặp khi	
	$N = 64, N_r = [64:64:264]; p_{u/\sigma^2} = 27dB, d_0 = 100m,$	
	$100m \le d_i \le 990m,  \sigma_{Shadow}^2 = 8dB \text{ và } \gamma = 3,5 \dots \dots \dots$	20
2.1	So sánh độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu theo $l$ trong	
	hai cấu hình khác nhau của hệ thống là $N_r = 70, N = 60$ và	
	$N_r = 170, N = 160 \dots \dots$	48
2.2	So sánh độ phức tạp của các bộ tách theo số ăng ten khi	
	$N_r = N = [60: 20: 200], N_T = 4 \text{ và } l = \lfloor \frac{1}{2}K \rfloor \dots \dots \dots$	49
2.3	Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, BLAST,	
	ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD và MMSE-IGD với $N_r=70,$	
	$K = 15, N_T = 4, 4 - QAM$ , các bộ tách ZF-GD, ZF-IGD,	
	MMSE-GD và MMSE-IGD có $l = 2, 8, 12. \ldots$	50
2.4	Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, BLAST,	
	BLAST-GD và BLAST-IGD với $N_r=70,\;K=15,\;N_T=$	
	4,4-QAM,các bộ tách BLAST, BLAST-GD và BLAST-	
	IGD có $l = 2, 8, 12$	51

2.5	Phẩm chất BER của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST, ZF-GD,
	ZF-IGD, MMSE-GD và MMSE-IGD, BLAST-GD, BLAST-
	IGD với $N_r = 70, K = 15, N_T = 4, 4 - QAM, l = 8. \dots 52$

3.7	Sơ đồ khối tách tín hiệu bằng thuật toán tách tín hiệu theo
	nhóm song song
3.8	Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, BLAST,
	ZF-GGDex, ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD khi $N_r=$
	N = [60: 20: 200]
3.9	Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD,
	SQRD, BLAST, ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-PGD,QRD-
	PGD và SQRD-PGD khi $N_r = 64, K = 16, N_T = 4, 4$ -QAM
3.10	Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD,
	SQRD, BLAST, ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-PGD, QRD-
	PGD và SQRD-PGD khi $N_r = 128, K = 32, N_T = 4, 4$ -QAM
4.1	ECDF của $max\left(\Phi_{j,j}\right)$ trong $10^3$ vòng lặp cho bởi bộ tách
	tín hiệu MMSE khi có và không có sự hỗ trợ của SLV với
	hai cấu hình hệ thống $N_r = N = 64$ và $N_r = N = 128;$
	Kênh truyền được thiết lập bởi $p_{u/\sigma^2} = 20 dB, d_0 = 100m,$
	$100m \le d_i \le 990m,  \sigma_{Shadow}^2 = 8dB,  4\text{QAM và}  \gamma = 3, 5  \dots  92$
4.2	Sơ đồ khối thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGD 93
4.3	Tổng lỗi trung bình của từng nhóm trong $10^4$ lần thay đổi kênh
	truyền khi $N_r = N = 64, L = 4, p_{u/\sigma^2} = 20 dB, d_0 = 100 m,$
	$100m \le d_i \le 990m,  \sigma_{Shadow}^2 = 8dB ,  \gamma = 3, 5,  4\text{-QAM}  \ldots  96$

- 4.5 Độ phức tạp của các bộ tách MMSE, BLAST,ZF-GGDex, MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV khi  $N_r = N = [60: 20: 160].$ Bộ tách ZF-GGD<br/>ex và MMSE-GGD-SLV có  $L = 2, 4 \ldots 103$

4.10	Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, B	BLAST,	
	QRD-PGD, ZF-PGD, MMSE-GGD-SLV, ZF-SLB, QRI	D-PGD-	
	SLB và ZF-PGD-SLB khi $N_r=N=[60:20:160]$	1	112

- 4.12 Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, BLAST, ZF-PGD, QRD-PGD, ZF-SLB, MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB khi $N_r=N=64,\,4\text{-}\text{QAM}$ ... 114
- 4.13 Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, BLAST, ZF-PGD, QRD-PGD, ZF-SLB, MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB khi $N_r=N=128,\,4\text{-}\text{QAM}$ ... 115

### DANH MỤC BẢNG

1.1	Thuật toán tách tín hiệu VBLAST $\dots \dots \dots$
1.2	Độ phức tạp của một số bộ tách tín hiệu truyền thống $\ldots$ . 25
2.1	Thuật toán tách tín hiệu ZF-IGD và MMSE-IGD $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 40$
2.2	Thuật toán tách tín hiệu BLAST-GD
2.3	Thuật toán tách tín hiệu BLAST-IGD    .  .  .  .  .  .  .  .  .  43
2.4	Độ phức tạp tính toán của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST,
	$\operatorname{ZF-GD}$ , MMSE-GD, BLAST-GD, ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-
	IGD
3.1	Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGD ex $\ldots\ldots\ldots$ 61
3.2	Tách tín hiệu trong ZF-Presorted GGDex/SQRD-Presorted GGDex66 $$
3.3	Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu truyền thống và ZF-
	GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted
	GGDex
3.4	Tách tín hiệu bằng thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song
	song PGD
4.1	Thuật toán rút gọn dàn ELR $\hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill $
4.2	Thuật toán tách tín hiệu MMSE-GGD-SLV

## DANH MỤC KÝ HIỆU TOÁN HỌC

Ký hiệu	Ý nghĩa.
a	a là biến số.
a	$\mathbf{a}$ là một véc-tơ.
Α	${f A}$ là một ma trận.
$a_{i,j}$	Phần tử hàng thứ $i$ cột thứ $j$ của ma trận $\mathbf{A}$ .
$a_i$	Phần tử hàng thứ $i$ véc tơ $\mathbf{a}$ .
$\mathbf{A}^{H}$	Chuyển vị liên hợp (Hermit) của ma trận ${f A}$ .
$\mathbf{A}^{T}$	Chuyển vị của ma trận $\mathbf{A}$ .
$\mathbf{A}^{\dagger}$	Ma trận giả đảo của $\mathbf{A}$ .
C	Độ phức tạp tính toán.
d	Khoảng cách Euclidean.
$d_0$	Khoảng cách tham chiếu.
$d_k$	Khoảng cách từ người dùng thứ $k$ đến trạm gốc.
ζ	Tỉ số SNR trung bình tại mỗi ăng-ten máy thu.
$\gamma$	Hệ số suy hao đường truyền.
$N_T$	Số ăng ten phát của mỗi người dùng.
$N_r$	Số ăng ten trang bị tại trạm gốc.
M	Bậc tín hiệu điều chế.
N	Tổng số ăng ten phát từ các người dùng.
K	Số người dùng.

L	Số hệ thống con.
L	Dàn
$l_a$	Số symbol được tách trong mỗi hệ thống con.
$p_u$	Công suất phát của mỗi người dùng.
p	Tổng công suất phát của tất cả $K$ người dùng.
$\Phi$	Ma trận hiệp phương sai lỗi.
$\mathbf{W}$	Ma trận trọng số của các bộ tách tuyến tính.
$\mathbf{U}$	Ma trận kênh truyền.
Т	Ma trận đơn Modula.
н	Ma trận kênh truyền fading dải hẹp.
${ m U_{ex}}$	Ma trận kênh truyền mở rộng tương đương.
n <sub>ex</sub>	Véc tơ tạp âm mở rộng.
n	Véc tơ tạp âm.
У	Véc tơ tín hiệu thu.
$ ilde{\mathbf{y}}_k$	Véc tơ tín hiệu thu của hệ thống con thứ $k$ .
$\mathbf{\tilde{G}}_k$	Ma trận kênh truyền của hệ thống con thứ $k.$
$ ilde{\mathbf{n}}_k$	Véc tơ tạp âm của hệ thống con thứ $k$ .
$\mathbf{y}_{\mathbf{ex}}$	Véc tơ tín hiệu thu mở rộng.
$\mathbf{I}_{1}$	Ma trận đơn vị kích thước $l \times l$ .
Q	Ma trận đơn nhất.
$\mathbf{R}$	Ma trận tam giác trên.
Р	Ma trận triệt tiêu.
р	Véc tơ hoán vị.
$\Re\left(x ight)$	Lấy phần thực của $x$ .

	•	٠
XV	1	1
11.1	-	-

$\Im(x)$	Lấy phần ảo của $x$ .
$\mathbf{x}(\mathbf{p})$	Phép sắp xếp các phần tử của véc tơ ${\bf x}$ theo véc
	tơ hoán vị $\mathbf{p}$
$x^*$	Liên hợp phức của $x$ .
$\left\  . \right\ _{F}^{2}$	Chuẩn Frobenius của ma trận.
$E_s$	Năng lượng trung bình của tín hiệu điều chế.
$1_l$	Véc tơ gồm $l$ phần tử, tất cả các phần tử 1.
0	Ma trận gồm tất cả các phần tử $0$ .
$\operatorname{trace}(.)$	Phép tính tổng thành phần đường chéo ma trận.
$\left(\begin{array}{c}n\\k\end{array}\right)$	$rac{n!}{(n-k)!k!}$ .
[.]	Phép làm tròn xuống số nguyên gần nhất.
[.]	Phép làm tròn đến số nguyên gần nhất.
$\mathcal{Q}\left( {{\scriptscriptstyle \bullet}}  ight)$	Phép lượng tử hóa.
$\operatorname{Sort}(\mathbf{U})$	phép sắp xếp lại các cột của ma trận ${f U}$ .
$\otimes$	Phép nhân Kronecker.
$\mathbb{E}\left[ {_{\bullet}}  ight]$	Phép lấy kỳ vọng.
$\sigma^2$	Phương sai của tạp âm
$\sigma^2_{Shadow}$	Phương sai của biến ngẫu nhiên mô tả hiện tượng
	Shadowing.

### MỞ ĐẦU

Ngày nay, chúng ta đang được chứng kiến sự phát triển bùng nố của các thiết bị di động như điện thoại thông minh, máy tính xách tay, máy tính bảng... Các thiết bị này đều có khả năng kết nối vào mạng thông tin di động và sử dụng rất nhiều các dịch vụ dữ liệu như truyền hình, xem phim hay chơi điện tử trực tuyến... Vì vậy, nhu cầu về lưu lượng dữ liệu trong các hệ thống thông tin không ngừng tăng lên. Theo báo cáo của Ericsson, số thuê bao điện thoại thông minh trên toàn cầu vào khoảng 7,7 tỷ năm 2017, và dự kiến tăng lên 8,7 tỷ vào năm 2024; lưu lượng dữ liệu trên mỗi điện thoại thông minh cũng tăng từ 3,1 GB/tháng/1 thiết bị năm 2017 đến khoảng 20 GB/tháng/1 thiết bị vào năm 2024 [2].

Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng lưu lượng dữ liệu ngày càng tăng, kỹ thuật truyền tin sử dụng nhiều ăng ten ở cả phía phát và phía thu, gọi tắt là kỹ thuật MIMO (Multiple Input Multiple Output) đã được nghiên cứu và từng bước ứng dụng trong các hệ thống thông tin vô tuyến. Kỹ thuật này cho phép khai thác tăng ích phân tập để làm tăng độ tin cậy truyền tin và/ hoặc tăng ích ghép kênh để làm tăng dung lượng của hệ thống thông tin [1]. Kỹ thuật MIMO được phân loại thành 3 lớp sau: MIMO điểm- điểm (point to point MIMO), MIMO đa người dùng (MU-MIMO: Multiple-user MIMO) và Massive MIMO [3].

Hệ thống MIMO điểm-điểm (thường được gọi tắt là MIMO) được quan

tâm nghiên cứu từ cuối thập niên 1990 [4–7] và hiện nay đã trở thành chuẩn trong các hệ thống thông tin băng rộng, chẳng hạn như chuẩn LTE [8,9]. Trong hệ thống MIMO điểm-điểm, tại mỗi thời điểm trạm gốc (BS: Base Station) được trang bị  $N_r$  ăng ten chỉ phục vụ duy nhất một thiết bị đầu cuối được trang bị  $N_T$  ăng ten. Trong môi trường giàu tán xạ, ví dụ như mô hình kênh truyền fading Rayleigh, và khi tỷ số công suất tín hiệu trên tạp âm (SNR: Signal to Noise Ratio) đủ lớn thì hiệu quả sử dụng phổ tần cho cả đường lên và đường xuống tăng tuyến tính theo  $min(N_r, N_T)$  và tăng theo hàm logarit đối với SNR [3,10]. Vì thế, theo lý thuyết, có thể tăng hiệu quả sử dụng phổ tần bằng cách tăng đồng thời số ăng ten thu và số ăng ten phát. Tuy nhiên, trong thực tế, dù số lượng ăng ten lớn được sử dụng thì MIMO điểm-điểm vẫn bị hạn chế bởi 3 yếu tố sau [3]:

(1) Thiết bị đầu cuối phức tạp do yêu cầu các chuỗi cao tần (RF chain: Radio Frequency chain) độc lập trên mỗi ăng-ten cũng như việc sử dụng công nghệ xử lý số tiên tiến để tách các luồng dữ liệu.

(2) Về cơ bản môi trường truyền dẫn phải hỗ trợ  $min(N_r, N_T)$  các luồng độc lập, điều này rất khó tồn tại trong điều kiện các mảng ăng ten siêu nhỏ được sử dụng hoặc giữa phía thu và phía phát tồn tại tia trực tiếp (LOS: Line of Sight).

(3) Các đầu cuối ở gần biên của các tế bào thường có SNR thấp do suy hao đường truyền và hiệu quả sử dụng phổ tăng chậm theo  $min(N_r, N_T)$ .

Tăng ích ghép kênh trong hệ thống MIMO không chỉ được nghiên cứu và áp dụng cho các trường hợp đơn người dùng mà còn được nghiên cứu, mở rộng sang trường hợp đa người dùng, gọi tắt là các hệ thống MU-MIMO (Multi-Users MIMO). Trong hệ thống MU-MIMO,  $N_T$  ăng ten trang bị cho

01 người dùng trong hệ thống MIMO được phân chia cho  $K = N_T$  người dùng khác nhau. Như vậy, hệ thống MU-MIMO cho phép thu được tăng ích ghép kênh theo không gian dù cho mỗi người dùng chỉ sử dụng một ăng ten [1]. Đây là ưu điểm lớn nhất của hệ thống MU-MIMO bởi vì chúng ta không thể bố trí nhiều ăng ten tại phía người dùng do sự giới hạn về kích thước và giá thành thấp của các thiết bị đầu cuối. Ngược lại trạm gốc là nơi có thể triển khai nhiều ăng ten một cách dễ dàng. MU-MIMO không chỉ khai thác tất cả các điểm mạnh của hệ thống MIMO mà còn khắc phục hầu hết sự hạn chế về kênh truyền MIMO [1]. Trong hệ thống MU-MIMO thông thường, Kngười dùng liên lạc với trạm gốc bằng cách sử dụng các phương thức đa truy nhập như đa truy nhập phân chia theo thời gian (TDMA: Time Division Multiple Access), đa truy nhập phân chia theo tần số (FDMA: Frequency Division Multiple Access) hoặc đa truy nhập phân chia theo mã (CDMA: Code Division Multiple Access). Một dạng khác của MU-MIMO là K người dùng đồng thời phát dữ liệu của mình đến trạm gốc sử dụng cùng một nguồn tài nguyên tần số. Ý tưởng này được đề xuất từ rất sớm trong các công trình [11–17]. Tuy nhiên, mãi sau này lý thuyết đầy đủ về nó mới được tiếp tục nghiên cứu, phát triển và khái quát hóa trong các công trình [18–22].

Trong hệ thống MU-MIMO, bậc tự do (Dof: Degrees of freedom) của hệ thống tăng tỉ lệ với số lượng ăng ten triển khai tại trạm gốc. Do đó, số lượng người dùng có thể truyền tin trên cùng một tần số, tại cùng một thời điểm, tăng tỉ lệ với số lượng ăng ten tại trạm gốc. Nhờ đó chúng ta thu được thông lượng (throughput) khổng lồ. Khi số ăng ten tại một trạm gốc lớn hơn rất nhiều so với số lượng người dùng đang được phục vụ bởi BS đó thì các kỹ thuật xử lý tín hiệu tuyến tính gần đạt tối ưu [1,23–26]. Điều đó có nghĩa là, cho dù ta chỉ sử dụng kỹ thuật phân tập thu kết hợp tỉ số cực đại (MRC: Maximal Ratio Combining) cho đường lên và kỹ thuật phân tập phát (MRT: Maximal Ratio Transmitting) cho đường xuống thì ảnh hưởng của fading nhanh và nhiễu trong cùng một tế bào (cell) gần như biến mất khi số anten ở trạm gốc BS rất lớn [1]. Các hệ thống MU-MIMO sử dụng hàng trăm ăng ten tại BS để phục vụ hàng chục, thậm chí là hàng trăm người dùng trên cùng một tần số, tại cùng một thời điểm được gọi là hệ thống Massive MIMO [8,23,24,26,27]. Các ưu điểm chính của hệ thống Massive MIMO bao gồm: (1) hiệu suất sử dụng phổ tần và độ tin cậy cao; (2) hiệu suất sử dụng năng lượng lớn; (3) độ phức tạp trong xử lý tín hiệu tương đối thấp [1]. Năm 2016, hệ thống Massive MIMO với trạm gốc trang bị 128 ăng ten để phục vụ cho 8 người dùng đã được chế tạo thành công trong phòng thí nghiệm [28]. Năm 2018, Massive MIMO đã được ứng dụng trong các hệ thống thông tin di động thương mại thế hệ thứ 5 (5G) [29, 30]. Tuy nhiên, số lượng ăng ten trang bị tại trạm gốc trong các hệ thống 5G hiện nay chỉ là 64 [29, 30] nên hiệu quả sử dụng phổ tần số của Massive MIMO vẫn bị giới hạn đáng kể. Gần đây khái niệm Massive MIMO 2.0 đã được đề xuất trong công trình [30] nhằm tiếp tục nghiên cứu và phát triển kỹ thuật Massive MIMO không chỉ cho các hệ thống thông tin di động sau 5G mà còn ứng dụng cho các hệ thống Rada, Massive MIMO thông minh...

Từ những phân tích nêu trên cho ta thấy Massive MIMO đã, đang và vẫn sẽ là một trong những nội dung nghiên cứu trọng tâm về thông tin vô tuyến, thu hút rất nhiều sự quan tâm của các nhà khoa học trong và ngoài nước. Chính vì thế, Nghiên cứu sinh chọn và thực hiện đề tài "**Nghiên cứu kỹ thuật tách tín hiệu đường lên trong hệ thống Massive MIMO**".

#### 1. Mục tiêu nghiên cứu

- Nghiên cứu xây dựng các giải thuật tách tín hiệu trong các hệ thống Massive MIMO cho phép hệ thống thu được phẩm chất lỗi bít tốt, độ phức tạp thấp và hiệu quả sử dụng phổ tần cao.
- Nghiên cứu kết hợp các thuật toán được đề xuất với các kỹ thuật tách tín hiệu truyền thống để tạo ra các bộ tách tín hiệu hiệu quả sử dụng trong các hệ thống Massive MIMO.

#### 2. Phạm vi nghiên cứu

- Nghiên cứu kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp, kỹ thuật triệt nhiễu song song, tách tín hiệu tuyến tính, tách tín hiệu phi tuyến trong hệ thống nhiều ăng ten.
- Nghiên cứu nguyên lý hoạt động và các phương pháp xử lý tín hiệu cơ bản trong hệ thống Massive MIMO.
- Nghiên cứu các giải thuật tách tín hiệu đường lên trong các hệ thống Massive MIMO có tải cao trong điều kiện không có điều khiển công suất phát các người dùng và kênh truyền không có sự tương quan không gian.
- Các bộ tách tín hiệu được đề xuất xây dựng trên hệ thống Massive MIMO chỉ gồm 1 tế bào.

#### 3. Phương pháp nghiên cứu

Luận án kết hợp sử dụng phương pháp phân tích giải tích và mô phỏng Monte-Carlo trên máy tính. Cụ thể như sau:

 Sử dụng phương pháp giải tích để xây dựng các thuật toán tách tín hiệu và tính toán độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu được đề xuất.  Phương pháp mô phỏng Monte-Carlo được sử dụng để ước lượng và chứng minh bằng đồ thị các phẩm chất của hệ thống.

#### 4. Đóng góp của Luận án

Luận án đề xuất các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm hiệu quả cho hệ thống Massive MIMO có hệ số tải cao. Trên cơ sở đó xây dựng các bộ tách tín hiệu mới đảm bảo tốt sự cân bằng giữa phẩm chất lỗi bít cao và độ phức tạp thấp. Một số đóng góp chính của Luận án được tóm tắt như sau:

- 1. Đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GD: Group Detection) và thuật toán tách tín hiệu lặp (IGD: Iterative Group Detection) cho các hệ thống Massive MIMO với kênh truyền fading phạm vi hẹp. Dựa trên thuật toán GD và IGD, Luận án đề xuất 6 bộ tách tín hiệu mới được đặt tên lần lượt là ZF-GD, MMSE-GD, BLAST-GD, ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-IGD.
- 2. Khái quát hóa thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (gọi là thuật toán GGDex) cho hệ thống Massive MIMO có kênh truyền chịu ảnh hưởng của cả fading phạm vi hẹp và fading phạm vi rộng. Tiếp theo Luận án đề xuất hai bộ tách tín hiệu hiệu quả có tên gọi là ZF-GGDex và SQRD-GGDex. Trên cơ sở phân tích phẩm chất lỗi bít, đề xuất thuật toán GGDex có sắp xếp trước (Presorted GGDex) và hai bộ tách tín hiệu ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex.
- 3. Xây dựng thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song (PGD: Parallel Group Detection) bằng cách chia hệ thống Massive MIMO có hệ số tải cao thành hai hệ thống con song song với hệ số tải nhỏ hơn. Trên cơ sở đó, nghiên cứu sinh đề xuất 3 bộ tách tín hiệu là ZF-PGD, QRD-PGD

và SQRD-PGD.

4. Đề xuất các mô hình kết hợp các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng và tách tín hiệu theo nhóm song song với kỹ thuật rút gọn dàn LR nhằm loại bỏ ảnh hưởng của tạp âm và qua đó làm tăng phẩm chất tách tín hiệu tại trạm gốc. Dựa trên các mô hình kết hợp này, Luận án xây dựng 4 bộ tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn gồm: MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB.

Kết quả mô phỏng trên Matlab và phân tích độ phức tạp cho thấy tất cả các bộ tách tín hiệu được đề xuất nêu trên có phẩm chất BER tốt hơn nhưng có cùng bậc phức tạp với các bộ tách tuyến tính truyền thống. Vì thế, chúng là các ứng viên sáng giá để ứng dụng trong các hệ thống Massive MIMO.

#### 5. Bố cục Luận án

Luận án được tổ chức thành 4 chương với bố cục cụ thể như sau:

• Chương 1: TỔNG QUAN VỀ MASSIVE MIMO

Nội dung chương trình bày tóm lược những vấn đề cơ bản về hệ thống Massive MIMO như mô hình hệ thống, nguyên lý hoạt động và một số bộ tách tín hiệu truyền thống... Ngoài ra, chương này còn khảo sát các công trình đã công bố gần đây về tách tín hiệu trong các hệ thống Massive MIMO. Trên cơ sở đó, xác định những thách thức mà Luận án cần tập trung giải quyết.

 Chương 2: ĐỀ XUẤT CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU DỰA TRÊN THUẬT TOÁN TÁCH TÍN HIỆU THEO NHÓM

Chương này đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GD) và thuật toán tách tín hiệu theo nhóm lặp (IGD) cho các hệ thống Massive MIMO

hoạt động trong môi trường kênh truyền fading phạm vi hẹp. Trên cơ sở hai thuật toán nêu trên, Luận án đề xuất 6 bộ tách tín hiệu có độ phức tạp thấp được đặt tên lần lượt là ZF-GD, MMSE-GD, BLAST-GD, ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-GD. Phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu này được so sánh với các bộ tách tín hiệu tuyến tính và BLAST truyền thống thông qua mô phỏng Monte-Carlo trên phần mềm Matlab. Cuối cùng độ phức tạp của các bộ tách được tính toán và so sánh với một số bộ tách tín hiệu truyền thống có liên quan. Các kết quả trình bày trong Chương 2 gắn liền với kết quả nghiên cứu số 1 công bố tại hội nghị quốc tế ATC-2017 tại Quy Nhơn, công trình số 2 công bố năm 2018 trên tạp chí REV-JEC của hội Vô tuyến điện tử Việt Nam.

### Chương 3: ĐỀ XUẤT CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU XÂY DỰNG TRÊN HỆ THỐNG MASSIVE MIMO MỞ RỘNG TƯƠNG ĐƯƠNG

Chương 3 khái quát thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD thành thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng (viết tắt là GGDex) để dùng cho hệ thống Massive MIMO mà kênh truyền chịu tác động của cả fading phạm vi rộng và fading phạm vi hẹp. Sau đó, 4 bộ tách tín hiệu mới là ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex và SQRD-GGDex được đề xuất. Tiếp theo, Luận án trình bày thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song và đề xuất 3 bộ tách tín hiệu gồm ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD. Phẩm chất lỗi bít và độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu sau đó được đánh giá và so sánh với nhau. Nội dung Chương 3 gắn liền với các công trình số 3 công bố trên Tạp chí Khoa học và kỹ thuật, Học viện kỹ thuật Quân sự năm 2019 và Công trình số 4 công bố tại hội nghị quốc tế ATC-2018 tại Thành phố Hồ Chí Minh.

 Chương 4: CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU CÓ SỰ HỖ TRỢ CỦA Kỹ THUẬT RÚT GỌN DÀN

Nội dung chương này đề xuất kết hợp kỹ thuật rút gọn dàn SLV và SLB với các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm trong Chương 3 nhằm cải thiện phẩm chất lỗi bít của hệ thống. Dựa trên các mô hình kết hợp này, Nghiên cứu sinh đề xuất 3 bộ tách tín hiệu mới là MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLV và QRD-PGD-SLV. Cuối cùng là mô phỏng phẩm chất lỗi bít và so sánh độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu. Kết quả nghiên cứu trong Chương 4 gắn liền với công trình số 5 đăng trên tạp chí Wireless Personal Communications (ISI) và công trình số 6 đăng trên tạp chí Wireless communications and Mobile Computing (ISI).

### Chương 1 TỔNG QUAN VỀ MASSIVE MIMO

#### 1.1. Mô hình hệ thống

Xét hệ thống Massive MIMO đơn tế bào như Hình 1.1. Hệ thống gồm 01 trạm gốc (BS) được trang bị  $N_r$  ăng ten đồng thời phục vụ K người dùng (user), mỗi người dùng được trang bị  $N_T$  ăng ten sử dụng chung một tần số. Mô hình tín hiệu đường lên và đường xuống được mô tả như cụ thể như sau:

#### 1.1.1. Đường lên

Đường lên (uplink hoặc reverse link) là đường truyền trong đó các người dùng đồng thời truyền tín hiệu lên BS. Thông thường mỗi người dùng thường được giả thiết là sử dụng phương pháp truyền dẫn ghép kênh theo không gian (SDM: Spatial Division Multiplexing) nhằm thu được hiệu quả sử dụng phổ tần lớn. Sử dụng mô hình SDM, luồng dữ liệu nối tiếp của mỗi người dùng



Hình 1.1: Mô hình hệ thống Massive MIMO

được chuyển thành  $N_T$  luồng dữ liệu song song, sau đó chúng được truyền đồng thời đến BS bởi các ăng ten phát của người dùng ấy. Vì vậy, véc tơ tín hiệu phát của tất cả K người dùng,  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ ,  $N = KN_T$ , được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_K^T \end{bmatrix}^T,$$
(1.1)

trong đó  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ , i = 1, 2, ...K, là véc tơ tín hiệu phát của người dùng thứ *i*. Véc tơ tín hiệu thu tại trạm gốc,  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ , có thể biểu diễn bằng phương trình sau:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{p}{KN_T E_s}} \mathbf{G} \mathbf{x} + \mathbf{n}, \qquad (1.2)$$

trong đó p là tổng công suất phát của tất cả K người dùng;  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N_r \times N}$ , là ma trận kênh truyền giữa các người dùng và trạm gốc;  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  là véc tơ tạp âm;  $E_s$  là năng lượng trung bình của các ký hiệu (symbol) điều chế M-QAM. Các phần tử của véc tơ tạp âm được giả thiết là các biến ngẫu nhiên có phân bố độc lập và đồng nhất (i.i.d) với trung bình bằng 0 và phương sai bằng 1. Giả thiết rằng công suất phát của mỗi người dùng được chia đều cho ăng ten trang bị trên người dùng đó và  $\mathbb{E} [\mathbf{xx}^H] = E_s \mathbf{I}_N$ . Bởi vì Massive MIMO được đề xuất sử dụng cho dải sóng GHz nên với số lượng hữu hạn ăng ten trang bị tại trạm gốc thì kênh truyền giữa BS và các người dùng luôn luôn độc lập với nhau. Khi đó, các phần tử thuộc ma trận kênh truyền có thể được biểu diễn bởi tích các hệ số pha-đinh phạm vi rộng (gây ra bởi hiện tượng che khuất Shadowing và suy hao đường truyền theo khoảng cách) và

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{D}^{1/2},\tag{1.3}$$

trong đó các phần tử của ma trận **H** là các biến ngẫu nhiên có trung bình bằng 0 và phương sai bằng 1, biểu diễn các hệ số pha-đinh phạm vi hẹp; **D** là ma trận đường chéo với các phần tử thuộc đường chéo chính mô tả các hệ số pha-đinh phạm vi rộng. Bởi vì khoảng cách giữa các ăng ten trang bị trên cùng một người dùng hoặc trên trạm gốc luôn rất nhỏ so với khoảng cách giữa mỗi người dùng và BS nên ta có thể giả thiết các hệ số pha-đinh phạm vi rộng giữa một người dùng cụ thể và trạm gốc là bằng nhau, các hệ số này là khác nhau đối với các người dùng khác nhau. Khi đó, ma trận kênh truyền được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} \left( \mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_{N_T} \right)^{1/2}.$$
(1.4)

Ma trận **B** trong công thức (1.4) là ma trận đường chéo với các phần tử thuộc đường chéo chính,  $b_{i,i}$ , i = 1, 2, ...K, biểu diễn hệ số pha-đinh phạm vi rộng giữa người dùng thứ *i* và trạm gốc như sau:

$$b_{i,i} = \frac{z_i}{(d_i/d_0)^{\gamma}},$$
(1.5)

với  $z_i$  là biến ngẫu nhiên phân bố đều mô tả hiện tượng che khuất với giá trị trung bình bằng không và phương sai  $\sigma_{Shadow}^2$ ;  $d_0$  và  $d_i$  lần lượt là khoảng cách tham chiếu và khoảng cách từ người dùng thứ *i* tới trạm gốc;  $\gamma$  là hệ số suy hao đường truyền. Để đơn giản cho việc tính toán và biểu diễn thuật toán, đặt  $\mathbf{U} = \sqrt{\frac{p_u}{N_T E_s}} \mathbf{G}$ ,  $p_u = \frac{p}{K}$ , và viết lại Phương trình (1.2) như sau:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n}.\tag{1.6}$$

Lưu ý: Trong trường hợp kênh truyền chỉ chịu sự tác động của pha-đinh phạm vi hẹp, tức là không tính đến hiện tượng che khuất Shadowing và suy hao đường truyền thì  $\mathbf{D} = \mathbf{I}_N$  và  $\mathbf{G} = \mathbf{H}$ . Khi đó, véc tơ tín hiệu thu được tại BS,  $\mathbf{y}$ , được biểu diễn theo tỷ số SNR ở mỗi ăng ten thu,  $\zeta$ , như sau:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\zeta}{KN_T E_s}} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}$$
(1.7)

$$= \bar{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \tag{1.8}$$

với  $\mathbf{\bar{H}} = \sqrt{\frac{\zeta}{KN_T E_s}} \mathbf{H}.$ 

#### 1.1.2. Đường xuống

Dường xuống (downlink hay forward link) là trường hợp BS phát tín hiệu tới tất cả K người dùng. Giả thiết rằng hệ thống là song công theo thời gian, khi đó ma trận kênh truyền đường lên và đường xuống có tính thuận nghịch với nhau. Điều đó có nghĩa là trong khoảng thời gian đồng bộ của kênh truyền (tức khoảng thời gian và kênh truyền được xem như không thay đổi) thì ma trận kênh truyền cho đường xuống là chuyển vị của ma trận đường lên. Giả sử  $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  là véc tơ tín thiệu phát đi từ ma trận ăng ten tại BS thỏa mãn  $\mathbb{E} [\mathbf{uu}^H] = E_s \mathbf{I}_{N_r}$ . Khi đó, tín hiệu thu tại người dùng thứ *i* được biểu diễn bằng công thức sau:

$$\mathbf{r}_{i} = \sqrt{\frac{p_{dl}}{N_{r}E_{s}}} \mathbf{G}_{i}^{T}\mathbf{u} + \mathbf{z}_{i}, \qquad (1.9)$$

trong đó  $\mathbf{G}_i^T \in \mathbb{C}^{N_T \times N_r}$  là ma trận kênh truyền giữa trạm gốc và người dùng thứ i;  $p_{dl}$  là tổng công suất phát từ  $N_r$  ăng ten tại trạm gốc và  $\mathbf{z}_k$  là véc tơ tạp âm tại người dùng thứ i. Giả sử các phần tử của  $\mathbf{z}_k$  là các biến ngẫu nhiên i.i.d có trung bình 0 và phương sai 1. Véc tơ tín hiệu thu của tất cả Kngười dùng là:

$$\mathbf{r} = \sqrt{\frac{p_{dl}}{N_r E_s}} \mathbf{G}^T \mathbf{u} + \mathbf{z}, \qquad (1.10)$$

với  $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & \mathbf{r}_2^T & \cdots & \mathbf{r}_K^T \end{bmatrix}^T$  và  $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1^T & \mathbf{z}_2^T & \cdots & \mathbf{z}_K^T \end{bmatrix}^T$ . Lưu ý, nếu hệ thống là song công theo tần số FDD thì kênh truyền cho đường lên và đường xuống là không có tính thuận nghịch. Khi đó ma trận  $\mathbf{G}^T$  trong (1.10) cần được thay bằng một ma trận kênh truyền khác có kích thước  $KN_T \times N_r$  với các phần tử của nó biểu diễn cả pha-đinh phạm vi rộng và pha-đinh phạm vi hẹp xác định tương tự như đường lên.

#### 1.2. Nguyên lý làm việc

Dựa vào nguyên lý làm việc thì hệ thống Massive MIMO được chia thành hai loại cơ bản là hệ thống song công theo thời gian TDD và hệ thống song công theo tần số FDD. Bởi vì hệ thống Massive MIMO có kích thước rất lớn nên những phương pháp xử lý tín hiệu phức tạp thường được tập trung tại trạm gốc gồm: tách tín hiệu tuyến tính cho đường lên, tiền mã hóa (precoding) cho đường xuống và ước lượng kênh truyền. Trong các hệ thống song công theo thời gian, cả đường lên và đường xuống sử dụng chung một tần số trong khi hệ thống song công theo tần số sử dụng tần số đường lên và đường xuống là khác nhau. Chính vì thế hoạt động của hai hệ thống này là khác nhau. Phần tiếp theo của mục này, nghiên cứu sinh trình bày một phương án làm việc cho cả hai loại hệ thống kể trên như sau:

Đối với hệ thống song công theo thời gian: Nguyên lý hoạt động cơ bản của hệ thống TDD Massive MIMO được mô tả như trong Hình 1.2. Trong mỗi khoảng thời gian đồng bộ của kênh truyền thì hệ thống thực hiện 3 hoạt động cơ bản là: (1) truyền dẫn tín hiệu đường lên, (2) truyền tín hiệu đường xuống và (3) ước lượng kênh cho cả đường lên và đường xuống. Để thực hiện



Hình 1.2: Nguyên lý hoạt động của hệ thống TDD Massive MIMO [1]

được điều đó, một phương án làm việc của hệ thống TDD Massive MIMO như sau: Trước hết tất cả người dùng phát các chuỗi pilot trực giao nhau đến trạm gốc để thực hiện ước lượng các thông tin về trạng thái kênh truyền CSI tại BS. Sau đó khi các người dùng truyền dữ liệu của mình thì trạm gốc sử dụng CSI thu được bởi quá trình ước lượng kênh để tách tín hiệu kết hợp các ký hiệu thông tin. Để truyền dữ liệu đường xuống, trạm gốc sử dụng CSI để tiền mã hóa các ký hiệu thông tin trước khi phát chúng cho các người dùng.

Đối với hệ thống Massive MIMO song công theo tần số: Trong hệ thống FDD thì đường lên và đường xuống sử dụng các tần số khác nhau nên kênh truyền cho đường lên và đường xuống là không tương quan với nhau. Vì thế, nguyên lý làm việc của hệ thống này phức tạp hơn các hệ thống song công theo thời gian, đòi hỏi quá trình ước lượng kênh phải thực hiện ở cả trạm gốc và các người dùng. Cụ thể như sau:

- Đường lên: BS cần phải biết CSI để tách các ký hiệu tín hiệu được phát từ người dùng. Một cách đơn giản để ước lượng kênh là người dùng sẽ phát chuỗi pilot trực giao nhau đến BS, sau đó BS sẽ ước lượng kênh truyền dựa
vào các pilot thu được.

- Đường xuống: BS cần CSI để thực hiện tiền mã hóa các ký hiệu tín hiệu trước khi truyền đến người dùng. Để thu được CSI trước hết BS sẽ truyền các pilot trực giao trên đường xuống, sau đó các người dùng sẽ ước lượng kênh và truyền ngược lại các giá trị ước lượng kênh này, BS sẽ sử dụng CSI thu được từ người dùng để tiền mã hóa các ký hiệu.

#### 1.3. Phân biệt Massive MIMO và MIMO đa người dùng

Mặc dù Massive MIMO được phát triển từ hệ thống MU-MIMO nhưng Massive MIMO và MU-MIMO là hai hệ thống khác nhau. Hệ thống Massive MIMO phân biệt với MU-MIMO thông thường ở 3 đặc điểm chính sau [3]:

- Chỉ BS cần phải biết các thông tin về trạng thái kênh truyền CSI.
- Số ăng ten trang bị tại trạm gốc thường lớn hơn nhiều số người dùng. Tuy nhiên, đây không phải là đặc điểm mang tính chất bắt buộc và không mang tính quyết định sự khác biệt giữa MU-MIMO thông thường và Massive MIMO.
- Cả đường lên và đường xuống đều sử dụng các kỹ thuật xử lý tín hiệu có độ phức tạp thấp. Ví dụ như sử dụng các kỹ thuật xử lý tín hiệu tuyến tính gồm tách tín hiệu tuyến tính cho đường lên và tiền mã hóa tuyến tính cho đường xuống.

Cần lưu ý rằng, đặc điểm thứ hai nêu trên (tuy không phải là bắt buộc) là nhằm đảm bảo cho hệ thống thu được số bậc tự do (degree of freedom) rất lớn, từ đó giúp cho phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tuyến tính đơn giản như ZF hay MMSE gần đạt phẩm chất tối ưu. Mối quan hệ này, trong Massive MIMO, thường được định nghĩa thông qua hệ số tải  $\beta$  (load factor), xác định bởi tỉ số giữa tổng số ăng ten trang bị trên tất cả K người dùng và số ăng ten tại trạm gốc, tức là  $\beta = \frac{KN_T}{N_r}$ . Có hai cách cơ bản để bảo đảm hệ số  $\beta$  rất nhỏ đó là: i) Tăng số lượng ăng ten tại trạm gốc lên rất cao so với số người dùng hoặc ii) giảm số lượng người dùng được kích hoạt tại một thời điểm nhất định. Tuy nhiên, việc bố trí quá nhiều các ăng ten tại trạm gốc với kích thước vật lý hạn chế lại phải đáp ứng yêu cầu về khoảng cách giữa hai ăng ten kế tiếp nhau luôn lớn hơn nửa bước sóng không phải lúc nào cũng thực hiện được trong thực tế. Nếu giảm số lượng người dùng được kích hoạt theo cách thứ hai sẽ kéo theo việc giảm hiệu quả sử dụng phổ tần của hệ thống. Thực tế mong muốn là, trạm gốc có thể phục vụ đồng thời càng nhiều người dùng càng tốt, khi tăng số lượng người dùng được phục vụ bởi BS trong khi số ăng ten tại BS không đối sẽ làm tăng hệ số tải. Để tránh hệ thống rơi vào tình trạng không xác định (undetermined condition) thì số lượng người dùng có thể tăng tối đa sao cho tổng số ăng ten phát bằng số ăng ten trang bị tại BS (tức  $\beta = 1$ ). Câu hỏi đặt ra ở đây là  $\beta$  phải có giá trị tối thiểu bằng bao nhiêu trong một hệ thống Massive MIMO? Trong [31] Mazetta và các cộng sự đã chỉ ra 10 lầm tưởng quan trọng về Massive MIMO, trong đó khẳng định rõ rằng không có mối quan hệ ràng buộc cụ thể nào về mối quan hệ giữa số lượng ăng ten trang bị tại BS và số người dùng được phục vụ bởi BS đó. Các tác giả đồng thời khẳng định rằng hệ thống Massive MIMO có thể được định nghĩa hệ thống với  $\beta$  bất kỳ (gồm cả trường hợp  $\beta = 1$ ).

#### 1.4. Tách tín hiệu trong các hệ thống Massive MIMO

#### 1.4.1. Tách tín hiệu tuyến tính

Các bộ tách tín hiệu tuyến tính (ZF hay MMSE) [32,33] có độ phức tạp thấp nên chúng rất phù hợp để sử dụng trong hệ thống có kích thước lớn như Massive MIMO. Tín hiệu đã phát từ tất cả các người dùng được tách đồng thời bằng bộ tách tín hiệu tuyến tính tại BS như sau:

$$\widetilde{\mathbf{x}} = \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{W}\mathbf{n},\tag{1.11}$$

trong đó  $\mathbf{W}$  là ma trận trọng số cho bởi (Phụ lục A):

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \left(\mathbf{U}^{H}\mathbf{U}\right)^{-1}\mathbf{U}^{H}, & ZF\\ \left(\mathbf{U}^{H}\mathbf{U} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{N}\right)^{-1}\mathbf{U}^{H}, & MMSE. \end{cases}$$
(1.12)

Các phần tử của véc tơ tín hiệu ước lượng,  $\tilde{\mathbf{x}}$ , sau đó được lượng tử hóa bằng cách quy từng phần tử của  $\tilde{\mathbf{x}}$  về giá trị gần nhất trong tập các số nguyên biểu diễn tín hiệu M-QAM băng gốc và thu được tín hiệu tại đầu ra của các bộ tách tuyến tính là:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathcal{Q}\left(\widetilde{\mathbf{x}}\right),$$
 (1.13)

với  $\mathcal{Q}(\widetilde{\mathbf{x}})$  là ký hiệu hàm lượng tử hóa. Sai số ước lượng của các bộ tách tuyến tính được xác định bởi  $\mathbf{e} = \widetilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$  và do đó ma trận hiệp phương sai lỗi dễ dàng được xác định như sau:

$$\Phi = \mathbb{E}\left[\mathbf{e}\mathbf{e}^{H}\right] = \begin{cases} \left(\mathbf{U}^{H}\mathbf{U}\right)^{-1}, & ZF\\ \left(\mathbf{U}^{H}\mathbf{U} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{N}\right)^{-1}, & MMSE. \end{cases}$$
(1.14)

Lưu ý rằng các phần tử thuộc đường chéo chính của  $\Phi$  biểu diễn sai số bình phương khi ước lượng N ký hiệu tín hiệu phát từ người dùng. Do vậy,

sai số trung bình bình phương (MSE: Mean Squared Error) khi ước lượng mỗi ký hiệu được xác định như sau:

$$MSE = \frac{1}{N} trace \left(\Phi\right) = \begin{cases} \frac{1}{N} trace \left(\mathbf{U}^{H}\mathbf{U}\right)^{-1}, & ZF\\ \frac{1}{N} trace \left(\mathbf{U}^{H}\mathbf{U} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{N}\right)^{-1}, & MMSE. \end{cases}$$
(1.15)

Các bộ tách tín hiệu tuyến tính có độ phức tạp thấp và có phẩm chất lỗi bít gần đạt phẩm chất tối ưu khi  $N_r \gg N$  hay  $\beta = \frac{N}{N_r} \ll 1$ . Tuy nhiên, trong các hệ thống mà số ăng ten tại trạm gốc và tổng số ăng ten của các người dùng là tương đương nhau (tức  $\beta \approx 1$ ) thì phẩm chất lỗi bít cho bởi các bộ tách tuyến tính bị suy giảm nghiêm trọng. Hiện tượng này được giải thích bởi một trong hai nguyên nhân sau đây:

(1) **Bậc phân tập thấp**: Trong công trình [34], Ma và các cộng sự đã chứng minh rằng các bộ tách tuyến tính có bậc phân tập  $N_r - N + 1$ . Vì thế, khi  $N_r \approx N$  thì bậc phân tập cho bởi các bộ tách tuyến tính là rất thấp, đặc biệt là khi  $N_r = N$  thì bậc phân tập chỉ là 1. Khi đó dù tăng số lượng ăng ten lên rất lớn thì hệ thống cũng không thu được bậc phân tập cao.

(2) **MSE tăng tỉ lệ thuận theo**  $\beta$ : Hình 1.3 biểu diễn hàm phân bố tích lũy kinh nghiệm (ECDF: Empirical Cumulative Distribution Function) của bộ tách tín hiệu ZF trong 10<sup>3</sup>vòng lặp khi N = 64,  $N_r = [64:64:264]$  (tức  $\beta = [1:-0,25:0,25]$ ), các hệ số pha-đinh phạm vi rộng của kênh truyền được xác định bởi  $p_{u/\sigma^2} = 27dB$  ( $p_u = p/K$ ;  $\sigma^2 = 1$  là phương sai của tạp âm),  $d_0 = 100m$ ,  $100m \leq d_i \leq 990m$ ,  $\sigma_{Shadow}^2 = 8dB$  và  $\gamma = 3, 5$ . Từ kết quả mô phỏng trong Hình 1.3 ta thấy lỗi ước lượng cho bởi bộ tách ZF tăng tỉ lệ thuật theo tỉ số  $\frac{N}{N_r}$ . Khi  $\beta$  nhỏ thì lỗi ước lượng rất bé nên phẩm chất BER cho bởi bộ tách tuyến tính cao và gần đạt phẩm chất tối ưu. Tuy nhiên, khi hệ số tải càng tăng thì lỗi càng lớn, đặc biệt khi  $\beta = \frac{N}{N_r} = 1$  thì lỗi ước lượng là cực kỳ lớn.



**Hình 1.3:** ECDF của MSE cho bởi bộ tách ZF trong 10<sup>3</sup> vòng lặp khi  $N = 64, N_r = [64:64:264]; p_{u/\sigma^2} = 27dB, d_0 = 100m, 100m \le d_i \le 990m, \sigma_{Shadow}^2 = 8dB$  và  $\gamma = 3, 5$ 

#### 1.4.2. Tách tín hiệu dựa trên kỹ thuật phân rã QR

Tương tự như tách tín hiệu tuyến tính, các bộ tách tín hiệu dựa trên kỹ thuật phân rã ma trận QR như QRD (QR based Detector) [33,35] hay SQRD (Sorted QR based Detector) [33,36] có độ phức tạp tính toán rất thấp nên phù hợp để sử dụng trong các hệ thống Massive MIMO. Các bộ tách tín hiệu này sử dụng kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp để tách lần lượt từng ký hiệu tín hiệu phát nên chúng còn có tên gọi khác là bộ tách SIC (Successive Interference Cancellation) và OSIC (Ordered Successive Interference Cancellation). Quá trình tách tín hiệu bên trong các bộ tách này diễn ra như sau:

**Bộ tách QRD:** Trước hết, áp dụng kỹ thuật phân rã QR lên các ma trận kênh truyền **U** trong công thức (1.6) và thu được:

$$\mathbf{U} = \mathbf{Q}\mathbf{R},\tag{1.16}$$

trong đó  $\mathbf{Q}$  là các ma trận đơn nhất (unitary) kích thước  $N_r \times N$  có tính chất  $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}_N$  và  $\mathbf{R}$  là các ma trận tam giác trên kích thước  $N \times N$ . Tiếp đó, nhân hai vế của phương trình (1.6) với  $\mathbf{Q}^H$  ta có:

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q}^H \mathbf{y} = \mathbf{R} \mathbf{x} + \mathbf{Q}^H \mathbf{n}. \tag{1.17}$$

Lưu ý rằng phân bố của thành phần nhiễu,  $\mathbf{Q}^{H}\mathbf{n}$ , trong (1.17) không thay đổi, các phần tử của nó vẫn có trung bình bằng 0 và phương sai  $\mathbb{E}\left[\mathbf{Q}^{H}\mathbf{n}\left(\mathbf{Q}^{H}\mathbf{n}\right)^{H}\right] = \sigma^{2}$ . Cuối cùng bộ tách QRD bỏ qua thành phần tạp âm,  $\mathbf{Q}^{H}\mathbf{n}$ , và thực hiện ước lượng lần lượt từng ký hiệu đã phát trên mỗi hệ thống con theo từng lớp, từ lớp thứ N đến lớp đầu tiên theo luật sau:

$$\widetilde{x}_{i} = \begin{cases} \frac{v_{i}}{r_{i,i}} &, i = N\\ \frac{v_{i} - \sum_{j=i+1}^{N} (r_{i,j} \hat{x}_{j})}{r_{i,i}} &, i \neq N \end{cases}$$
(1.18)

trong đó  $v_i$  là phần tử thuộc hàng thứ *i* của véc tơ  $\mathbf{v}$ ,  $r_{i,j}$  là phần tử thuộc hàng thứ *i*, cột thứ *j* của ma trận  $\mathbf{R}$  và  $\hat{x}_i = \mathcal{Q}(\tilde{x}_i)$ .

Bộ tách QRD có ưu điểm là độ phức tạp thấp, thêm vào đó bộ tách này sử dụng kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp nên phẩm chất lỗi bít tốt hơn bộ tách ZF truyền thống. Tuy nhiên, do bỏ qua ảnh hưởng của tạp âm khi ước lượng các ký hiệu thông tin nên phẩm chất BER của nó cũng chưa thật sự cao. **Bộ tách SQRD:** Như đã trình bày ở trên, bộ tách tín hiệu QRD khôi phục lần lượt từng ký hiệu bằng kỹ thuật SIC nên nó chịu ảnh hưởng rất lớn của hiện tượng truyền lỗi (error propagation). Đó là hiện tượng một ký hiệu ở lớp trước được tách không chính xác dẫn đến ảnh hưởng của nó lên việc tách các ký hiệu kế tiếp không được triệt nhiễu một cách hoàn toàn. Trong thủ tục tách tín hiệu QRD, ký hiệu thứ N luôn luôn được xác định đầu tiên, sau đó giá trị ước lượng này được sử dụng để tách ký hiệu ở lớp kế tiếp. Quá trình này tiếp diễn cho đến khi toàn bộ các phần tử của  $\hat{\mathbf{x}}$  được xác định. Dễ dàng nhận thấy rằng nếu ký hiệu thứ N là tín hiệu ứng với kênh truyền tốt nhất trong số các ký hiệu đã phát thì ảnh hưởng của nó lên việc tách các ký hiệu tiếp theo là nhỏ nhất, ngược lại hiện tượng truyền lỗi trong SIC sẽ làm suy giảm phẩm chất BER của bộ tách QRD. Bộ tách SQRD đảm bảo rằng các ký hiệu ứng với kênh truyền tốt hơn luôn được tách trước. Do đó, ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi trong SQRD được giảm thiểu đáng kể.

Để làm được như vậy, bộ tách tín hiệu SQRD thực hiện phân rã ma trận kênh truyền **U** có sắp xếp để thu được ma trận **Q**, **R** và véc tơ hoán vị **p**. Sau đó, các ký hiệu đã phát lần lượt được tách giống như trong bộ tách QRD. Khi tất cả các ký hiệu đã được khôi phục, chúng sẽ được sắp xếp lại theo đúng thứ tự đã phát như sau:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{p}). \tag{1.19}$$

#### 1.4.3. Tách tín hiệu triệt nhiễu nối tiếp BLAST

Nguyên lý bộ tách tín hiệu của VBLAST [37] cơ bản giống như trong các bộ tách tín hiệu QRD/SQRD. Tức là tín hiệu phát được tách ra tuần tự từng ký hiệu ở mỗi lớp. Sau đó tín hiệu của lớp vừa được khôi phục được sử dụng để triệt tiêu ảnh hưởng của mình lên các lớp khác. Bộ tách tín hiệu VBLAST không dùng thuật toán QR cho nên ảnh hưởng của các lớp chưa tách lên lớp được tách là rất lớn. Do đó để tránh hiện tượng truyền lỗi trong VBLAST, lớp được tách đầu tiên phải là lớp có chất lượng tốt nhất. Có nghĩa tín hiệu được khôi phục là chính xác nhất. Sau đó ảnh hưởng của tín hiệu được khôi phục sẽ bị triệt tiêu trong tín hiệu thu. Quá trình lặp lại cho đến khi khôi phục hoàn toàn lớp cuối cùng.

Trong bộ tách tín hiệu VBLAST, lớp tốt nhất được chọn theo tham số MSE cực tiểu. Tức là tại mỗi vòng lặp, bộ VBLAST tính MSE và tìm ra lớp có MSE cực tiểu để tách. Sau khi loại bỏ thành phần của lớp đã tách, quá trình lại tiếp tục lặp lại cho đến lớp cuối cùng. Để giảm bớt độ phức tạp tính toán, việc tách tín hiệu từng lớp dựa trên các phương pháp tách tín hiệu tuyến tính như ZF hoặc MMSE (bộ tách tín hiệu VBLAST dùng ZF/MMSE để tính MSE được là ZF-VBLAST và MMSE-VBLAST). Quá trình tách tín hiệu của các bộ tách tín hiệu VBLAST được tóm tắt trong Bảng 1.1. Trong Luận án này, MMSE-VBLAST được sử dụng để so sánh với các bộ tách tín hiệu được đề xuất và được viết ngắn gọn là BLAST.

#### 1.4.4. Độ phức tạp tính toán của bộ tách tín hiệu

Để tính toán độ phức tạp của bộ tách tín hiệu, Luận án sử dụng phương pháp đếm số dấu chấm động (flop: floating point operation) cần thiết để ước lượng một véc tơ tín hiệu phát [38–41]. Sử dụng phương pháp này, mỗi phép toán trong miền số thực như phép nhân, phép chia, phép cộng, phép trừ và phép khai căn bậc 2 được tính bằng 1 flop. Luận án đếm số flop của mỗi bộ tách tín hiệu dựa trên cơ sở thực tế sau đây:

Bảng 1.1: Thuật toán tách tín hiệu VBLAST Bước Thực hiện Bắt đầu: Nhập  $\mathbf{y}, \mathbf{U}, N, E_s$ (1)(2)For i = 1: NIf 'ZF' then  $\mathbf{W} = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H$ (3)Elseif 'MMSE' then  $\mathbf{W} = \left(\mathbf{U}^H \mathbf{U} + \frac{1}{E_s} \mathbf{I}_N\right)^{-1} \mathbf{U}^H$ (4)(5)End  $MSE_j = diag \{ \mathbf{W} \mathbf{W}^H \}$ (6) $k_{\min} = \arg\min\{MSE_i\}$ (7) $\hat{x}_{k_{\min}} = \mathcal{Q}\left(\mathbf{w}_{k_{\min}}\mathbf{y}\right)$ (8)(9) $\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{u}_{k_{\min}} \bar{x}_{k_{\min}}$  $\mathbf{u}_{k_{\min}} = []$ (Xóa cột thứ  $k_{\min}$ khỏi ma trận kên<br/>h $\mathbf{U})$ (10)(11)End Kết thúc: Khôi phục  $\hat{\mathbf{x}}$ (12)

- Một phép cộng phức gồm 2 phép cộng thực.
- Phép nhân hai số phức gồm 4 phép nhân thực và 2 phép cộng thực.
- Một phép chia phức gồm 8 phép nhân thực và 3 phép cộng thực.
- Nhân ma trận A có kích thước a × b với ma trận B kích thước b × c cần acb phép nhân và ac (b 1) phép cộng [42].
- Nghịch đảo một ma trận vuông kích thước  $a \times a$  cần phải tính  $a^3$  phép nhân và  $a^3$  phép cộng [42].
- Tìm giá trị nhỏ nhất trong số N giá trị cần N-1 phép cộng thực.

Lưu ý rằng, việc tính toán số flop cần thiết để ước lượng một véc tơ tín hiệu phát có thể thực hiện trực tiếp trên hệ thống phức [38, 39, 43] hoặc trên hệ thống thực tương đương [44–46]. Tuy nhiên, khi tính toán trên hệ thống thực sẽ có số flop cao hơn so với tính toán trực tiếp trên hệ thống phức [47]. Do đó, trong Luận án này, nghiên cứu sinh tính toán và trình bày độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu thực hiện trực tiếp trên hệ thống phức. Bảng 1.2 là tóm tắt độ phức tạp của một số bộ tách sóng thông dụng.

	Dang 1.2. Do phác tập của một số bộ tách tín một trưyện thống				
	Bộ tách	Số flops cần thiết để ước lượng một véc tơ tín hiệu phát			
	ZF	$8N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 + 6NN_r - 2N$			
	MMSE	$8N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 + 6NN_r$			
	QRD	$6N^2N_r + 3N^2 + 12NN_r + 4N$			
	SQRD	$6N^2N_r + 5N^2 + 12NN_r + 3N$			
	BLAST	$\frac{15}{4}N^4 + 2N^3N_r + N^2N_r^2 + N(16N_r - 2)$			

Bảng 1.2: Độ phức tạp của một số bộ tách tín hiệu truyền thống

## 1.5. Bối cảnh nghiên cứu

Theo dòng lịch sử, khái niệm "Massive MIMO" xuất phát từ những nghiên cứu gần đây về hệ thống MU-MIMO với số ăng ten trang bị tại trạm gốc là rất lớn đồng thời phục vụ hàng chục thậm chí là hàng trăm người dùng sử dụng chung một nguồn tài nguyên tần số. Năm 2010, Mazetta và các cộng sự đã chứng minh trong công trình [25] rằng khi số lượng ăng ten tại trạm gốc lớn hơn nhiều so với số người dùng thì phẩm chất lỗi bít của các phương pháp xử lý tuyến tính gần đạt được phẩm chất tối ưu. Những nghiên cứu mở rộng về MU-MIMO kích thước lớn được nhóm nghiên cứu của Mazetta công bố trong các công trình [26,48,49]. Theo hiểu biết của Nghiên cứu sinh, khái niệm "Massive MIMO" lần đầu tiên được dùng để thay thế cho MU-MIMO kích thước lớn vào năm 2011 trong công trình [23]. Sau đó, những kiến thức nền tảng về Massive MIMO được trình bày chi tiết trong các công trình [1] và [3]. Hiện nay, Massive MIMO đã trở thành một trong những nội dung nghiên cứu trọng tâm về thông tin vô tuyến.

Để đạt được hiệu quả sử dụng phố tần lớn trong các hệ thống Massive MIMO, mỗi người dùng thường được trang bị nhiều ăng ten và thường sử dụng mô hình máy phát ghép kênh theo không gian giống như máy phát trong hệ thống VBLAST. Mặc dù chịu sự ảnh hưởng của tương hỗ nhưng mô hình máy phát ghép kênh theo không gian (SDM) vẫn được chú ý và lựa chọn bởi vì hiệu quả sử dụng phổ tần cao. Hơn nữa, với sự tiến bộ không ngừng của công nghệ chế tạo phần cứng và thiết kế chế tạo mảng ăng ten, việc bố trí số lượng ăng ten rất lớn đang từng bước được giải quyết. Cho đến nay trạm gốc với 128 ăng ten đã được chế tạo thành công trong phòng thí nghiệm mở ra khả năng ứng dụng rất cao Massive MIMO trong các hệ thống thông tin di động tương lai. Chính vì thế, trong phần lớn các nghiên cứu về Massive MIMO, các người dùng thường được giả thiết là sử dụng mô hình máy phát SDM và hệ thống thường được gọi ngắn gọn là Massive MIMO.

Tại trạm gốc, tín hiệu của tất cả các người dùng cần được khôi phục một cách chính xác nhất có thể nhằm đảm bảo chất lượng dịch vụ. Nhìn chung các bộ tách tín hiệu cho hệ thống MIMO thông thường có thể được sử dụng để tách tín hiệu tại BS cho cả hệ thống song công theo thời gian và song công theo tần số. Tuy nhiên, do kích thước của hệ thống Massive MIMO là rất lớn nên các bộ tách tín hiệu có độ phức tạp cao như bộ tách tỉ số cực đại ML (Maximum Likelihood) [50] hay các bộ tách tín hiệu cầu SD (Sphere Detector) [51–53] là không phù hợp để sử dụng trong kích thước hệ thống lớn hơn 32 [54]. Do đó, các bộ tách tín hiệu có độ phức tạp thấp như có các bộ tách tín hiệu tuyến tính hoặc các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán phân rã ma trận QR... thường được ưu tiên sử dụng trong Massive MIMO.

Trong các công trình [25] và [49], Ngô Quốc Hiền và các cộng sự đã đề xuất các bộ tách tín hiệu tuyến tính gồm bộ tách kết hợp tỉ số cực đại MRC, bộ tách ZF và MMSE cho hệ thống MIMO đa người dùng có kích thước rất lớn (tiền thân của Massive MIMO) với phẩm chất lỗi bít gần đạt được phẩm chất tối ưu, hiệu quả sử dụng năng lượng và hiệu quả phố tần lớn. Năm 2016, Mazetta và các cộng sự đã khẳng định trong công trình [31] rằng không có sự ràng buộc cụ thể nào về tỉ số giữa số lượng ăng ten trạm gốc và số người dùng. Do đó, trong những hệ thống có hệ số tải lớn (đặc biệt là trường hợp  $\beta = 1$ ) thì phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tuyến tính đề xuất trong công trình [1] bị suy giảm mạnh. Hơn nữa, [25, 49] chỉ xét mỗi người dùng được trang bị một ăng ten. Vì thế, cần thiết phải nghiên cứu mở rộng cho trường hợp mỗi người dùng được trang bị nhiều ăng ten.

Năm 2016, Kobayashi và các cộng sự đã đề xuất các bộ tách tín hiệu SQRD và SQRD cải tiến cho hệ thống Massive MIMO trong điều kiện kênh truyền có sự tương quan giữa các ăng ten tại BS và tại mỗi người dùng [55]. Các bộ tách tín hiệu này có độ phức tạp rất thấp và phẩm chất lỗi bít cao, đặc biệt là bộ tách SQRD cải tiến đã khắc phục được hiện tượng nghịch đảo BER khi SNR lớn trong các hệ thống Massive MIMO có tương quan kênh truyền cao.

Như đã trình bày ở trên, phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu tuyến tính và SQRD/QRD bị suy giảm mạnh trong các hệ thống có hệ số tải cao (đặc biệt là trong trường hợp  $\beta = 1$ ) nên việc nghiên cứu cải thiện phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tuyến tính mang tính cấp thiết. Trong công trình [56], các tác giả đã đề xuất phương pháp tách tín hiệu mới dựa vào kỹ thuật tách tín hiệu sai số thưa (Sparse Error Recovery) cho Massive MIMO có tải cao. Trong kỹ thuật này, tín hiệu phát đầu tiên được ước lượng bởi các bộ tách tín hiệu thông thường. Sau đó, chúng được dùng để tạo nên hệ thống thưa (Sparse system) nhằm loại bỏ sai số gây ra do ảnh hưởng của tạp âm lên phẩm chất tín hiệu của các bộ tách tín hiệu truyền thống. Bằng cách thực hiện như vậy, phẩm chất lỗi bít cho bởi bộ tách đề xuất được cải thiện đáng

kế. Kết quả mô phỏng với các hệ thống  $16 \times 16$ ,  $32 \times 32$  và  $64 \times 64$  ăng ten, điều chế BPSK và QPSK cho thấy, bộ tách được đề xuất cải thiện khoảng 10 dB so với bộ tách MMSE truyền thống. Tuy nhiên, độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu theo phương pháp này cao hơn nhiều so với các bộ tách tín hiệu tuyến tính bởi chúng phải thực hiện thêm một phần hệ thống Sparse.

Cũng theo hướng nâng cao phẩm chất lỗi bít cho các bộ tách truyền thống, các thuật toán quét cục bộ (LAS: Local Ascent Search) [57] được đề xuất cho các hệ thống MIMO kích thước rất lớn có thể được sử dụng cho Massive MIMO. Các thuật toán này được thực hiện trên hệ thống thực tương đương và sử dụng véc tơ tín hiệu phát đã được khôi phục bằng các bộ tách tín hiệu thông thường để xác định hàm giá trị ML (ML cost function). Trong mỗi lần quét sẽ có một hoặc một vài phần tử của véc tơ tín hiệu đã khôi phục được cập nhật sao cho hàm giá trị đạt nhỏ nhất. Các bộ tách tín hiệu này cho phẩm chất BER tốt hơn các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống. Tuy nhiên, độ phức tạp tính toán của nó khá cao đặc biệt là trường hợp mỗi lần quét có nhiều hơn một ký hiệu được cập nhật.

Năm 2014, Chockalingam và các cộng sự đã xây dựng các bộ tách tín hiệu có độ phức tạp thấp cho hệ thống MIMO điểm-điểm kích thước lớn trong [54]. Các bộ tách tín hiệu được đề xuất gồm tách tín hiệu dựa trên liên kết xác suất dữ liệu (PDA: Probabilistic Data Association), tách tín hiệu dựa vào đồ thị truyền bản tin (Message passing on Graphical) hay Chuỗi Markov Monte Carlo (MCMC:Markov Chain Monte Carlo). Các bộ tách tín hiệu này phù hợp để sử dụng trong các hệ thống Massive MIMO bởi vì chúng cung cấp phẩm chất BER cao với độ phức tạp thấp. Tuy nhiên, các bộ tách tín hiệu được đề xuất để tách các tín hiệu điều chế BPSK nên hiệu quả sử dụng phổ tần của toàn hệ thống bị hạn chế.

Năm 2017, Liu và các cộng sự đã đề xuất sử dụng bộ tách VBLAST cho Massive MIMO trong công trình [58] nhằm thu được hiệu quả sử dụng năng lượng lớn. Với cùng một giá trị SNR và một tỉ số BER cho trước, bộ tách này cho phép giảm đáng kể số ăng ten cần thiết trang bị cho trạm gốc, do đó làm giảm đáng kể không gian cần thiết để triển khai cũng như giá thành của hệ thống. Tuy nhiên, các bộ tách VBLAST với độ phức tạp bậc 4 theo tổng số ăng ten phát từ các người dùng là khá cao đối với các hệ thống Massive MIMO kích thước lớn và vô cùng lớn.

Ngoài việc sử dụng các bộ tách tín hiệu có phẩm chất cao thì thiết kế mô hình máy phát tại các người dùng một cách hợp lý cũng là một cách để cải thiên phẩm chất truyền tin. Một điểm đáng chú ý là hệ thống Massive MIMO SDM đòi hỏi sử dụng rất nhiều các chuỗi cao tần vô tuyến (RF chain: Radio Frequency chain). Đối với các người dùng, do kích thước thiết bị nhỏ gọn nên việc bố trí nhiều chuỗi RF trên mỗi người dùng là rất khó thực hiện. Các kỹ thuật điều chế không gian cho phép hệ thống giảm số chuỗi cao tần RF. Khi kỹ thuật điều chế không gian (SM: Spatial Modulation) được sử dụng trong hệ thống nhiều ăng ten thì chỉ cần duy nhất một mạch cao tần [59]. Gần đây việc nghiên cứu và ứng dụng kỹ thuật điều chế không gian SM trong các hệ thống Massive MIMO đã được đề xuất trong các công trình [60,61]. Trong [60], Lakshmi Narasimhan và các công sư đã đề xuất mô hình ghép kênh không gian tổng quát (GSM: Generalized Spatial Modulation) cho đường lên trong các hệ thống Massive MIMO. Mô hình này sử dụng kỹ thuật điều chế không gian tổng quát GSM với số mạch cao tần được lựa chọn linh hoạt tại các người dùng, đồng thời đề xuất mô hình máy thu và ước lượng kênh tại

BS có độ phức tạp thấp dựa vào bản tin thu được. Mô hình GSM-Massive MIMO cho chất lượng tốt hơn các hệ thống Massive MIMO thông thường. Tuy nhiên, hiệu quả sử dụng phổ tần của hệ thống này thấp hơn mô hình hệ thống SDM Massive MIMO bởi vì tại mỗi thời điểm chỉ có một vài ăng ten phát được kích hoạt trong GSM.

Ngoài kỹ thuật ghép kênh theo không gian thì mã khối không gian thời gian cũng được đề xuất sử dụng cho máy phát trong các hệ thống Massive MIMO. Trong [62], các tác giả đã đề xuất thiết kế mã khối không gian thời gian STBC (Space Time Block Code) có tốc độ mã hóa thay đổi nhằm khắc phục tình trạng giảm chất lượng BER của hệ thống khi một hoặc một số ăng ten không hoạt động theo đúng thiết kế. Các tác giả đã chỉ ra rằng với bộ mã STBC được đề xuất có thể cải thiện đáng kể phẩm chất BER của hệ thống. Tuy nhiên, đề xuất này có nhược điểm là máy phát phải biết được thông tin phản hồi từ máy thu.

## 1.6. Các thách thức cần giải quyết

Từ thực tiễn nghiên cứu và khảo sát các công trình nghiên cứu kể trên cho thấy luôn có sự trả giá qua lại giữ 3 thông số chính của hệ thống Massive MIMO là phẩm chất lõi bít, hiệu quả sử dụng phổ tần và độ phức tạp. Do những hạn chế về kỹ thuật ăng ten và không gian triển khai trạm gốc nên các hệ thống 5G mới chỉ trang bị số lượng ăng ten hạn chế là 64. Điều đó làm giảm số lượng người dùng được phục vụ tại mỗi thời điểm của trạm gốc đó. Khi số lượng người dùng hoặc số ăng ten trang bị trên mỗi người dùng tăng lên nhằm thu được hiệu quả sử dụng phổ cao thì hệ thống phải trả giá bởi phẩm chất lỗi bít tăng cao. Trong trường hợp này, các bộ tách tín hiệu phẩm chất cao như ML hay BLAST có thể cải thiện tốt phẩm chất BER nhưng độ phức tạp tính toán của chúng khá cao. Chính vì thế, thách thức đặt ra khi xây dựng các bộ tách tín hiệu cho hệ thống Massive MIMO có số tải lớn là:

- Đề xuất các thuật toán mới cho phép giảm độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu có phẩm chất cao như bộ tách ML, SD hay BLAST mà không làm giảm đáng kể phẩm chất BER của hệ thống.
- Đề xuất thuật toán nhằm cải thiện mạnh phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống với độ phức tạp được giữ ở mức chấp nhận được trong hệ thống Massive MIMO.

Để giải quyết các thách thức trên, Luận án tập trung nghiên cứu và đề xuất các bộ tách tín mới cho hệ thống SDM Massive MIMO có hệ số tải cao. Cụ thể là: Đề xuất các thuật toán nhằm cải thiện phẩm chất BER hoặc giảm độ phức tạp của hệ thống. Trên cơ sở các thuật toán được đề xuất, nghiên cứu sinh xây dựng các bộ tách tín hiệu mới có phẩm chất BER cao với độ phức tạp tính toán được giữ ở mức phù hợp để ứng dụng trong Massive MIMO.

### 1.7. Kết luận

Chương này trình bày một số vấn đề chung về Massive MIMO như mô hình tín hiệu của hệ thống, nguyên lý làm việc và một số bộ tách tín hiệu thông dụng trong Massive MIMO. Trên cơ sở khảo sát các công trình đã công bố gần đây về tách tín hiệu trong Massive MIMO, Nghiên cứu sinh khái quát một số thách thức cần tập trung giải quyết của Luận án. Những nội dung trình bày trong Chương này là cơ sở lý thuyết quan trọng để phát triển các ý tưởng nghiên cứu trong các Chương tiếp theo.

#### Chương 2

# ĐỀ XUẤT CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU DỰA TRÊN THUẬT TOÁN TÁCH TÍN HIỆU THEO NHÓM

Phần đầu của Chương này trình bày thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GD: Group Detection) và thuật toán tách tín hiệu theo nhóm lặp (IGD: Iterative Group Detection. Phần tiếp theo của Chương là các bước xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán GD và IGD. Phần cuối Chương phân tích độ phức tạp tính toán và kết quả mô phỏng đánh giá phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu đề xuất. Nội dung trình bày trong Chương này là các kết quả nghiên cứu công bố trong các công trình nghiên cứu số 1 và số 2.

# 2.1. Ý tưởng đề xuất

Xuất phát từ thực tế là phẩm chất lỗi bít và độ phức tạp của một bộ tách tín hiệu phụ thuộc vào cấu hình hệ thống (hoặc tương đương với hệ số tải), Luận án đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GD: Group Detection) cho phép các bộ tách tín hiệu xây dựng trên GD thu được phẩm chất lỗi bít cao, độ phức tạp thấp. Ý tưởng chính của thuật toán này là các ký hiệu tín hiệu đã phát từ các người dùng được khôi phục bằng hai tầng (stage) tách tín hiệu nối tiếp nhau tương tự như kỹ thuật tách tín hiệu BLAST. Tuy nhiên, điểm khác biệt của thuật toán này với BLAST là các ký hiệu thuộc 1 hoặc một vài người dùng sẽ được tách ở mỗi tầng thay vì chỉ tách duy nhất một ký hiệu trong BLAST. Tại tầng tách tín hiệu đầu tiên, thuật toán tạo ra một hệ thống con mới có kích thước và hệ số tải nhỏ hơn hệ thống ban đầu, sau đó các ký hiệu được phát của một hoặc một vài người dùng sẽ được khôi phục bằng cách sử dụng các phương pháp tách tín hiệu MIMO truyền thống. Tiếp theo, các ký hiệu vừa khôi phục được dùng để triệt ảnh hưởng của nó lên véc tơ tín hiệu thu để khôi phục các ký hiệu còn lại. Cuối cùng khi tất cả các ký hiệu của tất cả các người dùng được khôi phục bởi các tầng tách tín hiệu thì chúng sẽ được sắp xếp lại theo đúng thứ tự đã phát.

Dựa trên thuật toán GD và các phương pháp tách tín hiệu tuyến tính và BLAST truyền thống, Luận án đề xuất 3 bộ tách tín hiệu mới hiệu quả cho Massive MIMO là ZF-GD, MMSE-GD và BLAST-GD.

Để tiếp tục cải thiện hơn nữa phẩm chất BER của hệ thống, Luận án phát triển thuật toán GD thành thuật toán tách tín hiệu theo nhóm lặp (IGD: Iterative Group Detection) và đề xuất 3 bộ tách tín hiệu mới có tên gọi ngắn gọn là ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-IGD. Trong thuật toán IGD, quá trình tách tín hiệu GD được thực hiện hai lần liên tiếp nhau với thứ tự tách tín hiệu tại các tầng hoán đổi cho nhau. Tín hiệu đầu ra của IGD là tín hiệu khôi phục ở lần tách tín hiệu có khoảng cách Euclidean bé hơn.

Các bộ tách tín hiệu mới được đề xuất trong Chương này đảm bảo tốt sự cân bằng giữa độ phức tạp thấp và phẩm chất lỗi bít cao nên phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống Massive MIMO. Cụ thể như sau:

- Các bộ tách tín hiệu ZF-GD, MMSE-GD và BLAST-GD có độ phức tạp tính toán thấp hơn nhưng phẩm chất BER không bị suy giảm quá lớn so với các bộ tách tuyến tính và BLAST truyền thống.
- Các bộ tách ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-IGD cải thiện đáng kể

phẩm chất BER với độ phức tạp được giữ ở mức chấp nhận được. Đặc biệt là bộ tách BLAST-IGD vừa cải thiện tốt phẩm chất BER vừa giảm được độ phức tạp khi so sánh với bộ tách BLAST truyền thống.

### 2.2. Đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD

Xét đường lên hệ thống Massive MIMO với kênh truyền chỉ chịu tác động của pha-đinh phạm vi hẹp trong (1.8) như sau:

$$\mathbf{y} = \mathbf{\bar{H}}\mathbf{x} + \mathbf{n}.$$
 (2.1)

Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GD) thực hiện quy trình tách tín hiệu sử dụng kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp (SIC) tương tự như trong bộ tách BLAST. Tuy nhiên, điểm khác biệt là tại mỗi lớp trong thuật toán GD có nhiều hơn 1 ký hiệu được khôi phục thay vì chỉ 1 ký hiệu duy nhất như trong kỹ thuật SIC. Thuật toán tiến hành chia hệ thống trong (2.1) thành hai hệ thống con khác nhau, sau đó các ký hiệu đã phát từ các người dùng được ước lượng trên hai hệ thống con đó. Cuối cùng, khi tất cả các phần tử của  $\mathbf{x}$  đã được khôi phục bởi hai hệ thống con thì chúng sẽ được sắp xếp lại theo đúng thứ tự để đưa đến đầu ra của bộ tách. Nội dung chi tiết của các bước trong thuật toán GD được trình bày sau đây.

Trước hết ta viết lại phương trình hệ thống trong (2.1) dưới dạng:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{n}$$
$$= \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{G}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}, \qquad (2.2)$$

trong đó  $\mathbf{G}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times l_a}$  và  $\mathbf{G}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times (N-l_a)}$  là các ma trận con được tạo ra bằng cách lấy lần lượt  $l_a$  cột đầu tiên và  $(N - l_a)$  cột còn lại của ma trận

kênh truyền  $\overline{\mathbf{H}}$ . Tương tự như vậy,  $\mathbf{s}_1 \in \mathbb{C}^{l_a \times 1}$  và  $\mathbf{s}_2 \in \mathbb{C}^{(N-l_a) \times 1}$  là hai véc tơ tín hiệu con gồm  $l_a$  hàng đầu tiên và các hàng còn lại của véc tơ tín hiệu phát,  $\mathbf{x}$ . Nhìn chung, giá trị của  $l_a$  là một số nguyên sao cho  $l_a \in (1, N)$ . Để đơn giản hóa việc trình bày thuật toán, ta chọn  $l_a$  sao cho các hệ số kênh truyền của cùng một người dùng nằm cùng một nhóm tách tín hiệu. Điều đó có nghĩa là  $l_a = lN_T$  với  $1 < l < K, l \in N$ .

Tiếp đó, ta loại bỏ thành phần nhiễu,  $\mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1$ , trong (2.2) để tạo ra hệ thống con thứ nhất mà trong đó  $\mathbf{s}_2$  sẽ được khôi phục. Quá trình này diễn ra như sau:

Áp dụng phương pháp triệt nhiễu ZF, nhân hai vế của phương trình (2.2) với ma trận giả đảo bên trái của  $\mathbf{G}_1$ , tức là  $\mathbf{G}_1^{\dagger} = (\mathbf{G}_1^H \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^H$ , ta có:

$$\mathbf{G}_{1}^{\dagger}\mathbf{y} = \mathbf{s}_{1} + \mathbf{G}_{1}^{\dagger}\mathbf{G}_{2}\mathbf{s}_{2} + \mathbf{G}_{1}^{\dagger}\mathbf{n}.$$
(2.3)

Rút  $\mathbf{s}_1$  từ (2.3) và thay vào (2.2), sau một số phép biến đổi ta thu được hệ thống con đầu tiên như sau:

$$\mathbf{y}_2 = \widetilde{\mathbf{G}}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_2, \tag{2.4}$$

trong đó  $\mathbf{y}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ ,  $\mathbf{\tilde{G}}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times (N-l_a)}$  và  $\mathbf{n}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  lần lượt là véc tơ tín hiệu thu, ma trận kênh truyền và véc tơ nhiễu của hệ thống con thứ nhất. Chúng được xác định bởi  $\mathbf{y}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{\tilde{G}}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_2$  và  $\mathbf{n}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{n}$ , với  $\mathbf{P}_1 = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^{\dagger}\right)$  được gọi là ma trận triệt tiêu (projector matrix) của  $\mathbf{G}_1$ có tính chất  $\mathbf{P}_1 \mathbf{G}_1 = 0$ . Dễ dàng thấy rằng  $\mathbf{s}_2$  có thể được khôi phục (tức  $\mathbf{\hat{s}}_2$ ) bằng cách áp dụng phương pháp tách tín hiệu MIMO truyền thống cho hệ thống con thứ nhất trong (2.4). Sau khi  $\mathbf{\hat{s}}_2$  được tách thành công và giả thiết rằng  $\mathbf{\hat{s}}_2$  là chính xác thì hệ thống con còn lại được xác định như sau:

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{G}_2 \mathbf{\hat{s}}_2 = \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}. \tag{2.5}$$

Sử dụng bộ tách tín hiệu MIMO truyền thống một lần nữa trên hệ thống (2.5) ta thu được véc tơ ước lượng của  $\mathbf{s}_1$  là  $\mathbf{\hat{s}}_1$ . Cuối cùng, các phần tử sau khi tách tín hiệu của véc tơ tín hiệu phát  $\mathbf{x}$  được xác định bằng cách sắp xếp lại  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  như sau  $\mathbf{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{s}}_1^T & \mathbf{\hat{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$ .

Lưu ý rằng, cả hai hệ thống con trong thuật toán GD có kích thước lần lượt là  $N_r \times (N - l_a)$  và  $N_r \times l_a$ , tương ứng với hệ số tải là  $\beta_1 = \frac{(N - l_a)}{N_r}$  và  $\beta_2 = \frac{l_a}{N_r}$ . Như vậy, số cột trong các ma trận kênh truyền con nhỏ hơn số cột trong  $\overline{\mathbf{H}}$ trong khi số hàng được giữ không đổi và vì thế độ phức tạp của các bộ tách khi được sử dụng trong thuật toán GD có thể được giảm xuống. Hơn nữa, hệ số tải của các hệ thống con nhỏ hơn trong hệ thống nguyên bản,  $\beta = \frac{N}{N_r}$ , nên thuật toán GD còn cho phép cải thiện phẩm chất lỗi bít của hệ thống. Tuy nhiên, thành phần tạp âm  $\mathbf{n}_2$  trong (2.5) tuy vẫn có trung bình bằng 0 nhưng phương sai của nó đã bị biến đổi thành  $\mathbb{E} [\mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2^H] = \sigma^2 \mathbf{P}_1^H \neq \sigma^2 \mathbf{I}$ . Chính vì vậy, nếu đặc tính thống kê bậc hai biến đổi này không được xem xét kỹ sẽ ảnh hưởng đến phẩm chất tách tín hiệu trên hệ thống con đầu tiên và do đó làm giảm phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán GD.

# 2.3. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm

#### 2.3.1. Bộ tách tín hiệu ZF-GD và MMSE-GD

Mục này sử dụng phương pháp tách tín hiệu tuyến tính ZF và MMSE để khôi phục các ký hiệu đã phát trong các hệ thống con (2.4) và (2.5) và tạo

ra hai bộ tách mới là ZF-GD và MMSE-GD. Bộ tách ZF-GD và MMSE-GD xác định  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  như sau:

$$\mathbf{\hat{s}}_1 = \mathcal{Q}\left(\mathbf{W}_1\mathbf{y}_1\right),\tag{2.6}$$

$$\mathbf{\hat{s}}_2 = \mathcal{Q}\left(\mathbf{W}_2\mathbf{y}_2\right),\tag{2.7}$$

trong đó  $\mathbf{W}_1 \in \mathbb{C}^{l_a \times N_r}$  và  $\mathbf{W}_2 \in \mathbb{C}^{(N-l_a) \times N_r}$  là các ma trận trọng số được xác định bởi các công thức dưới đây.

$$\mathbf{W}_{1} = \begin{cases} \left(\mathbf{G}_{1}^{H}\mathbf{G}_{1}\right)^{-1}\mathbf{G}_{1}^{H}, & ZF - GD \\ \left(\mathbf{G}_{1}^{H}\mathbf{G}_{1} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{l_{a}}\right)^{-1}\mathbf{G}_{1}^{H}, & MMSE - GD \end{cases}$$

$$\mathbf{W}_{2} = \begin{cases} \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{2}\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}, & ZF - GD \\ \widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{2} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{P}_{1}^{H}\right)^{-1}, & MMSE - GD \end{cases}$$

$$(2.8)$$

$$(2.8)$$

Lưu ý rằng thành phần  $\left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{2}+\frac{1}{E_{s}}\mathbf{P}_{1}^{H}\right)$ trong công thức (2.9) gần đơn điệu nên không thể thực hiện phép nghịch đảo và do đó ma trận trọng số của bộ tách MMSE-GD như công thức (2.9) không khả dụng. Để thực hiện được phép nghịch đảo ma trận, dòng thứ hai trong công thức (2.9) được biến đổi như sau:

$$\mathbf{W}_{2} = \widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H} \left( \widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H} \widetilde{\mathbf{G}}_{2} + \frac{1}{E_{s}} \left( \mathbf{P}_{1}^{H} + \mathbf{A} \right) \right)^{-1}, MMSE - GD.$$
(2.10)

Ở đây  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$  là một ma trận được thêm vào ma trận trọng số để có thể thực hiện phép nghịch đảo trong  $\mathbf{W}_2$ . Giả sử  $\mathbf{A}$  được chọn sao cho  $\mathbf{P}_1^H + \mathbf{A} = \mathbf{I}$  thì ma trận trọng số  $\mathbf{W}_2$  của bộ tách MMSE-GD trong (2.9) trở thành:

$$\mathbf{W}_{2} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{2} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{(N-l_{a})}\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{G}}_{2}^{H}, MMSE - GD.$$
(2.11)

Như đã trình bày ở Chương 1, bậc phân tập của các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống phụ thuộc vào số ăng ten thu/phát của hệ thống và được xác định bằng  $N_r - N + 1$  [34]. Khi các bộ tách tuyến tính này được sử dụng trong các hệ thống con của thuật toán GD thì bậc phân tập của chúng được nâng lên và có giá trị lần lượt là  $N_r - l_a + 1$  và  $N_r - N + l_a + 1$ . Để hệ thống thu được hiệu suất cao nhất thì hai hệ thống con phải có cùng bậc phân tập, tức là  $N_r - l_a + 1 = N_r - N + l_a + 1$  hay  $l_a = \frac{N}{2}$ . Trong trường hợp này, bậc phân tập cho bởi bộ tách ZF-GD và MMSE-GD là  $N_r - \frac{N}{2} + 1$ . Rõ ràng là các bộ tách ZF-GD và MMSE-GD cho phép hệ thống thu được bậc phân tập cao hơn và vì thế phẩm chất lỗi bít tốt hơn các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống. Tuy nhiên, do thống kê bậc 2 của thành phần tạp âm trong hệ thống con đầu tiên bị biến đổi và sự xấp xỉ ma trận trọng số trong (2.11)làm giảm phẩm chất BER của các bộ tách tuyến tính dựa trên thuật toán GD. Dù vậy, các bộ tách tín hiệu được đề xuất vẫn được kỳ vọng rằng phẩm chất BER xấp xỉ hoặc tốt hơn nhưng độ phức tạp tính toán thấp hơn các bộ tách tín hiệu ZF và MMSE truyền thống.

#### 2.3.2. Bộ tách tín hiệu ZF-IGD và MMSE-IGD

Như đã trình bày ở trên, ưu điểm lớn nhất của các bộ tách tín hiệu ZF-GD và MMSE-GD là độ phức tạp thấp. Tuy nhiên phẩm chất lỗi bít cho bởi các bộ tách tín hiệu này bị ảnh hưởng do ảnh hưởng của tạp âm biến đổi và quá trình xấp xỉ ma trận trọng số. Để cải thiện phẩm chất lỗi bít của hệ thống, Luận án phát triển các bộ tách tuyến tính dựa trên thuật toán GD thành hai bộ tách tín hiệu mới được đặt tên là ZF-IGD và MMSE-IGD. Ý tưởng xây dựng các bộ tách này là các véc tơ  $\mathbf{s}_1$  và  $\mathbf{s}_2$  trong công thức (2.2) sẽ được tách tín hiệu hai lần, sau mỗi vòng lặp cặp véc tơ ước lượng  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  sẽ được dùng để tính khoảng cách Euclide tương ứng. Cuối cùng cặp véc tơ ước lượng  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  ứng với vòng lặp có khoảng cách Euclide nhỏ nhất sẽ được chọn làm tín hiệu đầu ra của bộ tách. Nội dung chi tiết các bước tách tín hiệu trong bộ tách ZF-IGD và MMSE-IGD như sau:

Vòng lặp thứ nhất, tín hiệu được khôi phục nhờ sử dụng các bộ tách ZF-GD/ MMSE-GD. Sau vòng lặp này, ta xác định được  $\mathbf{\hat{x}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{s}}_1^T & \mathbf{\hat{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$  và khoảng cách Euclidean  $d_1$  như sau:

$$d_1 = \left\| \mathbf{y} - \bar{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{x}}_1 \right\|_2^2. \tag{2.12}$$

Trong vòng lặp thứ hai, thứ tự tách  $\mathbf{s}_1$  và  $\mathbf{s}_2$  sẽ thay đổi so với trong thuật toán GD, tức là  $\mathbf{s}_1$  sẽ được tách trước  $\mathbf{s}_2$ . Để làm được như vậy, nghiên cứu sinh thực hiện tương tự như các bước trong thuật toán GD ta thu được:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_1 = \widetilde{\mathbf{G}}_1 \mathbf{s}_1 + \widetilde{\mathbf{n}}_1, \qquad (2.13)$$

trong đó  $\tilde{\mathbf{y}}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times L}$  và  $\tilde{\mathbf{n}}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  được xác định như sau:  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{G}_1$  và  $\tilde{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{n}$ , với  $\mathbf{P}_2 = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_2^{\dagger})$ . Tới đây, ta sử dụng phương pháp tách tín hiệu tuyến tính ZF/MMSE để ước lượng  $\hat{\mathbf{s}}_1$ . Sau đó,  $\hat{\mathbf{s}}_1$  được dùng để khử ảnh hưởng của nó lên việc tách tín hiệu tuyến tính  $\hat{\mathbf{s}}_2$ . Cuối vòng lặp thứ hai ta xác định được  $\hat{\mathbf{x}}_2 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$  và khoảng cách Euclidean tương ứng là:

$$d_2 = \left\| \mathbf{y} - \bar{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{x}}_2 \right\|_2^2. \tag{2.14}$$

Tín hiệu được chọn tại đầu ra của bộ tách là giá trị  $\hat{\mathbf{x}}_i$  tương ứng với khoảng cách  $d_i$  nhỏ nhất. Thủ tục tách tín hiệu trong ZF-IGD và MMSE-IGD được nghiên cứu sinh tóm tắt trong Bảng 2.1

Bảng 2.1: Thuật toán tách tín hiệu ZF-IGD và MMSE-IGD

#### Đầu vào: y, $\overline{\mathbf{H}}$ , N, $l_a$ Đầu ra: $\hat{\mathbf{x}}$

1: Định nghĩa các ma trận con như sau:  $\mathbf{G}_1 = \bar{\mathbf{H}}(:, 1:l_a)$  và  $\mathbf{G}_2 = \bar{\mathbf{H}}(:, l_a + 1:end)$ Vòng lặp thứ nhất: 2: 3: Ước lượng véc tơ tín hiệu phát  $\hat{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$  bằng cách áp dụng thuật toán ZF-GD/MMSE-GD. 4: Tính khoảng cách Euclidean thứ nhất  $d_1 = \|\mathbf{y} - \mathbf{\bar{H}} \hat{\mathbf{x}}_1\|_2^2$ Vòng lặp thứ hai: 5:6: Xác định ma trận kênh truyền và véc tơ tín hiệu thu của hệ thống con thứ nhất:  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}$ ,  $\widetilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{G}_1$  với  $\mathbf{P}_2 = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_2^{\dagger}\right).$ Khôi phục  $\hat{s}_1$ : 7: if ZF-IGD then 8: Tính ma trận trọng số  $\bar{\mathbf{W}}_1 = \left( \widetilde{\mathbf{G}}_1^H \widetilde{\mathbf{G}}_1 \right)^{-1} \widetilde{\mathbf{G}}_1^H$ , và  $\mathbf{\hat{s}}_1 = \mathcal{Q} \left( \bar{\mathbf{W}}_1 \widetilde{\mathbf{y}}_1 \right)$ 9: 10: **else**  $\bar{\mathbf{W}}_{1} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{1}^{H}\widetilde{\mathbf{G}}_{1} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{I}_{l_{a}}\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{G}}_{1}^{H}, \text{ và } \mathbf{\hat{s}}_{1} = \mathcal{Q}\left(\bar{\mathbf{W}}_{1}\widetilde{\mathbf{y}}_{1}\right)$ 11:12: end if Triệt ảnh hưởng của  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và tạo ra hệ thống con thứ hai như sau:  $\mathbf{\widetilde{y}}_2 = \mathbf{y} - \mathbf{G}_1 \mathbf{\hat{s}}_1 = \mathbf{G}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}$ . 13:Khôi phục  $\hat{s}_2$ : 14:if ZF-IGD then 15:Tính ma trận trọng số  $\bar{\mathbf{W}}_2 = \left(\mathbf{G}_2^H \mathbf{G}_2\right)^{-1} \mathbf{G}_2^H$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2 = \mathcal{Q}\left(\bar{\mathbf{W}}_2 \widetilde{\mathbf{y}}_2\right)$ 16:17:else  $\mathbf{\widetilde{W}}_2 = \left(\mathbf{G}_2^H \mathbf{G}_2 + rac{1}{E_s} \mathbf{I}_{(N-l_a)}
ight)^{-1} \mathbf{G}_2^H ext{ và } \mathbf{\widehat{s}}_2 = \mathcal{Q}\left(\mathbf{\widetilde{W}}_2 \mathbf{\widetilde{y}}_2
ight)$ 18: 19: end if Sắp xếp  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  như sau  $\mathbf{\hat{x}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{s}}_1^T & \mathbf{\hat{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$ 20:Tính khoảng cách Euclidean thứ hai  $d_2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{\bar{H}} \hat{\mathbf{x}}_2\|_2^2$ 21:Quyết định đầu ra: 22: Tìm  $\hat{i} = \operatorname{argmin}_{i=1,2} d_i$ 23: 24: Quyết định véc tơ ước lượng của  $\mathbf{x}$  là  $\hat{\mathbf{x}}_{i}$ 

#### 2.3.3. Bộ tách tín hiệu BLAST-GD và BLAST-IGD

Trong mục này, phương pháp tách tín hiệu MMSE-BLAST (viết tắt là BLAST) được sử dụng trong thuật toán GD thay cho các bộ tách tuyến tính và tạo nên hai bộ tách tín hiệu mới được là BLAST-GD và BLAST-IGD. Thủ tục tách tín hiệu trong hai bộ tách này được mô tả chi tiết như sau:

Trước hết, ta tính các ma trận hiệp phương sai lỗi  $\Phi_i$ , i = 1, 2, mà chúng sẽ được dùng để sắp xếp lại các hàng của các ma trận trọng số của bộ tách tuyến tính như sau:

$$\Phi_1 = \left(\mathbf{G}_1^H \mathbf{G}_1 + \frac{1}{E_s} \mathbf{I}_{l_a}\right)^{-1}, \qquad (2.15)$$

$$\Phi_2 = \left( \widetilde{\mathbf{G}}_2^H \widetilde{\mathbf{G}}_2 + \frac{1}{E_s} \mathbf{I}_{(N-l_a)} \right)^{-1}.$$
(2.16)

Trong [63], tác giả đã chứng minh rằng ký hiệu được khôi phục với chất lượng tốt nhất trong số các phần tử của  $\hat{\mathbf{s}}_i$ , i = 1, 2, là ký hiệu tương ứng với phần tử trên đường chéo  $\Phi_i$  có giá trị nhỏ nhất. Chính vì thế, các phần tử thuộc đường chéo của các ma trận hiệp phương sai lỗi được sắp xếp lại từ giá trị nhỏ nhất đến giá trị lớn nhất. Nghĩa là, giá trị nhỏ nhất sẽ được sắp xếp vào vị trí đường chéo đầu tiên, giá trị nhỏ tiếp theo được xếp vào vị trí thứ hai, cứ như vậy tiếp diễn cho đến khi tất cả các phần tử của đường chéo  $\Phi_i$ được sắp xếp lại. Giả sử  $\mathbf{p}_1 \in \mathbb{N}^{l_a \times 1}$  và  $\mathbf{p}_2 \in \mathbb{N}^{(N-l_a) \times 1}$  lần lượt là các véc tơ hoán vị gồm các phần tử là các số nguyên biểu diễn thứ tự sắp xếp các phần tử trên đường chéo chính của  $\Phi_1$  và  $\Phi_2$ . Gọi  $\mathbf{A}_1 \in \mathbb{C}^{l_a \times N_r}$  và  $\mathbf{A}_2 \in \mathbb{C}^{(N-l_a) \times N_r}$ lần lượt là các ma trận trọng số tương ứng với các hệ thống con trong (2.4) và (2.5). Ta có:

$$\mathbf{A}_{1} = \mathbf{W}_{1}\left(\mathbf{p}_{1}, :\right), \qquad (2.17)$$

$$\mathbf{A}_{2} = \mathbf{W}_{2}\left(\mathbf{p}_{1}, :\right), \qquad (2.18)$$

trong đó  $\mathbf{W}_1 \in \mathbb{C}^{l_a \times N_r}$  và  $\mathbf{W}_2 \in \mathbb{C}^{(N-l_a) \times N_r}$  là các ma trận trọng số của bộ tách tín hiệu MMSE thực hiện trên các hệ thống con (2.4) và (2.5).

Tiếp theo, sử dụng các ma trận trọng số đã được sắp xếp  $\mathbf{A}_i$ , i = 1, 2,để tách phần tử thứ k của  $\mathbf{\hat{s}}_i$  như sau:

$$\hat{s}_{i_k} = \mathcal{Q}\left(\mathbf{a}_{i_k} \mathbf{y}_i\right),\tag{2.19}$$

với  $\mathbf{a}_{i_k}$  là ký hiệu hàng thứ k của  $\mathbf{A}_i$ . Giả sử  $\hat{s}_{i_k}$  được khôi phục chính xác thì ảnh hưởng của lên các ký hiệu còn lại được triệt tiêu như sau:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{g}_k \hat{s}_{i_k},\tag{2.20}$$

trong đó  $\mathbf{g}_k$  là cột thứ k của ma trận  $\mathbf{\widetilde{G}}_1$  hoặc  $\mathbf{\widetilde{G}}_2$  tùy thuộc vào  $\hat{s}_{1_k}$  hay  $\hat{s}_{2_k}$ được khôi phục. Véc tơ tín hiệu thu,  $\mathbf{y}_i$ , sau đó được dùng để tách  $\hat{s}_{i_{k+1}}$ . Quá trình này liên tục tiếp diễn cho đến khi toàn bộ các phần tử của  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  được xác định. Cuối cùng các phần tử của  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  được sắp xếp lại theo đúng thứ tự mà chúng đã phát đi. Trình tự tách tín hiệu của bộ tách BLAST-GD được tóm tắt trong Bảng 2.2.

Bảng 2.2: Thuật toán tách tín hiệu BLAST-GD

Đầu vào: y, $\hat{\mathbf{H}}$ , $l_a$ Đầu ra: $\hat{\mathbf{x}}$					
1: Định nghĩa các ma trận con như sau: $\mathbf{G}_1 = \bar{\mathbf{H}}(:, 1: l_a)$ và $\mathbf{G}_2 = \bar{\mathbf{H}}(:, l_a + 1: 2)$ : Tính ma trận trọng số MMSE đã sắp xếp $\mathbf{A}_2$ như trong công thức 2.18.	: end)				

3: for  $k = 1 : (N - l_a)$  do Xác định phần tử thứ k của  $\mathbf{s}_2$  là  $\hat{s}_{2_k} = \mathcal{Q}(\mathbf{a}_{2_k}\mathbf{y}_2),$ 4: Triệt ảnh hưởng của  $\hat{s}_{2_k}$ lên các phần tử khác của  $\mathbf{s}_2$  như sau:  $\mathbf{y}_2 = \mathbf{y}_2 - \widetilde{\mathbf{G}}_2(:, k) \hat{s}_{2_k}$ 5:6: end for 7: Sắp xếp lại các phần tử của  $\hat{s}_2$  đúng như thứ tự mà chúng được phát đi, tức  $\hat{s}_2 = \hat{s}_2$  ( $\mathbf{p}_2$ ). 8: Triệt ảnh hưởng của  $\hat{\mathbf{s}}_2$  lên  $\mathbf{s}_1$  để tạo nên hệ thống con thứ hai  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{G}_2 \hat{\mathbf{s}}_2$ . 9: Tính ma trận trọng số MMSE đã sắp xếp  $\mathbf{A}_1$  như trong công thức 2.17. 10: **for**  $k := 1 : l_a$  **do** 11: Xác định phần tử thứ k của  $\mathbf{s}_1$  là  $\hat{s}_{1_k} = \mathcal{Q}(\mathbf{a}_{1_k}\mathbf{y}_1)$ , 12: Triệt ảnh hưởng của  $\hat{s}_{1_k}$ lên các phần tử khác của  $\mathbf{s}_1$  như sau:  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{G}_1(:, k) \hat{s}_{1_k}$ 13: end for 14: Sắp xếp lại các phần tử của  $\mathbf{\hat{s}}_1$ :  $\mathbf{\hat{s}}_1 = \mathbf{\hat{s}}_1 (\mathbf{p}_1)$ . 15: Sắp xếp  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  như sau  $\mathbf{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{s}}_1^T & \mathbf{\hat{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$ 

Bộ tách tín hiệu BLAST-IGD được xây dựng tương tự như bộ tách MMSE-IGD, chỉ khác là thủ tục tách MMSE-GD được thay bằng BLAST-GD. Thủ tục tách tín hiệu trong bộ tách tín hiệu BLAST-IGD được trình bày tóm tắt trong Bảng 2.3.

Bảng 2.3: Thuật toán tách tín hiệu BLAST-IGD

#### Đầu vào: y, $\overline{\mathbf{H}}$ , N, $l_a$ Đầu ra: $\hat{\mathbf{x}}$

- 4: Tính khoảng cách Euclide thứ nhất  $d_1 = \left\| \mathbf{y} \bar{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{x}}_1 \right\|_2^2$
- 5: Vòng lặp thứ hai: 6: Xác định ma trận kênh truyền và véc tơ tín hiệu thu của hệ thống con thứ nhất:  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_2 \mathbf{G}_1$  với  $\mathbf{P}_2 = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_2^{\dagger}\right)$ .

7: Sử dụng G̃<sub>1</sub> để tính mà trận trọng số MMSE đã sắp xếp A<sub>1</sub> như trong công thức 2.17.
8: for k = 1 : l<sub>a</sub> do
9: Xác định phần tử thứ k của s<sub>1</sub> là ŝ<sub>1k</sub> = Q(a<sub>1k</sub>ỹ<sub>1</sub>),
10: Triệt ảnh hưởng của ŝ<sub>1k</sub> lên các phần tử khác của s<sub>1</sub>: ỹ<sub>1</sub> = ỹ<sub>1</sub> - G̃<sub>1</sub> (:, k) ŝ<sub>1k</sub>

11: end for

- 12: Sắp xếp lại các phần tử của  $\mathbf{\hat{s}}_1$  đúng như thứ tự mà chúng được phát đi, tức  $\mathbf{\hat{s}}_1 = \mathbf{\hat{s}}_1(\mathbf{p}_1)$ .
- 13: Triệt ảnh hưởng của  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và tạo ra hệ thống con thứ hai như sau:  $\mathbf{\widetilde{y}}_2 = \mathbf{y} \mathbf{G}_1 \mathbf{\hat{s}}_1 = \mathbf{G}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}$ .
- 14: Tính ma trận trọng số MMSE đã sắp xếp  $\mathbf{A}_2$  ứng với kênh truyền  $\mathbf{G}_2$  như trong công thức 2.18. 15: for k := 1:  $(N - l_a)$  do
- 16: Xác định phần tử thứ k của  $\mathbf{s}_2$  là  $\hat{s}_{2k} = \mathcal{Q}(\mathbf{a}_{2k}\widetilde{\mathbf{y}}_2)$ ,

17: Triệt ảnh hưởng của  $\hat{s}_{2_k}$ lên các phần tử khác của  $\mathbf{s}_2$  như sau:  $\widetilde{\mathbf{y}}_2 = \widetilde{\mathbf{y}}_2 - \mathbf{G}_2(:, k) \hat{s}_{2_k}$ 18: end for

19: Sắp xếp lại các phần tử của  $\mathbf{\hat{s}}_1$  đúng như thứ tự mà chúng được phát đi, tức  $\mathbf{\hat{s}}_2 = \mathbf{\hat{s}}_2 (\mathbf{p}_2)$ .

20: Sắp xếp  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$  như sau  $\mathbf{\hat{x}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{\hat{s}}_1^T & \mathbf{\hat{s}}_2^T \end{bmatrix}^T$ 

21: Tính khoảng cách Euclide thứ hai  $d_2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{\bar{H}} \hat{\mathbf{x}}_2\|_2^2$ 

22: Quyết định đầu ra:

```
23: Tìm \hat{i} = \operatorname{argmin}_{i=1,2} d_i
```

24: Quyết định véc tơ ước lượng của <br/>  ${\bf x}$  là  $\hat{\bf x}_{\hat{i}}$ 

#### 2.4. Phân tích độ phức tạp

Mục này sử dụng các giả thiết đã nêu trong Chương 1 để tính độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu được đề xuất. Dựa trên thủ tục tách tín hiệu được trình bày trong Mục 2.3, ta thấy thủ tục tách tín hiệu của các bộ tách MMSE-GD và ZF-GD là hoàn toàn giống nhau. Hơn nữa, độ phức tạp của bộ tách MMSE-GD chỉ cao hơn của bộ tách ZF-GD lần lượt là  $2l_a$ và  $2(N - l_a)$  flop khi tính các ma trận trọng số trong công các công thức (2.8) và (2.9). Do đó, ta coi độ phức tạp tính toán của hai bộ tách tín hiệu này là như nhau nhằm đơn giản hóa việc tính toán và trình bày. Hoàn toàn tương tự, độ phức tạp của bộ tách ZF-IGD và MMSE-IGD cũng được coi là tương đồng với nhau. Chính vì thế, nghiên cứu sinh chỉ tập trung tính toán độ phức tạp của các bộ tách ZF-GD, ZF-IGD, BLAST-GD và BLAST-IGD như sau:

#### 2.4.1. Độ phức tạp của bộ tách ZF-GD và BLAST-GD

Dựa trên tiến trình tách tín hiệu của bộ tách ZF-GD và BLAST-GD ta thấy độ phức tạp của chúng chủ yếu do các thao tác tính toán chính sau đây: 1) Xây dựng hai hệ thống con như các công thức (2.4), (2.5) và 2) Thực hiện các bước tách tín hiệu ZF/BLAST truyền thống trên các hệ thống con. Vì thế, độ phức tạp tính toán của hai bộ tách tín hiệu này được tính như sau:

$$C_{D-GD} = C_{Ge1} + C_{Ge2} + C_{D1} + C_{D2}, (2.21)$$

trong đó  $C_{D-GD}$  là tổng số flop cần thiết để ước lượng 1 véc tơ tín hiệu phát của bộ tách D-GD (D là ZF hoặc BLAST);  $C_{Ge1}$  và  $C_{Ge2}$  lần lượt là độ phức tạp để tạo ra hai hệ thống con trong (2.4) và (2.5);  $C_{D1}$  và  $C_{D2}$  là số flop để thực hiện tách tín hiệu ZF/BLAST trong hai hệ thống con. Các thành phần trong công thức (2.21) được xác định như sau:

\*. Tính  $C_{Ge1}$ : Để tạo ra hệ thống con thứ nhất, ta cần tính ma trận triệt tiêu  $\mathbf{P}_1 = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^{\dagger}\right)$ , véc tơ tín hiệu thu  $\mathbf{y}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}$  và ma trận kênh truyền  $\widetilde{\mathbf{G}}_2 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_2$ . Sử dụng luật đếm số flop và các lưu ý đã nêu trong Chương 1, ta xác định được độ phức tạp tính toán của chúng như sau:

$$C_{\mathbf{P}_{1}} = 8l_{a}^{3} + 16l_{a}^{2}N_{r} - 2l_{a}^{2} - 2l_{a}N_{r} + 8N_{r}^{2}l_{a} - 2N_{r}^{2} + N_{r}\left(flop\right), \quad (2.22)$$

$$C_{\mathbf{y}_2} = 8N_r^2 - 2N_r \,(flop)\,, \qquad (2.23)$$

và

$$C_{\tilde{\mathbf{G}}_{2}} = 8N_{r}^{2}(N-l_{a}) - 2N_{r}(N-l_{a})(flop).$$
(2.24)

Do đó, số flop cần thiết để tạo hệ thống con đầu tiên là:

$$C_{Ge1} = C_{\mathbf{P}_{1}} + C_{\mathbf{y}_{2}} + C_{\tilde{\mathbf{G}}_{2}}$$
  
=  $8l_{a}^{3} + 16l_{a}^{2}N_{r} - 2l_{a}^{2} - 2l_{a}N_{r} + 8N_{r}^{2}l_{a} - 2N_{r}^{2} + N_{r}$   
+  $8N_{r}^{2}(N - l_{a}) - 2N_{r}(N - l_{a}) + 8N_{r}^{2} - 2N_{r}(flop)$ . (2.25)

\*. Tính  $C_{Ge2}$ : Hệ thống con thứ hai được tạo ra bởi phép triệt tiêu ảnh hưởng của  $\mathbf{s}_2$  lên  $\mathbf{s}_1$ ,  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{G}_2 \hat{\mathbf{s}}_2$ . Vì vậy, số flop để thực hiện quá trình này là:

$$C_{Ge2} = 8N_r (N - l_a) (flop).$$
 (2.26)

\*. Tính  $C_{D1}$  và  $C_{D2}$ : Các hệ thống con thứ nhất và thứ hai có kích thước lần lượt là  $N_r \times (N - l_a)$  và  $N_r \times l_a$ . Do đó, số flop cần thiết để thực hiện tách sóng ZF/BLAST trong các hệ thống con dễ dàng có được bằng cách thay N trong công thức độ phức tạp của bộ tách ZF và BLAST truyền thống trong Bảng 1.2 lần lượt bởi  $(N - l_a)$  và  $l_a$  ta có:

$$C_{ZF1} = 8 \left( N - l_a \right)^3 + 16 \left( N - l_a \right)^2 N_r$$
$$- 2 \left( N - l_a \right)^2 + 6 \left( N - l_a \right) Nr - 2 \left( N - l_a \right) (flop), \qquad (2.27)$$

$$C_{ZF2} = 8l_a^3 + 16l_a^2 N_r - 2l_a^2 + 6l_a N_r - 2l_a (flop), \qquad (2.28)$$

$$C_{BLAST1} = \frac{15}{4} \left( N - l_a \right)^4 + 2 \left( N - l_a \right)^3 N_r + \left( N - l_a \right)^2 N_r^2 + \left( N - l_a \right) \left( 16N_r - 2 \right) \left( flop \right), \quad (2.29)$$

$$C_{BLAST2} = \frac{15}{4} l_a^4 + 2l_a^3 N_r + l_a^2 N_r^2 + l_a \left(16N_r - 2\right) \left(flop\right).$$
(2.30)

Khi tất cả các thành phần trong công thức (2.21) đã được xác định, ta lần lượt thay kết quả trong các công thức (2.25), (2.26), (2.27), (2.28), (2.29) và (2.30) vào (2.21) một cách phù hợp để xác định độ phức tạp của các bộ tách ZF-GD và BLAST-GD (xem kết quả trong Bảng 2.4). Lưu ý rằng, ma trận trọng số của tách tín hiệu ZF trên hệ thống con thứ hai đã được tính trong  $\mathbf{P}_1$  nên ta có thể bỏ qua độ phức tạp tách sóng ZF trên hệ thống con thứ hai, tức là  $C_{ZF2} \approx 0$ .

#### 2.4.2. Độ phức tạp của các bộ tách ZF-IGD và BLAST-IGD

Bởi vì bộ tách ZF-IGD và BLAST-IGD thực hiện tách tín hiệu ZF-GD và BLAST-GD hai lần, trong đó thứ tự tách  $\mathbf{s}_2$ và  $\mathbf{s}_1$  trong vòng lặp đầu tiên được thay đổi trong vòng lặp thứ hai nên độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu này được tính như sau:

$$C_{D-IGD} \approx C_{D-GD} + C_{D-GD1} + 2C_{dis} \tag{2.31}$$

trong đó  $C_{dis}$  là độ phức tạp cần thiết để tính khoảng cách Euclide gồm  $8N_rN + 4N_r - 1$  flop;  $C_{D-GD}$  đã được xác định trong Mục 2.4.1. Thực hiện tương tự như cách tính trong Mục 2.4.1, ta xác định số flop cần thiết để thực hiện vòng lặp thứ hai,  $C_{D-GD1}$ . Cuối cùng, ta sử dụng mối quan hệ trong (2.31) để xác định độ phức tạp của các bộ tách ZF-IGD và BLAST-IGD. Độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu được đề xuất trong Chương 2 cùng với các bộ tách ZF, MMSE và BLAST truyền thống được tóm tắt trong Bảng 2.4.

Từ kết quả tính toán trong Bảng 2.4 ta thấy, các bộ tách tín hiệu ZF-GD, MMSE-GD, ZF-IGD và MMSE-IGD có cùng bậc phức tạp với các bộ tách tuyến tính truyền thống. Tương tự như vậy, các bộ tách BLAST-GD,

MMSE-GD, DLASI-GD, ZF-IGD, MMSE-IGD Va DLASI-IGD			
Bộ tách	Độ phức tạp cần thiết để ước lượng 1 véc tơ tín hiệu phát (Flop)		
ZF	$8N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 + 6NN_r - 2N$		
MMSE	$8N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 + 6NN_r$		
BLAST	$\frac{15}{4}N^4 + 2N^3N_r + N^2N_r^2 + N\left(16N_r - 2\right)$		
ZE CD/MMSE CD	$8l_a^3 + 16l_a^2N_r - 2l_a^2 - 2l_aN_r + 8N_r^2l_a + 8N_r^2c$		
ZF-GD/MMSE-GD	$+6N_r^2 - N_r + 12N_rc + 8c^3 + 16c^2N_r - 2c^2 - 2c$		
ZE-ICD/MMSE-ICD	$16l_a^3 + 32l_a^2N_r - 4l_a^2 + 16N_r^2l_a + 8N_r^2c + 12N_r^2 + 16N_rN$		
ZF-IGD/MMSE-IGD	$+6N_r + 10N_rc + 16c^3 + 32c^2N_r - 4c^2 + 10l_aN_r - 2c$		
	$\frac{15}{4}c^4 + 2c^3N_r + c^2N_r^2 + c\left(16N_r - 2\right) + \frac{15}{4}l_a^4 + 2l_a^3N_r + l_a^2N_r^2$		
BLAST-GD	$+8l_a^3 - N_r - 2l_a^2 + 16l_a^2 N_r - 2l_a N_r + 8N_r^2 l_a + 8N_r^2 c + 6N_r^2$		
	$+l_a\left(16N_r-2\right)+6N_rc$		
	$\frac{15}{2}c^4 + 4c^3N_r + 2c^2N_r^2 + 2c\left(16N_r - 2\right) + \frac{15}{2}l_a^4 + 4l_a^3N_r + 2l_a^2N_r^2$		
BLAST-IGD	$+2l_a\left(16N_r-2\right)+8l_a^3+16l_a^2N_r-2l_a^2+16N_r^2l_a+16N_r^2c+12N_r^2$		
	$+4N_rc + 8c^3 + 16c^2N_r - 2c^2 + 6N_r + 4N_rl_a + 16N_rN - 2$		
<b>Ghi chú</b> : $c = N - l_a$ : $l_a = lN_T$ với $1 < l < K$			

Bảng 2.4: Độ phức tạp tính toán của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST, ZF-GD, MMSE-GD, BLAST-GD, ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-IGD

BLAST-IGD và BLAST có bậc phức tạp như nhau. Để so sánh một cách chính xác và trực quan hơn, độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu theo l và số ăng ten  $N_r$  được trình bày trong các Hình 2.1 và 2.2 dưới đây.

Hình 2.1 so sánh độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu trong hai cấu hình khác nhau của hệ thống là: 1)  $N_r = 70, N = 60$  và 2)  $N_r = 170$ , N = 160 ăng ten. Trong mỗi cấu hình của hệ thống, độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu ZF-GD, ZF-IGD, BLAST-GD và BLAST-IGD được khảo sát như là các hàm số của biến l. Từ kết tính toán biểu diễn trong Hình 2.1 ta thấy, độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu ZF-GD và BLAST truyền thống với hầu hết giá trị của l được khảo sát. Kết quả biểu diễn cũng cho thấy bộ tách tín hiệu BLAST-IGD có độ phức tạp cao hơn ZF, ZF-GD, ZF-IGD và BLAST-GD nhưng lại thấp hơn BLAST khi  $\left\lceil \frac{1}{4}K \right\rceil \leq l \leq \left\lceil \frac{3}{4}K \right\rceil$ . Đáng lưu ý là các bộ tách tín hiệu được đề xuất có độ phức tạp thấp nhất khi  $l = \left\lceil \frac{1}{2}K \right\rceil$ . Vì thế,  $l = \left\lceil \frac{1}{2}K \right\rceil$  là giá trị tối ưu của l để các bộ tách tín hiệu được đề xuất trong Chương này có độ phức tạp

thấp nhất (Xem chứng minh ở phụ lục D).



**Hình 2.1:** So sánh độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu theo l trong hai cấu hình khác nhau của hệ thống là  $N_r = 70, N = 60$  và  $N_r = 170, N = 160$ 

Hình 2.2 biểu diễn độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu theo số ăng ten được trang bị tại trạm gốc,  $N_r$ , với giả thiết rằng  $N_r = N = [60:20:200]$ ,  $N_T = 4$  và  $l = \left\lceil \frac{1}{2}K \right\rceil$ . Kết quả tính toán trong Hình 2.2 cho ta thấy các bộ tách ZF-GD, BLAST-GD và BLAST-IGD có độ phức tạp thấp hơn các bộ tách ZF, BLAST truyền thống tương ứng. Mặt khác, độ phức tạp của bộ tách ZF-IGD cao hơn khoảng 14.3% so với ZF truyền thống. Độ phức tạp cao hơn này của bộ tách ZF-IGD là cái giá phải trả để có được phẩm chất BER tốt hơn (xem Mục 2.5). Kết quả trong Hình 2.2 cũng cho ta thấy, tồn tại một khoảng cách khá lớn giữa đường cong biểu diễn độ phức tạp của bộ tách ZF-GD/ZF-IGD với BLAST-GD/BLAST-IGD. Khoảng cách này tăng tỷ lệ thuận với số ăng ten trang bị trong hệ thống. Điều đó có nghĩa là, các bộ tách BLAST-GD và BLAST-IGD chỉ phù hợp cho các hệ thống Massive MIMO có kích thước nhỏ hoặc trung bình trong khi bộ tách ZF-GD, ZF-IGD phù hợp cho các hệ thống có kích thước lớn và rất lớn.



**Hình 2.2:** So sánh độ phức tạp của các bộ tách theo số ăng ten khi  $N_r = N = [60: 20: 200], N_T = 4$  và  $l = \lfloor \frac{1}{2}K \rfloor$ 

## 2.5. So sánh phẩm chất lỗi bít

Trong mục này, phẩm chất lỗi bít của các bộ tách đề xuất và các bộ tách tín hiệu tuyến tính và BLAST truyền thống được so sánh với nhau thông qua mô phỏng Monte-Carlo trên phần mềm Matlab. Giả thiết rằng kênh truyền của hệ thống là kênh pha-đinh phẳng, ít biến đổi trong khoảng thời gian  $\tau_c = 200$  ký hiệu ( $\tau_c$  là khoảng thời gian đồng bộ của kênh truyền tính theo số ký hiệu, nó được định nghĩa là khoảng thời gian mà kênh truyền vô tuyến được coi là không đổi và được tính bởi tích của Băng tần đồng bộ,  $B_c$ , và thời gian đồng bộ,  $T_c$ , [3]. Xem mô tả chi tiết kênh truyền theo  $\tau_c$  trong [3]). Các phần tử của ma trận kênh truyền được giả thiết là các biến ngẫu nhiên i.i.d với trung bình bằng 0 và phương sai 1.

Hình 2.3, Hình 2.4 và Hình 2.5 là kết quả mô phỏng phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, BLAST truyền thống và của các bộ tách tín hiệu được đề xuất khi  $N_r = 70$ , K = 15,  $N_T = 4$ , (tương đương với N = 60), tín hiệu phát được điều chế 4-QAM với năng lượng trung bình  $E_s = 2$ , giá trị l được chọn lần lượt là l = 2, 8, 12 cho Hình 2.3 và Hình 2.4, l = 8 cho Hình 2.5.



**Hình 2.3:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, BLAST, ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD và MMSE-IGD với  $N_r = 70$ , K = 15,  $N_T = 4,4 - QAM$ , các bộ tách ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD và MMSE-IGD có l = 2, 8, 12.

Kết quả mô phỏng trong Hình 2.3 cho thấy, phẩm chất BER cho bởi các bộ tách tín hiệu ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD và MMSE-IGD xấp xỉ hoặc tốt hơn phẩm chất của các bộ tách ZF hoặc MMSE truyền thống. Ngoài ra, các đường cong BER của cùng một bộ tách tín hiệu với các giá trị l khác nhau là gần như tương đồng (ngoại trừ ZF-GD), nghĩa là phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu này gần như độc lập với l. Tại BER= $10^{-5}$ , bộ tách MMSE-GD có phẩm chất tương đương bộ tách MMSE, trong khi ZF-IGD và MMSE-IGD cải thiện phẩm chất BER so với MMSE lần lượt là khoảng 1,2 dB và 2 dB với mọi giá trị l được khảo sát.

Tương tự như vậy, phẩm chất lỗi bít của bộ tách tín hiệu BLAST-IGD tốt hơn của BLAST truyền thống khoảng  $1.4 \, dB$  và cũng gần như không phụ thuộc vào l (xem Hình 2.4). Ngược lại, với l càng lớn thì phẩm chất BER của bộ tách tín hiệu BLAST-GD càng kém. Tại BER= $10^{-5}$  và l = 2, 8, 12khoảng cách giữa đường cong BER của BLAST và BLAST-GD lần lượt là  $0, 2 \, dB, 1, 2 \, dB$  và 2, 6 dB. Như vậy, để bảo đảm phẩm chất BER cao nhất với độ phức tạp thấp nhất thì giá trị của l cần được chọn là  $l = \lceil K/2 \rceil = 8$ .



**Hình 2.4:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, BLAST, BLAST-GD và BLAST-IGD với  $N_r = 70, K = 15, N_T = 4, 4 - QAM$ , các bộ tách BLAST, BLAST-GD và BLAST-IGD có l = 2, 8, 12.
Với cùng giá trị  $l = \lceil K/2 \rceil = 8$  thì bộ tách được đề xuất đều có phẩm chất BER tương đồng hoặc cao hơn các bộ tách tuyến tính và BLAST truyền thống (xem Hình 2.5). Đặc biệt bộ tách BLAST-IGD cho phẩm chất tốt hơn cả bộ tách BLAST truyền thống với độ phức tạp tính toán thấp hơn.



**Hình 2.5:** Phẩm chất BER của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST, ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD và MMSE-IGD, BLAST-GD, BLAST-IGD với  $N_r = 70, K = 15, N_T = 4, 4 - QAM, l = 8.$ 

Như đã trình bày ở Chương 1, phẩm chất lỗi bít phụ thuộc chủ yếu vào hệ số tải của hệ thống. Chính vì thế, phần tiếp theo của chương này tiến hành mô phỏng và phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu theo hệ số tải  $\beta$ . Các thông số mô phỏng như sau: Số ăng ten tại trạm gốc và mỗi người dùng lần lượt là  $N_r = 100$  và  $N_T = 4$ , số người dùng K được thay đổi sao cho hệ số tải thay đổi trong dải  $\beta = [0, 52 : 1]$ , tín hiệu phát từ các người dùng được điều chế 4–QAM, tham số l được chọn là  $l = \lceil K/2 \rceil$  cho tất cả các bộ tách được đề xuất, tỷ số SNR tại mỗi ăng ten thu là  $\bar{\gamma} = 13 \, dB$ . Kết quả



**Hình 2.6:** Phẩm chất BER của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST và các bộ tách đề xuất theo  $\beta$  khi SNR=13 dB,  $N_r = 100, 4 - QAM$ , Các bộ tách đề xuất có  $l = \lceil K/2 \rceil$ 

mô phỏng trong Hình 2.6 cho ta thấy  $\beta$  càng nhỏ thì phẩm chất BER của tất cả các bộ tách càng tốt. Khi  $\beta$  đủ nhỏ thì phẩm chất lỗi bít của các bộ tách ZF-GD, MMSE-GD và bộ tách MMSE truyền thống là như nhau trong khi các bộ tách ZF-IGD, MMSE-IGD, BLAST-GD và BLAST-IGD có phẩm chất BER tốt hơn MMSE. Trong số các bộ tách tín hiệu nêu trên thì bộ tách BLAST-IGD cho phẩm chất lỗi bít tốt nhất. Kết quả mô phỏng còn cho thấy, khi xét tại cùng một giá trị BER cho trước, các bộ tách tuyến tính. Cụ thể là: Tại BER=10<sup>-4</sup>, bộ tách MMSE-IGD cho phép trạm gốc tăng số tải được phụ vụ tại một thời điểm xấp xỉ 103% so với bộ tách ZF-IGD/ BLAST-GD và khoảng 115%, 117% và 121% so với các bộ tách MMSE-GD, MMSE và ZF truyền thống. Kết quả mô phỏng trong Hình 2.6 cũng cho thấy, bộ tách

BLAST-IGD có phẩm chất lỗi bít tốt nhất, nó cho phép trạm gốc tăng số tải phục vụ khoảng 109% và 119% so với bộ tách BLAST và MMSE-IGD.

## 2.6. Kết luận

Trong chương 2, Luận án đề xuất 6 bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD gồm ZF-GD, ZF-IGD, MMSE-GD, MMSE-IGD, BLAST-GD và BLAST-IGD. Các bộ tách tín hiệu đề xuất có phẩm chất lỗi bít cao đặc biệt là các bộ tách ZF-IGD, MMSE-IGD, BLAST-GD và BLAST-IGD cho phẩm chất BER tốt hơn phẩm chất của bộ tách MMSE truyền thống. Bên cạnh đó các bộ tách được đề xuất trong Chương này có độ phức tạp tính toán thấp hơn các bộ tách tín hiệu BLAST và MMSE truyền thống. Chính vì thế, các bộ tách tín hiệu này phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống Massvie MIMO.

## Chương 3

## ĐỀ XUẤT CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU XÂY DỰNG TRÊN HỆ THỐNG MỞ RỘNG TƯƠNG ĐƯƠNG

Chương này đề xuất các bộ tách tín hiệu hiệu quả dùng cho các hệ thống Massive MIMO hoạt động trong điều kiện kênh truyền chịu ảnh hưởng của cả pha-đinh phạm vi rộng và pha-đinh phạm vi hẹp. Thứ nhất, Luận án khái quát hóa thuật toán tách tín hiệu theo nhóm trong Chương 2 thành thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng (GGDex) và xây dựng 4 bộ tách tín hiệu mới dựa trên thuật toán GGDex là ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex, SQRD-Presorted GGDex. Những đóng góp của đề xuất này được công bố trong công trình nghiên cứu số 3. Thứ hai, Luận án đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song (PGD) và 3 bộ tách tín hiệu ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD nhằm khắc phục hạn chế về thời gian trễ do tách tín hiệu theo nhóm nối tiếp trong GGDex. Nội dung đề xuất được trình bày trong công trình số 4 và một phần trong công trình số 6.

# 3.1. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng-GGDex

## 3.1.1. Ý tưởng đề xuất

Mặc dù thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD trong Chương 2 cho phép ta xây dựng các bộ tách tín hiệu mới đảm bảo tốt yêu cầu về sự cân bằng giữa phẩm chất lỗi bít cao và độ phức tạp thấp nhưng nó vẫn có những nhược

điểm cơ bản là: (1) Phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu xây dựng trên GD trong các hệ thống toàn tải (tức  $\beta=1)$ kém hơn bộ tách MMSE truyền thống và (2) Thuật toán xây dựng cho các hệ thống có kênh truyền chỉ chịu tác động của pha-đinh phạm vi hẹp là chưa thật sát với thực tế. Những nhược điểm này được khắc phục triệt để trong thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGDex như sau: Thứ nhất, số tầng tách tín hiệu trong GGDex được lựa chọn bất kỳ cho phép các hệ thống con ứng với các tầng tách tín hiệu có hệ số tải thấp hơn nhiều so với trong thuật toán GD. Hơn nữa, thuật toán đề xuất xây dựng trên hệ thống mở rộng tương đương nên phương pháp triệt nhiễu ZF khi xây dựng các hệ thống con tương đương với MMSE đã làm giảm đáng kể hiện tượng truyền lỗi giữa các hệ thống con trong thuật toán GD. Vì thế, phẩm chất tách tín hiệu của thuật toán GGDex luôn được cải thiện so với thuật toán GD. Ngoài ra, ảnh hưởng của hiện tượng che khuất và suy hao đường truyền được tính đến khi xây dựng thuật toán làm cho GGDex sát với thực tế hoạt động của hệ thống mà các người dùng được phân bố ngẫu nhiên trong tế bào. Dựa trên thuật toán GGDex, Luận án xây dựng 4 bộ tách tín hiệu mới có tên gọi là ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex. Lợi thế của các bộ tách tín hiệu được đề xuất này so với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống được tóm tắt như sau:

 Các bộ tách tín hiệu được đề xuất có phẩm chất lỗi bít vượt trội so với các bộ tách tín hiệu ZF và MMSE truyền thống trong các hệ thống Massive MIMO có hệ số tải rất cao. Đặc biệt là các bộ tách tín hiệu ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex cho phẩm chất BER tiệm cận với phẩm chất của bộ tách tín hiệu BLAST truyền thống.  Các bộ tách tín hiệu này có cùng bậc phức tạp với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống và thấp hơn rất nhiều so với BLAST. Vì vậy, các bộ tách tín hiệu được đề xuất phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống Massive MIMO.

#### 3.1.2. Đề xuất thuật toán GGDex

Xét hệ thống Massive MIMO hoạt động trong điều kiện kênh truyền chịu tác động của cả pha-đinh phạm vi rộng và pha-đinh phạm vi hẹp trong công thức (1.6) và được viết lại như sau:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n}.\tag{3.1}$$

Gọi L  $(K \ge L \ge 2)$  và  $n_k$  lần lượt là số hệ thống con được tạo ra trong thuật toán GGDex và số người dùng trong hệ thống con thứ k, k = 1, 2, ...L. Số người dùng trong các tầng tách tín hiệu của thuật toán GGDex có thể khác nhau nhưng phải thỏa mãn  $\sum n_k = K$ . Không mất tính tổng quát, giả sử L hệ thống con có cùng số lượng người dùng (nghĩa là  $n = n_k$  và K = nL). Để đơn giản hóa việc trình bày thuật toán, định nghĩa các ma trận và véc tơ như sau:  $\mathbf{G}_k = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, (k-1)l_a + 1 : kl_a), \mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, kl_a + 1 : N)$ ,  $\mathbf{s}_k = \mathbf{x}((k-1)l_a+1 : kl, :)$  và  $\mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{x}(kl_a+1 : N, :)$ , trong đó k = 1, 2, ...Lvà  $l_a = nN_T$ . Quá trình tách tín hiệu trong thuật toán GGDex được mô tả trong Hình 3.1 và được tóm tắt trong Bảng 3.1 gồm 3 bước sau đây:

**Bước 1**: Chuyến hệ thống Massive MIMO trong (3.1) sang hệ thống mở rộng tương đương như sau [64]:

$$\mathbf{y}_{ex} = \mathbf{U}_{ex}\mathbf{x} + \mathbf{n}_{ex},\tag{3.2}$$

trong đó  $\mathbf{y}_{ex}$ ,  $\mathbf{U}_{ex}$  và  $\mathbf{n}_{ex}$  lần lượt là véc tơ tín hiệu thu, ma trận kênh truyền



Hình 3.1: Sơ đồ khối thuật toán tách tín hiệu theo nhóm tổng quát GGDex

và véc tơ tạp âm của hệ thống Massive MIMO mở rộng. Các thành phần này được xác định như sau:  $\mathbf{y}_{ex} = \left[\mathbf{y}^T \, \mathbf{0}_N^T\right]^T$ ;  $\mathbf{U}_{ex} = \left[\mathbf{U}^T \, \frac{1}{\sqrt{E_s}} \mathbf{I}_N\right]^T$  và  $\mathbf{n}_{ex} = \left[\mathbf{n}^T \, \frac{-1}{\sqrt{E_s}} \mathbf{x}^T\right]^T$ .

**Bước 2**: Tạo các hệ thống con và tách tín hiệu trong các hệ thống con. Trước hết, ta đặt  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_{\mathbf{ex}}$  và viết lại công thức (3.2) dưới dạng:

$$\mathbf{y}_{1} = \mathbf{y}_{\mathbf{ex}} = \mathbf{G}_{1}\mathbf{s}_{1} + \sum_{k=2}^{L}\mathbf{G}_{k}\mathbf{s}_{k} + \mathbf{n}_{\mathbf{ex}}$$
$$= \mathbf{G}_{1}\mathbf{s}_{1} + \mathbf{G}^{(1)}\mathbf{s}^{(1)} + \mathbf{n}_{\mathbf{ex}}.$$
(3.3)

Tiếp đó, ta thực hiện tương tự như thuật toán GD, nhân hai vế của phương trình (3.3) với ma trận triệt tiêu của  $\mathbf{G}^{(1)}$  là  $\mathbf{P}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(1)}\mathbf{G}^{(1)\dagger})$ , ta xác định được hệ thống con đầu tiên như sau:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_1 = \widetilde{\mathbf{G}}_1 \mathbf{s}_1 + \widetilde{\mathbf{n}}_1, \qquad (3.4)$$

trong đó  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}_1$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_1$  và  $\tilde{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{n}_{ex}$ . Áp dụng phương pháp khôi phục tín hiệu MIMO truyền thống phù hợp trong hệ thống con thứ nhất để tách tín hiệu đã phát  $\mathbf{s}_1$  (ký hiệu là  $\hat{\mathbf{s}}_1$ ). Giả sử  $\mathbf{s}_1$  được khôi phục một cách hoàn hảo và do đó ảnh hưởng của nó lên  $\mathbf{y}_1$  được loại bỏ hoàn toàn bởi:

$$\mathbf{y}_{2} = \mathbf{y}_{1} - \mathbf{G}_{1}\mathbf{\hat{s}}_{1} = \mathbf{G}^{(1)}\mathbf{s}^{(1)} + \mathbf{n}_{\mathbf{ex}}$$
$$= \sum_{k=2}^{L} \mathbf{G}_{k}\mathbf{s}_{k} + \mathbf{n}_{\mathbf{ex}}.$$
(3.5)

Tới đây, ta sử dụng  $\mathbf{y}_2$  để tạo ra hệ thống con thứ hai tương ứng với tầng tách tín hiệu thứ hai như sau:

Viết lại công thức (3.5) dưới dạng:

$$\mathbf{y}_{2} = \mathbf{G}_{2}\mathbf{s}_{2} + \sum_{k=3}^{L} \mathbf{G}_{k}\mathbf{s}_{k} + \mathbf{n}_{ex}$$
$$= \mathbf{G}_{2}\mathbf{s}_{2} + \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{s}^{(2)} + \mathbf{n}_{ex}$$
(3.6)

Áp dụng cách làm tương tự như hệ thống con đầu tiên, nhân hai vế của phương trình (3.6) với  $\mathbf{P}_2 = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(2)}\mathbf{G}^{(2)\dagger})$  để tạo hệ thống con thứ hai, sau đó ước lượng  $\mathbf{\hat{s}}_2$  và loại bỏ ảnh hưởng của nó để xác định  $\mathbf{y}_3$ . Quá trình này tiếp diễn cho đến khi tín hiệu phát ứng với toàn bộ (L-1) tầng tách tín hiệu được xác định. Một cách tổng quát, hệ thống con thứ k, k = 1, 2, ..., L - 1, được xác định như sau:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_k = \widetilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{s}_k + \widetilde{\mathbf{n}}_k. \tag{3.7}$$

Ở đây  $\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{G}_k$  và  $\tilde{\mathbf{n}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{n}_{ex}$ ,  $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{G}^{(k)\dagger})$ . Véc tơ tín hiệu thu được tại tầng tách tín hiệu thứ k sau khi đã loại bỏ thành phần giao thoa  $\mathbf{G}_k \mathbf{s}_k$  được xác định bởi:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k - \mathbf{G}_k \mathbf{\hat{s}}_k = \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)} + \mathbf{n}_{ex}.$$
(3.8)

Lưu ý rằng khi thành phần nhiễu  $\mathbf{G}_{L-1}\mathbf{s}_{L-1}$  được triệt tiêu khỏi  $\mathbf{y}_{L-1}$  tại tầng tách tín hiệu thứ L-1 thì hệ thống con cuối cùng đồng thời cũng được

tạo ra như sau:

$$\mathbf{y}_L = \mathbf{y}_{L-1} - \mathbf{G}_{L-1} \mathbf{\hat{s}}_{L-1} = \mathbf{G}_L \mathbf{s}_L + \mathbf{n}_{\mathbf{ex}}.$$
 (3.9)

Vì thế, tín hiệu đã phát từ các người dùng còn lại dễ dàng được xác định bằng cách sử dụng các bộ tách tín hiệu MIMO truyền thống trong hệ thống con cuối cùng trong (3.9).

**Bước 3**: Sắp xếp các véc tơ tín hiệu khôi phục được ở bước hai như sau:  $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T & \cdots & \hat{\mathbf{s}}_L^T \end{bmatrix}^T$ .

Bởi vì thuật toán GGDex được xây dựng trên hệ thống mở rộng tương đương nên hệ số tải cho bởi mỗi hệ thống con là  $\beta_s = l_a/(N_r + N)$ . Rõ ràng là  $\beta_s$  nhỏ hơn rất nhiều hệ số tải của hệ thống Massive MIMO ban đầu (tức là  $\beta_s \ll \beta = (N/N_r)$ ) và của các hệ thống con trong thuật toán GD. Do đó, thuật toán GGDex có thể cải thiện đáng kể phẩm chất lỗi bít của hệ thống. Tuy nhiên, đặc tính thống kê bậc hai của thành phần tạp âm trong (L-1) hệ thống con đầu tiên bị biến đổi, tức là  $E[\mathbf{\widetilde{n}}_k\mathbf{\widetilde{n}}_k^H] = \sigma^2\mathbf{P}_k\mathbf{P}_k^H, k =$ 1, 2, ..., L - 1. Hiện tượng này sẽ làm giảm một phần phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu xây dựng trên thuật toán GGDex.

3.1.3. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán GGDex

#### a) Bộ tách tín hiệu ZF-GGDex

Bộ tách tín hiệu ZF-GGDex được tạo ra bằng cách áp dụng kỹ thuật tách tín hiệu ZF tại dòng (9) và dòng (12) trong thuật toán GGDex ở Bảng 3.1 để xác định các véc tơ con  $\mathbf{\hat{s}}_k$  như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k} = \begin{cases} \mathcal{Q}(\widetilde{\mathbf{G}}^{(k)\dagger}\widetilde{\mathbf{y}}^{(k)}) = \mathcal{Q}(\mathbf{s}_{k} + \widetilde{\mathbf{G}}^{(k)\dagger}\widetilde{\mathbf{n}}_{\mathbf{ex}}^{(k)}) &, k < L \\ \mathcal{Q}(\mathbf{G}_{L}^{\dagger}\mathbf{y}^{(L)}) = \mathcal{Q}(\mathbf{s}_{L} + \mathbf{G}_{L}^{\dagger}\mathbf{n}_{\mathbf{ex}}) &, k = L \end{cases}$$
(3.10)

Bảng 3.1: Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGDex

Đầu vào: y,U, K,  $N_T$ , LĐầu ra:  $\hat{x}$ 

1: Define  $N = KN_T$ ; n = K/L and  $l_a = nN_T$ . 2: Chuyển hệ thống sang dạng mở rộng tương đương:  $\mathbf{y}_{\mathbf{ex}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T & \mathbf{0}_N^T \end{bmatrix}^T$ ;  $\mathbf{U}_{\mathbf{ex}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T & \mathbf{0}_N^T \end{bmatrix}^T$  $\mathbf{U}^T \quad \sqrt{\frac{1}{E_s}} \mathbf{I}_N \;\Big]^T.$ 3: Dặt  $\mathbf{G}_L = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, (L-1)l_a + 1:N); \mathbf{y}^{(1)} = \mathbf{y}_{\mathbf{ex}}.$ 4: for k = 1 : L do if k < L then 5:Dinh nghĩa  $\mathbf{G}_k = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, (k-1)l_a + 1 : kl_a); \ \mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, kl_a + 1 : N);$ Tính  $\mathbf{G}^{(k)\dagger} = (\mathbf{G}^{(k)H}\mathbf{G}^{(k)})^{-1}\mathbf{G}^{(k)H}; \ \mathbf{P}^{(k)} = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^{(k)}\mathbf{G}^{(k)\dagger}).$ 6: 7Tạo hệ thống con thứ kthmà trong đó ma trận kênh truyền và véc tơ tín hiệu thu của nó 8: là  $\widetilde{\mathbf{G}}^{(k)} = \mathbf{P}^{(k)}\mathbf{G}_k; \quad \widetilde{\mathbf{y}}^{(k)} = \mathbf{P}^{(k)}\mathbf{y}^{(k)}.$ Tách  $\mathbf{s}_k$  bằng cách sử dụng bộ tách MIMO truyền thống trên hệ thống con thứ kth. 9: Triệt ảnh hưởng của  $\hat{\mathbf{s}}_k$  lên hệ thống con kế tiếp:  $\mathbf{y}^{(k+1)} = \mathbf{y}^{(k)} - \mathbf{G}_k \hat{\mathbf{s}}_k$ 10: else 11: Xác định  $\hat{\mathbf{s}}_L$  bằng cách sử dụng bộ tách tín hiệu MIMO truyền thống một lần nữa lên hệ 12:thống con cuối cùng  $\mathbf{y}^{(L)} = \mathbf{G}_L \mathbf{s}_L + \mathbf{n}_{ex}$ . end if 13:14: end for 15: Sắp xếp lại các ký hiệu đã được tách như sau:  $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T & \cdots & \hat{\mathbf{s}}_L^T \end{bmatrix}^T$ .

Khi đó, sai số ước lượng  $\mathbf{\hat{s}}_k$  là các phần tử thuộc đường chéo chính của ma trận hiệp phương sai lỗi  $\mathbf{\Phi}^{(k)}$  là:

$$\mathbf{\Phi}^{(k)} = \begin{cases} \left( \widetilde{\mathbf{G}}^{(k)H} \widetilde{\mathbf{G}}^{(k)} \right)^{-1} &, k < L \\ (\mathbf{G}_L^H \mathbf{G}_L)^{-1} &, k = L \end{cases}$$
(3.11)

Bộ tách ZF-GGDex được kỳ vọng sẽ cải thiện đáng kể phẩm chất lỗi bít so với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống nhờ vào hệ số tải trong các hệ thống con thấp hơn rất nhiều so với hệ thống nguyên thủy.

#### b) Bộ tách tín hiệu SQRD-GGDex

Bộ tách tín hiệu SQRD-GGDex được xây dựng bằng cách áp dụng kỹ thuật tách tín hiệu triệt nhiễu nối tiếp có sắp xếp SQRD tại dòng (9) và dòng (12) trong Bảng 3.1. Các tín hiệu phát tương ứng với hệ thống con thứ  $k, \tilde{\mathbf{y}}_k = \tilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{s}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k$ , được khôi phục lần lượt từng ký hiệu như sau: Trước hết, ta áp dụng kỹ thuật phân rã QR có sắp xếp [35,65] cho ma trận kênh truyền con,  $\widetilde{\mathbf{G}}_k$ , k = 1, 2, ..., L, để thu được ma trận Unita  $\mathbf{Q}_k \in \mathbb{C}^{(N_r+N)\times l_a}$ , ma trận tam giác trên  $\mathbf{R}_k \in \mathbb{C}^{l_a \times l_a}$  và véc tơ hoán vị  $\mathbf{p}_k \in \mathbb{R}^{l_a \times 1}$ . Tiếp theo, nhân hai vế của phương trình biểu diễn hệ thống con thứ k,  $\widetilde{\mathbf{y}}_k = \widetilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{s}_k + \widetilde{\mathbf{n}}_k$ , với  $\mathbf{Q}_k^H$  ta có:

$$\mathbf{v}_{k} = \mathbf{Q}_{k}^{H} \widetilde{\mathbf{y}}_{k} = \begin{cases} \mathbf{R}_{k} \mathbf{s}_{k} + \mathbf{Q}_{k}^{H} \widetilde{\mathbf{n}}_{k}, \ k < L, \\ \mathbf{R}_{L} \mathbf{s}_{L} + \mathbf{Q}_{L}^{H} \mathbf{n}_{ex}, \ k = L. \end{cases}$$
(3.12)

Lưu ý,  $\widetilde{\mathbf{G}}_L = \mathbf{G}_{L-1} = \mathbf{G}_L$  và  $\widetilde{\mathbf{y}}_L = \mathbf{y}_L$ . Bỏ qua thành phần tạp âm  $\mathbf{Q}_k^H \widetilde{\mathbf{n}}_k$ và  $\mathbf{Q}_L^H \mathbf{n}_{ex}$  trong (3.12) sau đó  $l_a$  phần tử của  $\mathbf{s}_k$  (ký hiệu là  $\hat{s}_{k_i}, i = 1, 2, .., l_a$ ) được khôi phục lần lượt từng phần tử theo luật sau:

$$\hat{s}_{k_{i}} = \mathcal{Q}\left(\left\{\begin{array}{cc} \frac{v_{k_{i}}}{r_{k_{i,i}}}, & i = l_{a} \\ (v_{k_{i}} - \sum_{j=i+1}^{l_{a}} (r_{k_{i,j}} \hat{s}_{k_{j}}))/r_{k_{i,i}}, & i \neq l_{a} \end{array}\right\}\right), \quad (3.13)$$

trong đó  $v_{k_i}$  là ký hiệu phần tử thứ *i* của  $\mathbf{v}_k$  và  $r_{k_{i,j}}$  là phần tử thuộc hàng thứ *i*, cột thứ *j* của ma trận tam giác trên  $\mathbf{R}_k$ . Cuối cùng, thứ tự của các phần tử trong véc tơ  $\hat{\mathbf{s}}_k$  được sắp xếp lại như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \hat{\mathbf{s}}_k(\mathbf{p}^{(k)}). \tag{3.14}$$

Bởi vì bộ tách tín hiệu SQRD-GGDex sử dụng kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp có sắp xếp để khôi phục các ký hiệu tín hiệu phát nên phẩm chất BER của nó tốt hơn ZF-GGDex. Tuy nhiên, phẩm chất của nó lại chịu ảnh hưởng mạnh bởi hiện tượng truyền lỗi bên trong mỗi hệ thống con. Ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi trong SQRD-GGDex sẽ được giảm thiểu đáng kể nếu tất cả  $l_a$  ký hiệu tín hiệu phát trong hệ thống con thứ k ứng với  $l_a$  véc tơ kênh truyền tốt nhất. Điều đó có nghĩa là,  $l_a$  ký hiệu thuộc tầng tách tín hiệu đầu tiên là những ký hiệu tốt nhất trong tổng số N ký hiệu đã phát,  $l_a$  ký hiệu tiếp theo là các ký hiệu tốt nhất ứng với  $l_a$  véc tơ tốt nhất trong tổng số  $(N - l_a)$  véc tơ kênh truyền còn lại, v.v.

Xác suất để tất cả L hệ thống con tách tín hiệu với hiện tượng truyền lỗi là nhỏ nhất, Pr(A), được xác định bởi:

$$Pr(A) = \prod_{f=0}^{L-1} \frac{1}{\binom{N-fl_a}{l_a}}.$$
(3.15)

Công thức (3.15) cho ta thấy khi L càng lớn thì ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi càng cao và ngược lại. Chính vì thế, phẩm chất lỗi bít của bộ tách SQRD-GGDex càng kém khi số hệ thống con L được chọn càng cao.

#### c) Bộ tách ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex

Như đã đề cập ở trên, hiện tượng truyền lỗi tích lũy xảy ra khi triệt nhiễu không hoàn hảo giữa các tầng tách tín hiệu sẽ làm giảm phẩm chất BER của các bộ tách được đề xuất. Vì thế, Mục này thực hiện sắp xếp lại ma trận kênh truyền của hệ thống để giải quyết vấn đề trên như sau.

Dựa trên phương trình (3.7), tổng công suất tín hiệu trên tạp âm của hệ thống con thứ k (ký hiệu là  $TSNR^{(k)}$ ) được xác định như sau:

$$TSNR^{(k)} = \frac{trace\left(\mathbb{E}\left[\left(\left(\mathbf{P}_{k}\mathbf{G}_{k}\mathbf{s}_{k}\right)\left(\mathbf{P}_{k}\mathbf{G}_{k}\mathbf{s}_{k}\right)^{H}\right)\right]\right)}{trace\left(\mathbb{E}\left[\left(\mathbf{P}_{k}\mathbf{n}_{ex}\right)\left(\mathbf{P}_{k}\mathbf{n}_{ex}\right)^{H}\right]\right)}$$
$$= \frac{\left(l_{a}E_{s}\right)\left\|\mathbf{G}_{k}^{H}\mathbf{P}_{k}\right\|_{F}^{2}}{\left\|\left(\mathbf{P}_{k}\right)\right\|_{F}^{2}} \leq \left(l_{a}E_{s}\right)\left\|\mathbf{G}_{k}^{H}\right\|_{F}^{2}.$$
(3.16)

Công thức (3.16) cho ta thấy chuẩn Frobenius của ma trận  $\mathbf{G}_k$  giữ vai trò quan trọng quyết định giới hạn trên của  $TSNR^{(k)}$ . Chuẩn Frobenius của  $\mathbf{G}_k$ càng nhỏ thì  $TSNR^{(k)}$  càng nhỏ và do đó làm giảm phẩm chất BER của hệ thống. Bên cạnh đó, phẩm chất tách tín hiệu tại tầng thứ nhất có ảnh hưởng lớn nhất đến việc giảm ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi. Những nhận xét nêu trên cho phép ta đề xuất một quy trình sắp xếp lại ma trận kênh truyền mở rộng  $\mathbf{U}_{ex}$ . Trong quy trình này, các cột của ma trận  $\mathbf{U}_{ex}$  được sắp xếp theo thứ tự chuẩn Frobenius của chúng giảm dần, tức là cột đầu tiên có chuẩn lớn nhất, tiếp theo là cột có chuẩn lớn thứ hai v.v.

Về mặt toán học, các cột của ma trận  $\mathbf{U}_{ex}$  sau khi được sắp xếp lại sẽ tạo ra ma trận mới,  $\mathbf{U}_{ex,s}$ , và một véc tơ hoán vị  $\mathbf{p}$  như sau:

$$\left[\mathbf{U}_{ex,s} \mathbf{p}\right] = Sort\left(\mathbf{U}_{ex}\right), \qquad (3.17)$$

trong đó  $Sort(\cdot)$  là phép toán sắp xếp lại các cột của ma trận. Ma trận sau khi đã sắp xếp,  $\mathbf{U}_{ex,s}$ , có các cột,  $u_{ex,s}^j$ , j = 1, 2, ...N, thỏa mãn  $\|\mathbf{u}_{ex,s}^1\|^2 \ge$  $\|\mathbf{u}_{ex,s}^2\|^2 \ge \cdots \ge \|\mathbf{u}_{ex,s}^N\|^2$ .

Khi  $\mathbf{U}_{ex,s}$  đã được xác định, ta sử dụng quy trình tách tín hiệu ZF-GGDex hay SQRD-GGDex để ước lượng véc tơ tín hiệu phát,  $\mathbf{\hat{x}}$ . Cuối cùng các phần tử của  $\mathbf{\hat{x}}$  được sắp xếp lại theo véc tơ hoán vị  $\mathbf{p}$  như sau:

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{p}). \tag{3.18}$$

Hình 3.2 là kết quả mô phỏng TSNR của hệ thống con thứ nhất theo  $p_u/\sigma^2$  khi kênh truyền  $\mathbf{U}_{ex}$  được sắp xếp và không sắp xếp. Trong chương trình mô phỏng, số lượng hệ thống con được tạo ra L lần lượt là 2, 4 và 8. Kết quả mô phỏng cho thấy tổng công suất tín hiệu trên nhiễu của hệ thống con thứ nhất tỷ lệ nghịch với số tầng tách tín hiệu L. Rõ ràng là  $TSNR^{(1)}$  được cải thiện rõ rệt khi ma trận kênh truyền  $\mathbf{U}_{ex}$  được sắp xếp lại các cột như (3.17). Kết quả là phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu ZF-GGDex và SQRD-GGDex khi sắp xếp lại kênh truyền được cải thiện đáng kể. Các



**Hình 3.2:** TSNR của hệ thống con thứ nhất theo  $p_u/\sigma^2$  khi có và không có sắp xếp kênh truyền trong 10<sup>4</sup> vòng lặp cho hệ thống có cấu hình như sau  $N_r = N = 64$  và L = 2, 4, 8

bộ tách tín hiệu này được đặt tên là ZF-Presorted GGDex, SQRD-Presorted GGDex và được tóm tắt trong Bảng 3.2.

## 3.1.4. Phân tích độ phức tạp

Dựa vào tiến trình tách tín hiệu trong thuật toán GGDex ta thấy độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu đề xuất bao gồm hai phần: 1) số flop cần thiết để tạo ra L hệ thống con ứng với L tầng tách tín hiệu và 2) độ phức tạp khi áp dụng các bộ tách tín hiệu ZF và SQRD truyền thống trong các hệ thống con. Điều đó có nghĩa là độ phức tạp tính toán của các bộ tách được đề xuất sẽ được xác định dựa vào mối quan hệ sau đây:

$$C_{D\Sigma} = C_{pre} + C_{sub-D}, \qquad (3.19)$$

Bång 3.2: Tách tín hiệu trong ZF-Presorted GGDex/SQRD-Presorted GGDex

Đầu vào: y,U, K,  $N_T$ , LĐầu ra:  $\hat{\mathbf{x}}$ 

1: Chuyển hệ thống sang dạng mở rộng tương đương:  $\mathbf{y}_{\mathbf{ex}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T & \mathbf{0}_N^T \end{bmatrix}^T$ ;  $\mathbf{U}_{\mathbf{ex}}$  $\begin{bmatrix} \mathbf{U}^T & \sqrt{\frac{1}{E_s}} \mathbf{I}_N \end{bmatrix}^T$ . 2: Đặt giá trị khởi tạo của véc tơ hoán vị:  $\mathbf{p} = (1, 2, ..., N)^T$ . 3: for i = 1 : N $norm_i = \|\mathbf{u}_i\|^2 = \mathbf{u}_i^H \mathbf{u}_i; \% \mathbf{u}_i$  là cột thứ *i*th của  $\mathbf{U}_{\mathbf{ex}}$ . 4: 5: end for for i = 1 : N6:  $k_i = \arg \max_{l=i,\dots,N} n \operatorname{orm}_l$ 7: Hoán vị cột thứ i và thứ k của ma trận  $\mathbf{U}_{ex}$  và véc tơ hoán vị  $\mathbf{p}$ . 8: 9: end for 10: Thực hiện từ dòng 3 đến dòng 15 của thuật toán GGDex, trong đó áp dụng tiến trình tách tín hiệu ZF (hoặc SQRD) truyền thống trong tất cả các hệ thống con và thu được  $\hat{\mathbf{x}}$ .

11: Sắp xếp lại các phần tử của  $\hat{\mathbf{x}}$  như sau:  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{p})$ .

trong đó  $C_{D\Sigma}$  và  $C_{sub-D}$  lần lượt là độ phức tạp của bộ tách D-GGDex và số flop cần thiết để thực hiện thủ tục tách tín hiệu D truyền thống trên tất cả L hệ thống con (D có thể là ZF hoặc SQRD);  $C_{pre}$  là độ phức tạp để tạo ra L hệ thống con.

\*. Tính  $C_{sub-D}$ : Bởi vì kích thước của L hệ thống con là bằng nhau nên độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu truyền thống trên hệ thống con thứ k,k = 1, 2, ..., L, (ký hiệu là  $C_D^{(k)}$ ) là như nhau cho tất cả các hệ thống con nên  $C_{sub-D} = LC_D^{(k)}$ . Bên cạnh đó, ma trận trọng số của bộ tách ZF trong tầng tách tín hiệu cuối cùng (tức  $\mathbf{G}_L^{\dagger} = \mathbf{G}^{(L-1)\dagger}$ ) đã được tính toán khi tạo ra hệ thống con thứ L-1. Vì vậy, ta bỏ qua độ phức tạp tính toán của tách tín hiệu ZF trên hệ thống con thứ L và khi đó  $C_{sub-ZF} \approx (L-1)C_{ZF}^{(k)}$ .

Dựa vào độ phức tạp của các bộ tách ZF và SQRD truyền thống trong Chương 1, ta xác định được  $C_D^{(k)}$  một cách dễ dàng bằng cách thay  $N_r$  và Ntrong các công thức tính độ phức tạp của bộ tách ZF/SQRD truyền thống (xem trong Bảng 1.2) lần lượt bởi  $b = (N_r + N)$  và  $l_a = nN_T$ . Kết quả là,  $C_{sub-D}$  được xác định như sau:

$$C_{sub-ZF} \approx (L-1) \left[ 8l_a^3 + 16l_a^2b - 2l_a^2 + 6l_ab - 2l_a \right] (flop)$$
(3.20)

$$C_{sub-SQRD} = L \left[ 6l_a^2 b + 5l_a^2 + 12l_a b + 3l_a \right] (flop).$$
(3.21)

\*. Tính  $C_{pre}$ : Để tạo ra L hệ thống con ta cần tính toán L-1 lần ma trận  $\widetilde{\mathbf{G}}_k$  và các véc tơ  $\widetilde{\mathbf{y}}_k$ ,  $\mathbf{y}_{k+1}$ . Vì thế,  $C_{pre}$  được xác định bởi:

$$C_{pre} = \sum_{k=1}^{L-1} \left[ C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k} + C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k} + C_{\mathbf{y}_{k+1}} \right], \qquad (3.22)$$

trong đó  $C_{\mathbf{y}_{k+1}}$  được xác định bởi công thức (3.8);  $C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k}$  và  $C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k}$  được tính như dòng (6) và (7) của Bảng 3.1. Để đơn giản hóa việc tính toán, ta tính  $C_{\mathbf{P}_k}$ riêng rẽ với  $C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k}$  và  $C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k}$  và viết lại phương trình (3.22) như sau:

$$C_{pre} = \sum_{k=1}^{L-1} \left[ C_{\mathbf{P}_k} + C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k} + C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k} + C_{\mathbf{y}_{k+1}} \right].$$
(3.23)

Lưu ý rằng thuật toán GGDex được xây dựng trên hệ thống mở rộng tương đương nên các phần tử của ma trận kênh truyền, véc tơ tín hiệu thu và véc tơ tạp âm gồm cả các phần tử bằng không, phần tử thực và phức. Vì vậy, các loại dữ liệu này cần được tính toán chi tiết để đảm bảo độ phức tạp của các bộ tách là chính xác. Gọi  $a = N - kl_a$  và viết lại các ma trận  $\mathbf{G}^{(k)}$  và  $\mathbf{G}_k$  dưới dạng:

$$\mathbf{G}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(k)} \\ \mathbf{0}^{(k)} \\ \mathbf{D}^{(k)} \end{bmatrix}; \ \mathbf{G}_{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{k} \\ \mathbf{0}_{k} \\ \mathbf{D}_{k} \\ \mathbf{0}_{1k} \end{bmatrix}, \qquad (3.24)$$

với  $\mathbf{A}^{(k)}$  và  $\mathbf{A}_k$  lần lượt là các ma trận gồm các phần tử phức có kích thước  $N_r \times a$  và  $N_r \times l_a$ ;  $\mathbf{D}^{(k)}$  và  $\mathbf{D}_k$  là các ma trận đường chéo kích thước  $a \times a$  và  $l_a \times l_a$  với các phần tử thuộc đường chéo chính của chúng là các phần tử thực;  $\mathbf{0}^{(k)}$ ,  $\mathbf{0}_k$  và  $\mathbf{0}_{1k}$  là các ma trận không có kích thước lần lượt là  $kl_a \times a$ ,  $(k-1)l_a \times l_a$  và  $(N-kl_a) \times l_a$ .

Dựa vào các định nghĩa trên và luật đếm flop trong Chương 1 ta xác định được  $C_{\mathbf{P}_k}, C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k}, C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k}$  và  $C_{\mathbf{y}_k}$  như sau:

$$C_{\mathbf{P}_{k}} = 24a^{2}N_{r} + 2a + 8a^{3} - 4aN_{r} + 8N_{r}Na - 2N_{r}N + 8N_{r}kal_{a} - 2N_{r}kl_{a} + 2aN + 2akl_{a} + 2a^{2} + b \ (flop) \,. \tag{3.25}$$

$$C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k} = 8bl_a N_r + 2bl_a \ (flop) \,. \tag{3.26}$$

$$C_{\tilde{\mathbf{y}}_k} = 8b^2 - b \ (flop) \,. \tag{3.27}$$

$$C_{\mathbf{y}_k} = 8N_r l_a - 2N_r + 2Nl_a + 2b \ (flop) \,. \tag{3.28}$$

Vì thế, số flop cần thiết để tạo ra L hệ thống con,  $C_{pre}$ , là

$$C_{pre} = (L-1)[8bl_aN_r + 2bl_a + 8b^2 + 8N_rl_a - 2N_r + 2Nl_a + 2b - 2N_rN] + \sum_{k=1}^{L-1} [24a^2N_r + 2a + 8a^3 - 4aN_r + 8N_rNa + 8N_rkl_aa - 2N_rkl_a + 2aN + 2akl_a + 2a^2] (flop).$$
(3.29)

Khi  $C_{pre}$  và  $C_{sub-D}$  đã được xác định thì độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu ZF-GGDex và SQRD-GGDex dễ dàng được tính bởi mối quan hệ trong công thức (3.19). \*. Tính độ phức tạp của các bộ tách ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex:

Tiến trình tách tín hiệu trong các bộ tách ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex chỉ khác với ZF-GGDex và SQRD-GGDex bởi thủ tục sắp xếp lại kênh truyền (dòng 2 đến dòng 9 trong Bảng 3.2). Do đó, độ phức tạp của các bộ tách ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex (ký hiệu là  $C_{Pre-D}$ ) được xác định như sau:

$$C_{Pre-D} = C_{D\Sigma} + C_{\mathbf{Presorted}}, \qquad (3.30)$$

trong đó  $C_{\mathbf{Presorted}}$  là số flop cần thiết để sắp xếp lại ma trận kênh truyền và

$$C_{\text{Presorted}} = \frac{1}{2} \left( N^2 + 16bN - 7N \right) \, (flop) \,.$$
 (3.31)

Độ phức tạp của các bộ tách tuyến tính, SQRD truyền thống và các bộ tách tín hiệu đề xuất được tóm tắt trong Bảng 3.3.

Gober, 21 Tresoluti Gober va Sontb-Tresoluti Gober	
Bộ tách tín hiệu	Số flop cần thiết để ước lượng 01 véc tơ tín hiệu phát
ZF	$8N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 + 6NN_r - 2N$
MMSE	$8N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 + 6NN_r$
SQRD	$6N^2N_r + 5N^2 + 12NN_r + 3N$
BLAST	$\frac{15}{4}N^4 + 2N^3N_r + N^2N_r^2 + N\left(16N_r - 2\right)$
ZF-GGDex	$ \begin{array}{l} (L-1)[8bl_aN_r + 2bl_a + 8b^2 + 8N_rl_a - 2N_r + 2Nl_a + 2b - 2N_rN \\ + 8l_a^3 + 16l_a^2b - 2l_a^2 + 6l_ab - 2l_a] + \sum_{k=1}^{L-1} [24a^2N_r + 2a + 8a^3 + 2b - 2N_rN + 2N_r$
	$-4aN_r + 8N_rNa + 8N_rkl_aa - 2N_rkl_a + 2aN + 2akl_a + 2a^2]$
SQRD-GGDex	$\begin{split} & L[6l_a^2b + 5l_a^2 + 12l_ab + 3l_a] + (L-1)[8bl_aN_r + 2bl_a + 8b^2 \\ & +8N_rl_a - 2N_r + 2Nl_a + 2b - 2N_rN] + \sum_{k=1}^{L-1} [24a^2N_r + 2a + 8a^3 \\ & -4aN_r + 8N_rNa + 8N_rkl_aa - 2N_rkl_a + 2aN + 2akl_a + 2a^2] \end{split}$
ZF-Presorted GGDex	$C_{\mathbf{ZF-GGDex}} + \frac{1}{2} \left( N^2 + 16bN - 7N \right)$
SQRD-Presorted GGDex	$C_{\mathbf{SQRD}-\mathbf{GGDex}} + \frac{1}{2} \left( N^2 + 16bN - 7N \right)$
*. Ghi chú: $N = KN_T$ ; $a = N - kl_a$ ; $b = N + N_r$ ; $l_a = nN_T$	

Bảng 3.3: Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu truyền thống và ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex

Kết quả tính toán trong Bảng 3.3 cho ta thấy bậc phức tạp cao nhất của các bộ tách tín hiệu được đề xuất là  $N^3$ , tức là chúng có cùng bậc phức tạp

với các bộ tách tín hiệu ZF và MMSE truyền thống.



**Hình 3.3:** Độ phức tạp của các bộ tách tuyến tính, SQRD, BLAST, ZF-GD, ZF-GD, SQRD-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex khi  $N_r = 64, K = 16, N_T = 4, L = [2:2:16]$ 

Tiếp theo, Luận án lần lượt khảo sát độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu như các hàm số của biến L và cấu hình ăng ten của hệ thống (tức  $N_r$ và N) như Hình 3.3 và Hình 3.4. Hình 3.3 trình bày độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, SQRD, BLAST truyền thống, ZF-GD (đề xuất trong Chương 2) và các bộ tách được đề xuất khi  $N_r = 64, K = 16,$  $N_T = 4$  và L = [2, 16]. Kết quả trong Hình 3.3 cho thấy, các bộ tách tín hiệu được đề xuất có độ phức tạp cao hơn các bộ tách tuyến tính, SQRD truyền thống và ZF-GD nhưng thấp hơn nhiều so với BLAST với mọi giá trị của L. Độ phức tạp tính toán của ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex và SQRD- Presorted GGDex là tương đồng với nhau và chúng có giá trị thấp nhất khi L = 2. Khi L càng lớn, đặc biệt là L = N, thì thuật toán yêu cầu thực hiện càng nhiều phép nghịch đảo ma trận và do đó độ phức tạp tính toán cao hơn. Độ phức tạp tính toán cao hơn của các bộ tách được đề xuất so với các bộ tách tuyến tính truyền thống và ZF-GD là cái giá để hệ thống thu được phẩm chất lõi bít rất cao như kết quả mô phỏng ở Mục kế tiếp của Luận án.



**Hình 3.4:** Độ phức tạp của bộ tách MMSE, SQRD, BLAST, ZF-GD và SQRD-Presorted GGDex khi  $N_r = N = [60: 20: 200], L = 2, 4, 8$ 

Hình 3.4 trình bày độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, SQRD, BLAST, ZF-GD và SQRD-Presorted GGDex theo số ăng ten trang bị tại trạm gốc với  $N_r = N$  thay đổi trong dải [60, 200] ăng ten và L = 2, 4, 8. Quan sát Hình 3.4 ta thấy độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu tăng tỉ lệ thuận với số ăng ten trang bị trong hệ thống. Đặc biệt là độ phức tạp của bộ tách BLAST truyền thống tăng rất nhanh khi  $N_r$  tăng. Khoảng cách giữa các đường cong biểu diễn độ phức tạp tính toán của các bộ tách được đề xuất càng lớn khi  $N_r$  và/hoặc L tăng. Tuy nhiên, khi L = 2 thì các bộ tách đề xuất yêu cầu số flop cần thiết ít nhất.

#### 3.1.5. So sánh phẩm chất lỗi bít

Mục này trình bày kết quả mô phỏng để so sánh phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu được đề xuất với các bộ tách tín hiệu ZF, MMSE, BLAST và SQRD truyền thống và ZF-GD. Các thông số mô phỏng được thiết lập như sau:  $N_r = 64, K = 16, N_T = 4$ ; các tín hiệu phát từ các người dùng được điều chế 4-QAM. Bán kính tế bào, r, và khoảng cách tham chiếu  $d_0$  lần lượt là 1000 mét và 100 mét; các người dùng phân bố ngẫu nhiên trong tế bào sao cho khoảng cách từ người dùng thứ k đến trạm gốc,  $d_k$ , thỏa mãn  $d_k \in [200, 990]$  mét. Suy hao đường truyền  $\gamma = 3, 5$  và phương sai che khuất  $\sigma_{Shadow}^2 = 8dB$ . Thành phần tạp âm được giả thiết là các biến ngẫu nhiên truyền giữa các người dùng và trạm gốc là không đổi trong khoảng mỗi 200 ký hiệu. Ngoài ra, công suất của các người dùng là bằng nhau và các đường cong BER được vẽ theo tỉ số công suất tín hiệu trên nhiễu  $p_u/\sigma^2$  (dB).

Hình 3.5 trình bày các đường cong BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, BLAST truyền thống và các bộ tách tín hiệu được đề xuất khi số tầng tách tín hiệu được chọn là L = 2, 4, 8. Kết quả mô phỏng cho thấy bộ tách ZF-GGDex cải thiện đáng kể phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống. Đặc biệt khi kênh truyền được sắp xếp lại thì bộ tách ZF-Presorted GGDex cho phẩm chất BER cao hơn ZF-GGDex. Khi số



**Hình 3.5:** Phẩm chất BER của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST, ZF-GD, MMSE-GD, ZF-GGDex và ZF-Presorted GGDex khi  $N_r = 64, K = 16, N_T = 4;$ L = 2, 4, 8

lượng hệ thống con L được tạo ra càng lớn thì hiệu quả BER cho bởi các bộ tách ZF-GGDex và ZF-Presorted GGDex càng cao. Cụ thể là: tại BER=  $10^{-4}$  và L = 2, 4, 8 thì bộ tách ZF-GGDex cải thiện SNR lần lượt khoảng 2, 2, 4, 4 và 6, 2 dB so với bộ tách MMSE truyền thống trong khi các độ lợi này là khoảng 15, 18 và 19 dB cho trường hợp ZF-Presorted GGDex. Đặc biệt là phẩm chất BER của bộ tách ZF-Presorted GGDex với L = 8 tiệm cận với phẩm chất của bộ tách BLAST nhưng yêu cầu tính toán thấp hơn rất nhiều (xem Hình 3.4)

Hình 3.6 là kết quả mô phỏng phẩm chất BER của các bộ tách SQRD-GGDex và SQRD-Presorted GGDex khi L = 2, 4, 8. Phẩm chất của các bộ tách tín hiệu này đồng thời được so sánh với các bộ tách tuyến tính, SQRD



**Hình 3.6:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu MMSE, BLAST truyền thống, SQRD-GGDex và SQRD-Presorted GGDex khi  $N_r = 64, K = 16, N_T = 4, L = 2, 4, 8$ 

và BLAST truyền thống. Quan sát kết quả trong Hình 3.6 ta thấy phẩm chất lỗi bít của bộ tách SQRD-GGDex bị suy giảm mạnh khi L tăng. Kết quả này chứng minh những phân tích lý thuyết về hiện tượng truyền lỗi khi L tăng trong Mục 3.1.3. Ví dụ: tại BER= $10^{-4}$  và L = 2, bộ tách SQRD-GGDex đạt được độ lợi SNR khoảng 16, 3 dB so với bộ tách MMSE truyền thống. Trái lại, khi L = 8 thì độ lợi SNR này giảm xuống chỉ còn khoảng 11, 6 dB. Hiện tượng suy giảm phẩm chất BER này đã được loại bỏ hoàn toàn nếu các cột của ma trận kênh truyền được sắp xếp trước khi tách sóng. Kết quả là bộ tách SQRD-GGDex đạt được phẩm chất BER bằng với bộ tách BLAST truyền thống mà không phụ thuộc vào L.

Lưu ý rằng các bộ tách tín hiệu SQRD-GGDex và SQRD-Presorted GGDex

yêu cầu tính toán thấp nhất khi L = 2. Vì vậy, L = 2 chính là số tầng tách tín hiệu tối ưu của các bộ tách SQRD-GGDex và SQRD-Presorted GGDex.

# 3.2. Xây dựng các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song

## 3.2.1. Ý tưởng đề xuất

Các bộ tách tín hiệu dựa vào các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GD và GGDex được đề xuất trong Chương 2 và phần đầu của Chương này đảm bảo tốt sự cân bằng giữa phẩm chất lỗi bít và độ phức tạp tính toán. Tuy nhiên, kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp SIC sử dụng để tạo các hệ thống con trong các thuật toán trên yêu cầu thời gian đủ lớn để xử lý tín hiệu tại trạm gốc và do đó trễ trong xử lý tín hiệu tăng cao khi số ăng ten trang bị trong hệ thống rất lớn. Xuất phát từ nhược điểm này, Luận án nghiên cứu giải pháp tách tín hiệu song song và đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song gọi tắt là Thuật toán PGD (Parallel Group Detection). Trong PGD, tín hiệu đã phát từ các người dùng được khôi phục bên trong các hệ thống con song song với nhau nên thời gian trễ do xử lý tín hiệu phức tạp được giảm xuống đáng kế. Trên cơ sở thuật toán PGD và các bộ tách truyền thống, Luận án đề xuất 3 bộ tách tín hiệu mới được đặt tên ngắn gọn là ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD. Các bộ tách tín hiệu đề xuất không những có thời gian xử lý nhanh mà còn đảm bảo sự cân bằng giữa độ phức tạp và phẩm chất lỗi bít của hệ thống nên rất phù hợp để sử dụng trong các hệ thống Massive MIMO.

## 3.2.2. Đề xuất các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán PGD

Một cách tổng quát, ta có thể tạo số hệ thống con (ký hiệu là L) tùy ý thỏa mãn điều kiện  $2 \leq L \leq N$ . Tuy nhiên, phép nghịch đảo ma trận có



Hình 3.7: Sơ đồ khối tách tín hiệu bằng thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song kích thước rất lớn để tạo ra mỗi hệ thống con mới làm cho độ phức tạp tổng thể của bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán PGD tăng nhanh theo số nhánh song song được tạo ra. Chính vì vậy, Luận án xây dựng thuật toán PGD chỉ gồm 2 hệ thống con song song với nhau (tức L = 2) như Hình 3.7 nhằm đảm bảo yêu cầu về độ phức tạp tính toán thấp đối với các bộ tách tín hiệu trong hệ thống Massive MIMO.

Tiến trình tách tín hiệu trong Thuật toán PGD gồm 4 bước sau đây:

**Bước 1:** Chuyển hệ thống Massive MIMO nguyên bản sang hệ thống mở rộng tương đương.

**Bước 2:** Tạo hai hệ thống con song song với nhau. Để đơn giản hóa việc tính toán và trình bày, Luận án giả thiết rằng kích thước của các hệ thống con được tạo ra trong thuật toán PGD là hoàn toàn giống nhau.

**Bước 3:** Áp dụng các kỹ thuật tách tín hiệu MIMO truyền thống trong mỗi hệ thống con để ước lượng các ký hiệu tín hiệu phát từ các người dùng.

**Bước 4:** Sắp xếp lại các tín hiệu đã tách ở bước 3 theo đúng thứ tự mà chúng được phát đi.

Nội dung Bước 1, Bước 2 và Bước 4 được thực hiện tương tự như trong

thuật toán GGDex. Vì vậy, Nghiên cứu sinh tập trung trình bày cách tạo ra hai hệ thống con song song ở Bước 3 như sau:

Trước hết, ta viết lại phương trình (3.2) dưới dạng:

$$\mathbf{y}_{ex} = \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{G}_2 \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_{ex}, \qquad (3.32)$$

trong đó  $\mathbf{G}_1$  và  $\mathbf{G}_2$  là các ma trận kênh truyền con có kích thước  $b \times l_a$ ,  $l_a = N/2, b = (N_r + N)$ , được tạo ra bằng cách lấy lần lượt  $l_a$  cột đầu tiên và  $l_a$  cột còn lại của  $\mathbf{U}_{ex}$ . Tương tự như vậy,  $\mathbf{s}_1$  và  $\mathbf{s}_2$  là các véc tơ tín hiệu phát gồm  $l_a$  hàng đầu tiên và phần còn lại của  $\mathbf{x}$ .

Để tạo ra hệ thống con thứ *i* mà ở đó  $\mathbf{s}_i$ , i = 1, 2, sẽ được ước lượng thì thành phần nhiễu (interference) trong công thức (3.32) phải bị triệt tiêu (tức là  $\mathbf{G}_2\mathbf{s}_2$  đối với hệ thống con thứ nhất và  $\mathbf{G}_1\mathbf{s}_1$  cho hệ thống con còn lại). Để làm được như vậy, ta thực hiện tương tự như trong thuật toán GD và GGDex, lần lượt nhân hai vế của (3.32) với các ma trận triệt tiêu  $\mathbf{P}_1 = (\mathbf{I}_{l_a} - \mathbf{G}_2\mathbf{G}_2^{\dagger})$  và  $\mathbf{P}_2 = (\mathbf{I}_{l_a} - \mathbf{G}_1\mathbf{G}_1^{\dagger})$  ta tạo được hai hệ thống con song song với nhau như sau:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_1 = \widetilde{\mathbf{G}}_1 \mathbf{s}_1 + \widetilde{\mathbf{n}}_1. \tag{3.33}$$

$$\widetilde{\mathbf{y}}_2 = \widetilde{\mathbf{G}}_2 \mathbf{s}_2 + \widetilde{\mathbf{n}}_2, \qquad (3.34)$$

trong đó  $\tilde{\mathbf{y}}_i$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_i$  và  $\tilde{\mathbf{n}}_i$ , i = 1, 2, lần lượt là véc tơ tín hiệu thu, ma trận kênh truyền và véc tơ tạp âm của hệ thống con thứ *i*. Chúng được xác định như sau:  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}_{ex}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_1$ ,  $\tilde{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{n}_{ex}$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}_{ex}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{G}_2$ ,  $\tilde{\mathbf{n}}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{n}_{ex}$ .

Sau khi hai hệ thống con được tạo ra, ta áp dụng các bộ tách MIMO truyền thống trên mỗi nhánh của PGD để ước lượng các ký hiệu đã phát. Khi ta áp dụng lần lượt phương pháp khôi phục tín hiệu ZF, QRD và SQRD truyền thống (xem Chương 1) cho cả hai hệ thống con thì 3 bộ tách tín hiệu mới tương ứng được tạo ra và được đặt tên ngắn gọn là ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD. Tiến trình tách tín hiệu của các bộ tách tín hiệu này được tóm tắt trong Bảng 3.4.

Bảng 3.4: Tách tín hiệu bằng thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song PGD

Đầu vào:  $\mathbf{y}, \mathbf{U}, K, N_T$ Đầu ra:  $\hat{\mathbf{x}}$ 

- 1: Chuyển hệ thống Massive MIMO nguyên bản sang hệ thống mở rộng tương đương  $\mathbf{y}_{\mathbf{ex}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T & \mathbf{0}_N^T \end{bmatrix}^T$ ;  $\mathbf{U}_{\mathbf{ex}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^T & \sqrt{\frac{1}{E_s}} \mathbf{I}_N \end{bmatrix}^T$ .
- 2: Đặt  $l_a = (N/2)$  định nghĩa các ma trận như sau:  $\mathbf{G}_1 = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, 1:l_a), \mathbf{G}_2 = \mathbf{U}_{\mathbf{ex}}(:, l_a + 1:N).$
- 3: Tính các ma trận triệt tiêu  $\mathbf{P}_1 = (\mathbf{I} \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_2^{\dagger})$  và  $\mathbf{P}_2 = (\mathbf{I} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^{\dagger}).$
- 4: Tính các véc tơ tín hiệu thu và ma trận kênh truyền của hai hệ thống con như sau:  $\tilde{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{y}_{ex}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{G}_1$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}_{ex}$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{G}_2$ .

5: Khôi phục các véc tơ tín hiệu con,  $\mathbf{\hat{s}}_k$ , (k = 1, 2), bằng cách áp dụng kỹ thuật tách tín hiệu ZF/QRD/SQRD truyền thống trong hệ thống con thứ kth:  $\tilde{\mathbf{y}}_k$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_k$ .

6: Sắp xếp lại các tín hiệu đã được khôi phục như sau:  $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1^T & \hat{\mathbf{x}}_2^T \end{bmatrix}^T$ .

Tương tự như trong thuật toán GGDex, Thuật toán PGD cho phép hệ thống thu được độ lợi SNR cao nhờ vào số tải trong các hệ thống con trong PGD giảm đáng kể so với hệ thống nguyên bản, tức là  $\beta_k = N/(2b)$   $\ll$  $\beta, k = 1, 2$ . Tuy nhiên, các phần tử của các véc tơ tạp âm,  $\tilde{\mathbf{n}}_k, k = 1, 2$ , vẫn có trung bình bằng 0 nhưng phương sai đã bị biến đổi thành  $\mathbb{E}[\tilde{\mathbf{n}}_k \tilde{\mathbf{n}}_k^H] =$  $\mathbf{P}_k \mathbf{P}_k^H \neq \mathbf{I}$ . Thêm vào đó, thuật toán PGD không thu được độ lợi do triệt nhiễu nối tiếp khi tạo ra các hệ thống con nên phẩm chất lỗi bít cho bởi thuật toán này thường thấp hơn thuật toán GGDex. Phẩm chất BER bị suy giảm trong PGD là cái giá cần thiết để làm giảm thời gian trễ xử lý tín hiệu nhờ vào việc xử lý tín hiệu trên hai nhánh song song.

#### 3.2.3. Phân tích độ phức tạp tính toán

Dựa vào tiến trình tách tín hiệu theo thuật toán PGD ta thấy, độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu được đề xuất chủ yếu do thực hiện 2 hoạt động sau: 1) Tạo hai hệ thống con và 2) Khôi phục  $\mathbf{\hat{s}}_1$  và  $\mathbf{\hat{s}}_2$ . Bởi vì hai hệ thống con trong thuật toán PGD có kích thước hoàn toàn giống nhau nên độ phức tạp tổng thể của bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán PGD được tính dựa trên mối quan hệ sau đây:

$$C_{subD-PGD} = 2\left(C_{Ge} + C_{subD}\right),\tag{3.35}$$

trong đó  $C_{subD-PGD}$  là độ phức tạp tổng thể của các bộ tách tín hiệu được đề xuất;  $C_{Ge}$  và  $C_{subD}$  là độ phức tạp để tạo ra 01 hệ thống con và số flop cần thiết để thực thi phương pháp tách tín hiệu sub - D trên hệ thống con đó (sub - D là ZF, QRD hoặc SQRD). Lưu ý rằng, thuật toán PGD cũng được xây dựng trên hệ thống mở rộng mà trong đó các phần tử của ma trận kênh truyền,  $\mathbf{U}_{ex}$ , gồm cả các phần tử thực, phần tử phức và phần tử 0. Do đó, Nghiên cứu sinh biểu diễn lại  $\mathbf{U}_{ex}$  như công thức (3.36) dưới đây nhằm tính toán số flop được dễ dàng và chính xác.

$$\mathbf{U}_{ex} = \begin{bmatrix} \mathbf{G_1} & \mathbf{G_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{D}_1 & \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{0}_1 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}, \qquad (3.36)$$

với  $\mathbf{F}_1$  và  $\mathbf{F}_2$  là hai ma trận phức có cùng kích thước là  $N_r \times l_a$ ;  $\mathbf{D}_1$ và  $\mathbf{D}_2$ là các ma trận đường chéo có kích thước  $l_a \times l_a$  với các phần tử thuộc đường chéo chính là các phần tử thực;  $\mathbf{0}_1$  và  $\mathbf{0}_2$  ký hiệu các ma trận gồm toàn các phần tử 0 có kích thước  $l_a \times l_a$ ,  $l_a = N/2$ . Sau đó,  $C_{Ge}$  và  $C_{subD}$  trong (3.35) được tính toán như sau: \*. Tính  $C_{Ge}$ : Thực hiện tương tự như trong Mục 3.1.4, ta xác định được  $C_{Ge}$  như sau:

$$C_{Ge} = C_{\mathbf{P}_{1}} + C_{\tilde{\mathbf{G}}_{1}} + C_{\tilde{\mathbf{y}}_{1}}$$
  
=  $N^{3} + 4N^{2}N_{r} + 4a^{2}N + N$   
 $- NN_{r} + 4aNN_{r} - 2aN_{r} + 8aN - a \ (flop)$  (3.37)

trong đó , $C_{\mathbf{P}_1}$ ,  $C_{\widetilde{\mathbf{G}}_1}$  và  $C_{\widetilde{\mathbf{y}}_1}$  lần lượt là số flop cần thiết để tính ma trận triệt tiêu  $\mathbf{P}_1$ , ma trận kênh truyền  $\widetilde{\mathbf{G}}_1$  và véc tơ tín hiệu thu  $\widetilde{\mathbf{y}}_1$  ở dòng 4 của Thuật toán PGD trong Bảng 3.4;  $b = N_r + N$ .

## \*. Tính $C_{subD}$ :

Vì hai hệ thống con trong thuật toán PGD đều có kích thước là  $a \times l_a$  nên  $C_{subD}$  dễ dàng được xác định bằng cách thay  $N_r$  và N trong các biểu thức tính toán độ phức tạp của các bộ tách ZF/QRD/SQRD truyền thống (Xem Bảng 1.2) lần lượt bởi  $b = N_r + N$  và  $l_a = N/2$ . Ta có:

$$C_{subZF} = N^3 + 4bN^2 - \frac{1}{2}N^2 + 3bN - N \ (flop). \tag{3.38}$$

$$C_{subQRD} = \frac{3}{2}bN^2 + \frac{3}{4}N^2 + 6bN + 2N \quad (flop). \tag{3.39}$$

$$C_{subSQRD} = \frac{3}{2}bN^2 + \frac{5}{4}N^2 + 6bN + \frac{3}{2}N \ (flop). \tag{3.40}$$

Cuối cùng, ta thay kết quả trong các công thức (3.38), (3.39), (3.40) và (3.37) vào (3.35) một cách hợp lý ta xác định độ phức tạp tổng thể của các bộ tách tín hiệu ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD là:

$$C_{ZF-PGD} = 4N^3 + 8N^2N_r + 8bN^2 - N^2 + 8b^2N$$
$$-2NN_r + 8bNN_r - 4bN_r + 22bN - 2b \ (flop) \qquad (3.41)$$

$$C_{QRD-PGD} = 2N^3 + 8N^2N_r + 8b^2N + 3bN^2 + \frac{3}{2}N^2 + 6N$$
$$-2NN_r + 8bNN_r - 4bN_r + 28bN - 2b \ (flop) \qquad (3.42)$$
$$C_{SQRD-PGD} = 2N^3 + 8N^2N_r + 8b^2N + 3bN^2 + \frac{5}{2}N^2 + 5N$$

$$C_{SQRD-PGD} = 2N^3 + 8N^2N_r + 8b^2N + 3bN^2 + \frac{5}{2}N^2 + 5N$$
$$-2NN_r + 8bN_rN - 4bN_r + 28bN - 2b \ (flop) \qquad (3.43)$$

Như vậy, các bộ tách tín hiệu được đề xuất có cùng bậc phức tạp với các bộ tách tín hiệu tuyến tính, tức là độ phức tạp bậc 3 theo  $N, \mathcal{O}(N^3)$ . Đây là bậc phức tạp thấp, phù hợp để sử dụng trong các hệ thống Massive MIMO.



**Hình 3.8:** Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, BLAST, ZF-GGDex, ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD khi  $N_r = N = [60: 20: 200]$ 

Hình 3.8 mô tả độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, BLAST truyền thống và của các bộ tách tín hiệu đề xuất (ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD) với các cấu hình khác nhau của hệ thống là  $N_r = N =$  [60 : 20 : 200]. Quan sát kết quả trong Hình 3.8 ta thấy các bộ tách được đề xuất có độ phức tạp gần bằng nhau và nhỏ hơn rất nhiều so với bộ tách BLAST. Khi số ăng ten được trang bị trong hệ thống càng cao thì độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD có xu hướng cao hơn bộ tách MMSE truyền thống. Sự phức tạp tính toán cao hơn này là cái giá để đạt được phẩm chất lỗi bít rất cao như kết quả mô phỏng trong Mục 3.2.4. Kết quả so sánh trong Hình 3.8 cũng cho thấy các bộ tách tín hiệu dựa trên thuật toán PGD có độ phức tạp tính toán cao hơn so với bộ tách ZF-GGDex.

#### 3.2.4. So sánh phẩm chất lỗi bít

Phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu ZF-PGD, QRD-PGD, SQRD-PGD, ZF-GGDex, SQRD-GGDex, các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, SQRD và BLAST truyền thống được trình bày trong Hình 3.9 và Hình 3.10. Các thông số mô phỏng được thiết lập giống như trong Mục 3.1.5 ngoại trừ cấu hình ăng ten của hệ thống (tức là  $N_r$ , K và  $N_T$ ).

Chương trình mô phỏng khảo sát 02 cấu hình hệ thống như sau: 1)  $N_r =$ 64, K = 16,  $N_T = 4$  và  $N_r = 128$ , K = 32,  $N_T = 4$ . Kết quả mô phỏng cho ta thấy khi SNR đủ lớn thì các bộ tách ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD cải thiện đáng kể phẩm chất lõi bít so với các bộ tách ZF, QRD và SQRD truyền thống. Cụ thể là: Bộ tách ZF-PGD đạt được phẩm chất BER bằng với phẩm chất của bộ tách MMSE cho cả hai cấu hình hệ thống được chọn. Tại BER=10<sup>-4</sup>, bộ tách QRD-PGD và SQRD-PGD lần lượt thu được độ lợi về SNR lớn hơn 8 dB và 15, 5 dB so với bộ tách MMSE truyền thống. Khi



**Hình 3.9:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, SQRD, BLAST, ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-PGD,QRD-PGD và SQRD-PGD khi $N_r=64,\ K=16,\ N_T=4,\ 4\text{-}QAM$ 



**Hình 3.10:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, SQRD, BLAST, ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD khi  $N_r = 128, K = 32, N_T = 4, 4$ -QAM

này xấp xỉ 6, 5 dB và 14 dB. Kết quả mô phỏng cũng cho ta thấy thuật toán PGD cho phép các bộ tách tín hiệu ZF-PGD và QRD-PGD đạt được phẩm chất BER gần như tương đồng với bộ tách ZF-GGDex. Tương tự như vậy, SQRD-GGDex và SQRD-PGD cũng có phẩm chất BER gần như nhau. Trong số các bộ tách tín hiệu được khảo sát thì BLAST cho phép hệ thống thu được phẩm chất lỗi bít tốt nhất, tại BER= $10^{-4}$  bộ tách BLAST thu được độ lợi khoảng 3, 7 dB so với bộ tách SQRD-PGD. Tuy nhiên, độ phức tạp quá lớn làm cho khả năng ứng dụng bộ tách BLAST trong các hệ thống Massive MIMO thực tế là không khả thi.

### 3.3. Kết luận

Chương này đề xuất hai thuật toán tách tín hiệu theo nhóm là Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGDex và Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song PGD. Trên cơ sở hai thuật toán này, Luận án xây dựng và đề xuất 7 bộ tách tín hiệu mới có tên gọi lần lượt là ZF-GGDex, SQRD-GGDex, ZF-Presorted GGDex, SQRD-Presorted GGDex, ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD. Kết quả phân tích độ phức tạp và mô phỏng BER cho thấy các bộ tách tín hiệu được đề xuất có độ phức tạp tương đương và phẩm chất lỗi bít cao hơn đáng kể so với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống. Chính vì vậy, các bộ tách tín hiệu này phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống Massvie MIMO.

## Chương 4

## XÂY DỰNG CÁC BỘ TÁCH TÍN HIỆU CÓ SỰ Hỗ TRỢ CỦA RÚT GỌN DÀN

Phần đầu của chương này trình bày khái quát kỹ thuật tách tín hiệu có sự trợ giúp của kỹ thuật rút gọn dàn. Trên cơ sở đó, luận án đề xuất các bộ tách tín hiệu tuyến tính có sự trợ giúp của kỹ thuật rút gọn dàn ELR (Element Based Lattice Reduction) cho hệ thống Massive MIMO hoạt động trong điều kiện kênh truyển chịu ảnh hưởng của cả pha-đinh phạm vi rộng và pha-đinh phạm vi hẹp. Tiếp theo, kỹ thuật rút gọn dàn ELR được kết hợp với các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng và tách tín hiệu theo nhóm song song nhằm cải thiện phẩm chất lỗi bít của hệ thống. Dựa trên các mô hình kết hợp này, Luận án đề xuất các bộ tách tín hiệu mới gồm MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB. Cuối cùng là phân tích độ phức tạp tính toán và phẩm chất lỗi bít của tất cả các bộ tách tín hiệu đề xuất. Những nội dung trình bày trong chương này được công bố trong các công trình số 5 và số 6.

## 4.1. Ý tưởng đề xuất

Xuất phát từ nhược điểm của các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GGDex và PGD) là đặc tính thống kê bậc hai của thành phần tạp âm trong các hệ thống con của bị biến đổi gây ra hiện tượng suy giảm phẩm chất BER của hệ thống. Nghiên cứu sinh nhận thấy nếu ảnh hưởng của thành phần tạp âm này được loại trừ thì phẩm chất BER cho bởi các thuật toán này sẽ được cải thiện. Rút gọn cơ sở dàn (lattice basis reduction) thường được gọi ngắn gọn là rút gọn dàn (LR: Lattice Reduction) là một trong các giải pháp rất hữu ích làm giảm sự ảnh hưởng của tạp âm. Khi kỹ thuật LR được sử dụng thì ảnh hưởng của tạp âm và nhiễu trong hệ thống gần như bị triệt tiêu hoàn toàn nên phẩm chất BER của hệ thống được cải thiện rõ rệt [64]. Chính vì thế, nghiên cứu kết hợp một cách hợp lý các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm với các kỹ thuật rút gọn dàn là vấn đề nghiên cứu khả thi để cải thiện phẩm chất tách tín hiệu của hệ thống. Các ưu điểm của mô hình kết hợp các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm và rút gọn dàn được tóm tắt ngắn gọn như sau:

- Các bộ tách tín hiệu xây dựng trên các mô hình kết hợp các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm và LR có phẩm chất lỗi bít cao do kế thừa được toàn bộ các ưu điểm của tách tín hiệu theo nhóm và LR.
- Bằng cách sử dụng thuật toán rút gọn dàn có độ phức tạp thấp, các bộ tách tín hiệu được đề xuất trong chương này có cùng bậc phức tạp tính toán với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống nên phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống Massive MIMO.

# 4.2. Tổng quan về tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn4.2.1. Định nghĩa dàn và rút gọn dàn

Dàn  $\mathcal{L}$  có kích thước  $N_r$  được định nghĩa là tập hợp tất cả các tổ hợp tuyến tính nguyên các véc tơ cột của ma trận **U** có kích thước  $N_r \times N$  như

sau [66]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L} \left( \mathbf{U} \right) = \left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i \mathbf{u}_i, \, a_i \in \mathbb{Z} \right\}, \tag{4.1}$$

trong đó tập hợp các véc tơ cột của  $\mathbf{U}$ ,  $\{\mathbf{u}_i, i = 1, 2, ..., N\}$ , được gọi là cơ sở của dàn  $\mathcal{L}$ . Nhìn chung, một dàn  $\mathcal{L}$  có thể được tạo ra từ nhiều cơ sở hoặc ma trận khác nhau nhưng chúng đều có chung một định thức [64].

Rút gọn gọn dàn LR là phép biến đổi một cơ sở cho trước **U** thành một cơ sở mới  $\mathbf{U}^{(LR)}$  mà trong đó các cột của nó trực giao từng cặp tốt hơn trong **U** mà không làm biến đổi dàn [66]. Mối quan hệ giữa  $\mathbf{U}^{(LR)}$  và **U** xác định bởi [34,64,66]:

$$\mathbf{U}^{(LR)} = \mathbf{UT},\tag{4.2}$$

với **T** là ma trận đơn modula (unimodular matrix) có định thức  $det(\mathbf{T}) = \pm 1$ và các phần tử của **T** và  $\mathbf{T}^{-1}$  nhận các giá trị nguyên. Ma trận **T** được xác định bằng cách áp dụng các thuật toán rút gọn dàn cho ma trận **U**. Thuật toán rút gọn giàn LLL (Lenstra Lenstra Lovász) được các tác giả đề xuất trong [67] là thuật toán LR khá phổ biến thực hiện rút gọn cơ sở **U** thực bằng phương pháp trực giao Gram-Schmidt. Sau đó, các thuật toán LR thực hiện trực tiếp trên cơ sở phức đã được đề xuất như thuật toán LLL phức (Complex LLL) [68], thuật toán SA (Seysen's Algorithm) [69–71] và thuật toán ELR (Element based Lattice Reduction) [66]. Trong các thuật toán nêu trên, ELR là thuật toán xác định  $\mathbf{U}^{(LR)}$  có các cột trực giao từng cặp tốt nhất với độ phức tạp tính toán khá thấp, phù hợp để áp dụng cho các cơ sở có kích thước rất lớn. Chính vì thế, Luận án sử dụng ELR dễ xây dựng các bộ tách tín hiệu cho hệ thống Massive MIMO có hệ số tải cao như trình bày trong các mục tiếp theo của chương này.
#### 4.2.2. Tách tín hiệu tuyến tính có sự hỗ trợ của rút gọn dàn

Xét đường lên hệ thống Massive MIMO trong (1.6) (tức  $\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ ). Từ định nghĩa dàn ta dễ dàng nhận thấy nếu bỏ qua thành phần tạp âm,  $\mathbf{n}$ , thì  $\mathbf{U}\mathbf{x}$  được xem như dàn  $\mathcal{L}$  với cơ sở  $\mathbf{U}$  được tổ hợp tuyến tính bởi tập các số nguyên là các phần tử của  $\mathbf{x}$ . Vì phép biến đổi  $\mathbf{U}$  để thu được  $\mathbf{U}^{(LR)}$ trực giao hơn mà không làm biến đổi dàn  $\mathcal{L}$  nên kỹ thuật LR có thể áp dụng cho các bộ tách sóng nhằm cải thiện phẩm chất BER của hệ thống. Phương pháp tách tín hiệu sử dụng kỹ thuật LR được gọi là tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn (LRA: Lattice Reduction Aided). Để tách tín hiệu LRA, ta viết lại phương trình mô tả hệ thống (1.6) như sau:

$$y = Ux + n$$
  
= UTT<sup>-1</sup>x + n  
= U<sup>(LR)</sup>c + n, (4.3)

trong đó  $\mathbf{c} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$  và  $\mathbf{U}^{(LR)} = \mathbf{UT}$ . Dựa vào mô hình hệ thống mới trong (4.3), ta ước lượng  $\hat{\mathbf{c}}$  bằng cách sử dụng các phương pháp tách tín hiệu MIMO truyền thống phù hợp. Sau đó, ta dùng  $\hat{\mathbf{c}}$  để tính lại  $\hat{\mathbf{x}}$ . Giả sử phương pháp tách tín hiệu tuyến tính được sử dụng thì  $\mathbf{c}$  được ước lượng như sau:

$$\widetilde{\mathbf{c}} = \mathbf{W}^{(LR)} \mathbf{y},\tag{4.4}$$

trong đó  $\mathbf{W}^{LR}$  là ma trận trọng số của bộ tách tín hiệu tuyến tính trong miền LR và được xác định bởi (Phụ lục A):

$$\mathbf{W}^{(LR)} = \begin{cases} \left(\mathbf{U}^{(LR)^{H}}\mathbf{U}^{(LR)}\right)^{-1}\mathbf{U}^{(LR)^{H}}, & ZF\\ \left(\mathbf{U}^{(LR)^{H}}\mathbf{U}^{(LR)} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{T}^{H}\mathbf{T}\right)^{-1}\mathbf{U}^{(LR)^{H}}, & MMSE \end{cases}$$
(4.5)

Lưu ý rằng, các phần tử của  $\mathbf{T}^{-1}$  là các số nguyên và  $\mathbf{x}$  gồm các phần tử phức có phần thực và phần ảo là các số nguyên nên các phần tử của  $\mathbf{c} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ cũng là các số phức với phần thực và phần ảo là các số nguyên. Vì thế, thao tác lượng tử hóa các phần tử của  $\mathbf{\tilde{c}}$  chính là phép làm tròn phần thực và phần ảo của chúng đến số nguyên gần nhất. Để thao tác lượng tử hóa được chính xác thì yêu cầu cần thiết là các phần tử của  $\mathbf{c}$  phải nằm trong tập hợp gồm các số nguyên liên tiếp. Do vậy, nếu các tín hiệu phát  $\mathbf{x}$  được điều chế M-QAM, biểu diễn bởi tập các số nguyên không liên tục, thì chúng cần được dịch chuyển và lấy tỉ lệ (Shift and Scaling) [34, 64, 66]. Gọi m = log(M),  $\alpha = 1/2$ ,  $\eta = (m-1)(1+j)/2$  và thực hiện dịch chuyển và lấy tỉ lệ đối với  $\mathbf{x}$  như sau:  $\mathbf{\bar{x}} = \alpha \mathbf{x} + \eta$ . Khi đó, tín hiệu phát trong miền LR trở thành:

$$\bar{\mathbf{c}} = \mathbf{T}^{-1}\bar{\mathbf{x}} = \alpha \mathbf{c} + \eta \mathbf{T}^{-1}\mathbf{1}_N.$$
(4.6)

Dựa vào mối quan hệ trong công thức (4.6), quyết định cứng của các phần tử của véc tơ ước lượng  $\tilde{\mathbf{c}}$  trong (4.4) là:

$$\hat{\mathbf{c}} = \frac{1}{\alpha} \left( \left\lceil \alpha \widetilde{\mathbf{c}} + \eta \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_N \right\rfloor - \eta \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_N \right).$$
(4.7)

Khi  $\hat{\mathbf{c}}$  đã được xác định thì ta dễ dàng tính toán được giá trị ước lượng của  $\mathbf{x}$  là:

$$\widetilde{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\mathbf{\hat{c}}.$$
(4.8)

Cuối cùng  $\mathbf{\tilde{x}}$  tiếp tục được lượng tử hóa để thu được véc tơ tín hiệu tại đầu ra bộ tách tín hiệu là  $\mathbf{\hat{x}} = \mathcal{Q}(\mathbf{\tilde{x}})$ .

Từ tiến trình tách tín hiệu tuyến tính có sự hỗ trợ của rút gọn dàn nêu trên ta thấy lỗi tách tín hiệu xảy ra chủ yếu khi ước lượng  $\tilde{\mathbf{c}}$ , xác định bởi  $\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{c}} - \mathbf{c}$ . Sai số bình phương khi ước lượng các ký hiệu tín hiệu phát bởi các bộ tách tín hiệu tuyến tính trong miền LR là các phần tử thuộc đường chéo của ma trận hiệp phương sai lỗi,  $\Phi = \mathbb{E} \left[ \mathbf{e} \mathbf{e}^H \right]$ , xác định bởi công thức dưới đây.

$$\Phi = \begin{cases} \mathbf{T}^{-1} \left( \mathbf{U}^{H} \mathbf{U} \right)^{-1} \left( \mathbf{T}^{-1} \right)^{H}, & ZF - LRA \\ \mathbf{T}^{-1} \left( \mathbf{U}^{H} \mathbf{U} + \frac{1}{E_{s}} \mathbf{I}_{N} \right)^{-1} \left( \mathbf{T}^{-1} \right)^{H}, & MMSE - LRA \end{cases}$$
(4.9)

Như vậy, sai số ước lượng của tách tín hiệu tuyến tính trong miền LR phụ thuộc vào ma trận  $\mathbf{T}$  và bao hàm lỗi ước lượng của bộ tách tuyến tính thông thường trong công thức (1.14). Dễ thấy rằng nếu  $\mathbf{T}$  được xác định một cách hợp lý sao cho các phần tử trên đường chéo chính của  $\Phi$  giảm thì phẩm chất BER của hệ thống luôn được cải thiện. Trong công trình [66], các tác giả đã đề xuất thuật toán rút gọn dàn ELR có phẩm chất tốt và độ phức tạp khá thấp để xác định  $\mathbf{T}$  bằng cách tối thiểu các phần tử thuộc đường chéo chính của ma trận hiệp phương sai lỗi cho bởi bộ tách tín hiệu ZF truyền thống,  $\Phi = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1}$ . Thuật toán này gồm hai phiên bản đó là tối thiểu véc tơ dài nhất (SLV: Shortest Longest Vector) và tối thiểu cơ sở dài nhất (SLB: Shortest Longest Basis). Trong SLB, ma trận  $\mathbf{T}$  được xác định sau khi rút gọn tất cả các phần tử thuộc đường chéo chính của  $\Phi$  trong khi đó SLV chỉ tối thiểu duy nhất một phần tử có giá trị lớn nhất thuộc đường chéo chính của  $\Phi$ . Phương pháp rút gọn dàn bằng thuật toán ELR được trình bày chi tiết trong **Phụ lục B** và tóm tắt trong Bảng 4.1.

Các bộ tách tín hiệu tuyến tính trong miền LR sử dụng thuật toán SLV và SLB được đặt tên lần lượt là ZF-SLV, MMSE-SLV, ZF-SLB và MMSE-SLB.

Hình 4.1 biểu diễn hàm ECDF trong  $10^3$  vòng lặp của bộ tách MMSE có và không có sự hỗ trợ của rút gọn dàn SLV áp dụng cho hai cấu hình hệ

Bảng 4.1: Thuật toán rút gọn dàn ELR

Dầu vào: U Dầu ra: U<sup>(LR)</sup>, T 1: Khởi tạo  $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U}; \mathbf{T}' = \mathbf{I}_N; \Phi = \left(\tilde{\mathbf{U}}^H \tilde{\mathbf{U}}\right)^{-1}$ . 2: Do 3: Tìm chỉ số j sao cho  $\Phi_{j,j}$  là giá trị lớn nhất trong N giá trị của  $\Phi$  % SLV 4: Tìm chỉ số j sao cho  $\Phi_{j,j}$  là giá trị lớn nhất của  $\Phi$  có thể rút gọn được % SLB 5:  $\lambda_{i,j} = -\left[\frac{\Phi_{i,j}}{\Phi_{i,i}}\right], \forall i \neq j$ 6: Tính  $\Delta_{i,j} = -|\lambda_{i,j}|^2 \Phi_{i,i} - \lambda_{i,j}^* \Phi_{i,j} - \lambda_{i,j} \Phi_{i,j}^*$  và chọn  $i = \arg \max_{i=1:L; i\neq j} \Delta_{i,j}$ 7: If  $\max_{i=1:N; i\neq j} \Delta_{i,j} = 0$  nhảy tới (13) 8: If  $\Delta_{i,j} = 0, \forall i, j = 1 : N$  nhảy tới (13)% SLB 9:  $\mathbf{t}'_j = \mathbf{t}'_j + \lambda_{i,j} \mathbf{t}'_i; \% \mathbf{t}'_j$  is jth column of  $\mathbf{T}'$ 10:  $\phi_j = \phi_j + \lambda_{i,j} \phi_i; \% \phi_j$  là cột thứ jth của  $\Phi$ 11:  $\phi^j = \phi^j + \lambda_{i,j} \phi^i; \% \phi^j$  là hàng thứ jth của  $\Phi$ 12: While (true) 13:  $\mathbf{T}_1 = \left(\mathbf{T}'^{-1}\right)^H; \mathbf{U}^{(LR)} = \widetilde{\mathbf{U}}\mathbf{T}_1$ 

thống là  $N_r = N = 64$  và  $N_r = N = 128$ . Kết quả mô tả trong Hình 4.1 cho thấy lỗi ước lượng lớn nhất ứng với ký hiệu thứ j (tức  $\Phi_{j,j}$ ) luôn được giảm thiểu đáng kể khi có sự hỗ trợ của kỹ thuật rút gọn dàn SLV. Kết quả là phẩm chất BER của bộ tách MMSE-SLV được cải thiện đáng kể so với bộ tách MMSE truyền thống. Tuy nhiên, do kích thước của hệ thống không thay đổi khi chuyển sang miền LR nên hệ số tải của hệ thống cũng không thay đổi. Do đó, phẩm chất BER cho bởi các hệ thống có hệ số tải cao bị hạn chế dù cho các phương pháp tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn được sử dụng. Để khắc phục nhược điểm này, Luận án đề xuất kết hợp các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm với kỹ thuật rút gọn dàn SLV và SLB nhằm khai thác tất cả các ưu điểm và khắc phục các nhược điểm của các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm và ELR như trình bày trong các Mục 4.3 và 4.4 dưới đây.



**Hình 4.1:** ECDF của  $max (\Phi_{j,j})$  trong  $10^3$  vòng lặp cho bởi bộ tách tín hiệu MMSE khi có và không có sự hỗ trợ của SLV với hai cấu hình hệ thống  $N_r = N = 64$  và  $N_r = N = 128$ ; Kênh truyền được thiết lập bởi  $p_{u/\sigma^2} = 20dB$ ,  $d_0 = 100m$ ,  $100m \le d_i \le 990m$ ,  $\sigma_{Shadow}^2 = 8dB$ , 4QAM và  $\gamma = 3,5$ 

# **4.3. Xây dựng bộ tách MMSE trên mô hình kết hợp GGD-SLV***4.3.1. Thuật toán GGD*

Chương 3 đã trình bày thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng xây dựng trên hệ thống mở rộng tương đương cho phẩm chất lỗi bít cao và độ phức tạp tính toán phù hợp với các hệ thống kích thước lớn như Massive MIMO. Thuật toán này cũng có thể xây dựng trực tiếp trên hệ thống (1.6) để giảm độ phức tạp tính toán bởi vì kích thước của ma trận kênh truyền **U** nhỏ hơn nhiều so với ma trận kênh truyền mở rộng  $\mathbf{U}_{ex}$  trong (3.2). Kế thừa kết quả trong chương 3, Thuật toán tách tín hiệu theo nhóm tổng quát xây dựng trực tiếp trên hệ thống (1.6) (gọi tắt là thuật toán GGD) được trình bày trong Hình 4.2 gồm 4 bước cơ bản sau đây:



Hình 4.2: Sơ đồ khối thuật toán tách tín hiệu theo nhóm suy rộng GGD

- Bước 1: Sắp xếp lại các cột của ma trận kênh truyền U trong (1.6) và thu được ma trận  $\mathbf{U}_s$  thỏa mãn  $\|\mathbf{u}_s^{(1)}\|^2 \leq \|\mathbf{u}_s^{(2)}\|^2 \leq \cdots \leq \|\mathbf{u}_s^{(N)}\|^2$  và véc tơ hoán vị **p**.
- Bước 2: Tạo L hệ thống con và ước lượng các ký hiệu đã phát ứng với các hệ thống con ấy.
- Bước 3: Sắp xếp các ký hiệu đã được ước lượng từ các hệ thống con để tạo ra véc tơ tín hiệu ước lượng toàn cục x<sub>s</sub>.
- Bước 4: Sắp xếp lại thứ tự các phần tử của  $\mathbf{\hat{x}}_s$  theo véc tơ hoán vị  $\mathbf{p}$ .

Các bước kể trên được tiến hành hoàn toàn tương tự như trong Mục 3.1. Do thuật toán GGD được xây dựng trực tiếp trên hệ thống (1.6) nên ta cần chú ý một số điểm sau đây:

Lưu ý 1: Các ma trận kênh truyền  $\widetilde{\mathbf{G}}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times l_a}$ ,  $l_a = N/L$ , và véc tơ tín hiệu thu  $\widetilde{\mathbf{y}}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ ứng với hệ thống con thứ k, k = 1, 2, ..., L, tạo ra ở

Bước 2 trong thuật toán GGD được xác định như sau:

$$\widetilde{\mathbf{G}}_{k} = \begin{cases} \mathbf{P}_{k}\mathbf{G}_{k}, & k < L \\ \mathbf{G}_{L}, & k = L \end{cases}, \qquad (4.10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{k}\mathbf{W}, & k < L \\ \mathbf{Q}_{L}, & k = L \end{cases}$$

$$\widetilde{\mathbf{y}}_{k} = \begin{cases} \mathbf{P}_{k} \mathbf{y}_{k}, & k < L \\ \mathbf{y}_{L}, & k = L \end{cases},$$
(4.11)

trong đó  $\mathbf{G}_{k} = \mathbf{U}_{s}(:, (k-1)l_{a}+1:kl_{a}), \mathbf{P}_{k} = (\mathbf{I}_{N_{r}} - \mathbf{G}^{(k)}\mathbf{G}^{(k)\dagger}), \mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{U}_{s}(:, kl_{a}+1:N)$  và  $\mathbf{y}_{k} = \mathbf{y}_{k-1} - \mathbf{G}_{k-1}\mathbf{\hat{s}}_{k-1}.$ 

Lưu ý 2: Ta có thể sử dụng các bộ tách tín hiệu MIMO truyền thống như các bộ tách tín hiệu tuyến tính trong hệ thống con thứ k (ứng với ma trận kênh truyền  $\widetilde{\mathbf{G}}_k$  và véc tơ tín hiệu thu  $\widetilde{\mathbf{y}}_k$ ) để ước lượng  $\widetilde{\mathbf{s}}_k \in \mathbb{C}^{l_a \times 1}$ . Tuy nhiên, ma trận trọng số chính xác của bộ tách MMSE,  $\mathbf{W} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_k^H \widetilde{\mathbf{G}}_k + \frac{1}{E_s} \mathbf{P}_k^H \mathbf{P}_k\right)^{-1} \widetilde{\mathbf{G}}_k^H$ , không thể thực hiện bởi vì thành phần  $\left(\widetilde{\mathbf{G}}_k^H \widetilde{\mathbf{G}}_k + \frac{1}{E_s} \mathbf{P}_k^H \mathbf{P}_k\right)$  gần đơn điệu. Khi đó, ta xấp xỉ ma trận trọng số,  $\mathbf{W}$ , thành  $\mathbf{W} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_k^H \widetilde{\mathbf{G}}_k + \frac{1}{E_s} \mathbf{I}_N\right)^{-1} \widetilde{\mathbf{G}}_k^H$ . Do đó,  $\widetilde{\mathbf{s}}_k$  và ma trận hiệp phương sai lỗi khi ước lượng  $\widetilde{\mathbf{s}}_k$  (ký hiệu là  $\Phi_k$ ) được xác định như sau:

$$\widetilde{\mathbf{s}}_k \approx \left(\widetilde{\mathbf{G}}_k^H \widetilde{\mathbf{G}}_k + \frac{1}{E_s} \mathbf{I}_N\right)^{-1} \widetilde{\mathbf{G}}_k^H \widetilde{\mathbf{y}}_k,$$
(4.12)

$$\Phi_k = \left( \widetilde{\mathbf{G}}_k^H \widetilde{\mathbf{G}}_k + \frac{1}{E_s} \mathbf{I}_N \right)^{-1}.$$
(4.13)

Lưu ý 3: Thuật toán GGD tạo ra các hệ thống con dựa trên hệ thống (1.6) nên hệ số tải của các hệ thống con trong GGD là  $\beta_k = l_a/N_r$ . Các hệ số tải này lớn hơn nhiều so với trong thuật toán GGDex (tức  $l_a/(N_r + N))$ nên phẩm chất lỗi bít cho bởi thuật toán GGD thấp hơn đáng kể so với các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm mở rộng đề xuất trong chương 3. Kết hợp GGD với SLV một cách hợp lý là giải pháp khả quan để khắc phục nhược điểm này.

#### 4.3.2. Bộ tách tín hiệu MMSE- GGD-SLV

Về lý thuyết, ta có thể áp dụng các bộ tách tín hiệu tuyến tính có sự hỗ trợ của thuật toán rút gọn dàn SLV, ví dụ như MMSE-SLV, cho tất cả các hệ thống con ở Bước 2 trong thuật toán GGD để cải thiện mạnh phẩm chất BER của hệ thống như sau:

Trước hết, biến đổi hệ thống con thứ k, k = 1, 2, ..., L, tương tự như trong công thức (4.3) ta có:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_k = \widetilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{T}_k \mathbf{T}_k^{-1} \mathbf{s}_k + \widetilde{\mathbf{n}}_k = \widetilde{\mathbf{G}}_k^{(LR)} \mathbf{c}_k + \widetilde{\mathbf{n}}_k, \qquad (4.14)$$

trong đó  $\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)} = \widetilde{\mathbf{G}}_{k} \mathbf{T}_{k}$ ,  $\mathbf{c}_{k} = \mathbf{T}_{k}^{-1} \mathbf{s}_{k}$  và  $\mathbf{T}_{k}$  là ma trận đơn modula thu được khi thực hiện thuật toán SLV trên ma trận kênh truyền  $\widetilde{\mathbf{G}}_{k}$ . Tiếp theo, khôi phục  $\mathbf{c}_{k}$  bằng phương pháp tách tín hiệu MMSE trong hệ thống con (4.14) ta được:

$$\widetilde{\mathbf{c}}_{k} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)^{H}}\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{T}_{k}^{H}\mathbf{T}_{k}\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)^{H}}\widetilde{\mathbf{y}}_{k}.$$
(4.15)

Do đó, ma trận hiệp phương sai lỗi ứng với tầng tách tín hiệu thứ k là:

$$\Phi_{k} = \mathbf{T}_{k}^{-1} \left( \widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{H} \widetilde{\mathbf{G}}_{k} + \frac{1}{E_{s}} \mathbf{I}_{l_{a}} \right)^{-1} \left( \mathbf{T}_{k}^{-1} \right)^{H}.$$
(4.16)

Tiếp theo, tín hiệu ước lượng  $\widetilde{\mathbf{c}}_k$ được quyết định cứng như sau:

$$\hat{\mathbf{c}}_{k} = \frac{1}{\alpha} \left( \left\lceil \alpha \widetilde{\mathbf{c}}_{k} + \eta \mathbf{T}_{k}^{-1} \mathbf{1}_{l_{a}} \right\rfloor - \eta \mathbf{T}_{k}^{-1} \mathbf{1}_{l_{a}} \right).$$
(4.17)

Cuối cùng, ta sử dụng  $\mathbf{T}_k$  để ước lượng  $\mathbf{\widetilde{s}}_k$ :  $\mathbf{\widetilde{s}}_k = \mathbf{T}_k \hat{\mathbf{c}}_k$ .

Khi áp dụng phương pháp tách tín hiệu MMSE-SLV cho tất cả các tầng tách tín hiệu trong GGD như trên sẽ làm cho độ phức tạp tính toán của bộ

tách tín hiệu tăng cao. Hơn nữa, do kênh truyền đã được sắp xếp trước khi xây dựng các hệ thống con nên lỗi ước lượng trong các hệ thống con là không giống nhau và hiệu quả tách tín hiệu MMSE-SLV trên các hệ thống con cũng khác nhau. Bỏ qua ảnh hưởng của hiện tượng truyền lỗi giữa các tầng tách tín hiệu trong GGD, Luận án khảo sát tổng lỗi trung bình của các nhóm cho bởi bộ tách tín hiệu MMSE truyền thống và hiệu quả sử dụng kỹ thuật SLV trong các hệ thống con như sau:

Hình 4.3 mô tả tổng lỗi trung bình cho bởi các hệ thống con trong thuật toán GGD, tức là trace  $(\Phi_k)$ , k = 1, 2, ..., 4, khi  $N_r = N = 64$ , L = 4, kênh truyền được tạo ra bởi các thông số được thiết lập chính xác như trong Hình 4.1. Kết quả biểu diễn trên Hình 4.3 cho thấy khi SNR đủ nhỏ thì lỗi ước lượng lớn nhất xảy ra với hệ thống con đầu tiên trong khi các hệ thống con còn lại có lỗi ước lượng là không đáng kể.



**Hình 4.3:** Tổng lỗi trung bình của từng nhóm trong 10<sup>4</sup> lần thay đổi kênh truyền khi  $N_r = N = 64, L = 4, p_{u/\sigma^2} = 20dB, d_0 = 100m, 100m \le d_i \le 990m, \sigma_{Shadow}^2 = 8dB, \gamma = 3, 5, 4$ -QAM



**Hình 4.4:** ECDF của  $max(\Phi_{k_{j,j}})$  cho bởi phương pháp tách sóng MMSE trong  $10^3$  vòng lặp khi có và không có sự hỗ trợ của rút gọn dàn SLV đối với cấu hình hệ thống  $N_r = N = 64, L = 4, p_{u/\sigma^2} = 20dB, d_0 = 100m, 100m \le d_i \le 990m, \sigma_{Shadow}^2 = 8dB, \gamma = 3, 5, 4$ -QAM

Hiệu quả tách tín hiệu MMSE-SLV so với MMSE trong các hệ thống con được khảo sát dựa vào phần tử có giá trị lớn nhất thuộc đường chéo chính của các ma trận hiệp phương sai lỗi trong các công thức (4.13) và (4.16) (tức  $max (\Phi_{k_{j,j}})$ ). Hàm ECDF của  $max (\Phi_{k_{j,j}})$  với  $N_r = N = 64$  và L = 4trong Hình 4.4 cho ta thấy phương pháp tách tín hiệu MMSE-SLV đã cải thiện đáng kể phẩm chất lỗi bít của hệ thống con đầu tiên và giảm dần cho các tầng tách tín hiệu kế tiếp. Đặc biệt là phẩm chất tách tín hiệu ở các tầng tách tín hiệu cuối cùng của phương pháp tách tín hiệu MMSE truyền thống và MMSE-SLV gần như không đổi.

Từ những kết quả phân tích trên cho ta thấy trong bộ tách MMSE-GGD-SLV thì kỹ thuật tách tín hiệu MMSE-SLV chỉ nên áp dụng cho hệ thống con thứ nhất, trong khi các tầng tách tín hiệu còn lại sử dụng kỹ thuật tách tín hiệu MMSE thông thường. Tiến trình tách tín hiệu của bộ tách tín hiệu MMSE-GGD-SLV được nghiên cứu sinh tóm tắt trong Bảng 4.2.

Bảng 4.2: Thuật toán tách tín hiệu MMSE-GGD-SLV

Đầu vào: y,U, $K$ , $N_T$ , $L$ Đầu ra: $\hat{x}$	
1:	$\text{Dăt } N = K N_T \text{ và } l_a = N/L.$
2:	Sắp xếp các cột của ma trận kênh truyền, $\mathbf{U}$ , để xác định $\mathbf{U}_{\mathbf{s}}$ và véc tơ hoán vị $\mathbf{p}$ .
3:	Đặt $\mathbf{G}_L = \mathbf{U}_{\mathbf{s}}(:, (L-1)  l_a + 1 : N);  \mathbf{y}_1 = \mathbf{y}.$
4:	for $k = 1$ : L do
5:	if $k < L$ then
6: 7:	Định nghĩa $\mathbf{G}_k = \mathbf{U}_{\mathbf{s}}(:, (k-1)l_a+1:kl_a); \mathbf{G}^k = \mathbf{U}_{\mathbf{s}}(:, kl_a+1:N);$ Tính $\mathbf{G}^{k\dagger} = (\mathbf{G}^{(k)H}\mathbf{G}^k)^{-1}\mathbf{G}^{(k)H}; \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^k\mathbf{G}^{(k)\dagger}).$
8:	Tạo hệ thống con thứ $k$ trong đó ma trận kênh truyền và véc tơ tín hiệu thu của nó được
	xác định bởi $\mathbf{\widetilde{G}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{G}_k;  \mathbf{\widetilde{y}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k.$
9:	$\mathbf{if} \ k = 1 \ \mathbf{then}$
10:	Khôi phục $\mathbf{s}_k$ bằng cách sử dụng phương pháp tách tín hiệu MMSE-SLV đối với hệ
	thống con thứ $k$ .
11:	else
12:	Tách $\mathbf{s}_k$ bằng cách sử dụng phương pháp tách tín hiệu MMSE truyền thống đối với hệ
	thống con thứ $k$ .
13:	end if
14:	Triệt ảnh hưởng của $\hat{\mathbf{s}}_k$ để tạo hệ thống con kế tiếp như sau: $\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k - \mathbf{G}_k \hat{\mathbf{s}}_k$
15:	else
16:	Khôi phục $\hat{\mathbf{s}}_L$ bằng cách sử dụng phương pháp tách tín hiệu MMSE truyền thống đối với
	hệ thống con thứ $L$ : $\widetilde{\mathbf{y}}_{(L)} = \mathbf{y}_L$ và $\widetilde{\mathbf{G}}_L = \mathbf{G}_L$ .
17:	end if
18:	end for
19:	Sắp xếp các ký hiệu đã được ước lượng trong các hệ thống con như sau: $\hat{\mathbf{x}_s}$ =
	$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1^T & \hat{\mathbf{s}}_2^T & \cdots & \hat{\mathbf{s}}_L^T \end{bmatrix}^T.$
20:	Sắp xếp lại các phần tử của $\hat{\mathbf{x}}_s$ theo véc tơ hoán vị $\mathbf{p}$ : $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}_s(\mathbf{p},:)$

4.3.3. Phân tích độ phức tạp

# a) Độ phức tạp tính toán của bộ tách tín hiệu MMSE-SLV:

Độ phức tạp tính toán của bộ tách tín hiệu MMSE-SLV,  $C_{MMSE-SLV}$ , được xác định như sau:

$$C_{MMSE-SLV} = C_{new} + C_{SLV}, \qquad (4.18)$$

trong đó  $C_{new}$  là số flop cần thiết để thực hiện tách tín hiệu MMSE trong

miền LR;  $C_{SLV}$  là ký hiệu độ phức tạp của thuật toán SLV.

Lưu ý rằng kích thước của hệ thống không thay đổi khi chuyển sang miền LR. Hơn nữa, phương pháp tách tín hiệu MMSE trong miền LR chỉ khác bộ tách MMSE truyền thống bởi thành phần  $\frac{1}{E_s}\mathbf{T}^H\mathbf{T}$  trong công thức (4.5), ứng với độ phức tạp là  $12N^2 - 2N + 1$  flop. Mặt khác, thao tác quyết định cứng  $\hat{\mathbf{c}}$  trong (4.7) và xác định  $\tilde{\mathbf{x}}$  trong (4.8) lần lượt cần  $4N^2 + 6N$  và  $8N^2 - 2N$ flop. Vì thế, số flop cần thiết của  $C_{new}$  là:

$$C_{new} = C_{MMSE} + 24N^2 + 2N + 1$$
  
=  $8N^3 + 16N^2N_r + 22N^2 + 6NN_r + 2N + 1.$  (4.19)

Dựa vào Thuật toán SLV trong Bảng 4.1 ta tính độ phức tạp của hoạt động rút gọn dàn,  $C_{SLV}$ , như sau: Tính  $\Phi = \left(\widetilde{\mathbf{U}}^H \widetilde{\mathbf{U}}\right)^{-1}$ cần thực hiện  $8N^3 + 8N^2N_r - 2N^2$  flop; Xác định  $\lambda_{i,k}$  và  $\Delta_{i,k}$  lần lượt có độ phức tạp là 4 và 10 flop, cập nhật  $\Phi$  và  $\mathbf{T}'$ cần tổng cộng 24N flop. Thêm vào đó, tính  $\left(\mathbf{T}'^{-1}\right)^H$ và  $\mathbf{U}^{(LR)} = \widetilde{\mathbf{U}}\mathbf{T}$  có độ phức tạp tính toán lần lượt là  $8N^3$  và  $8N^2N_r - 2NN_r$ flop. Gọi  $C_{\lambda}$ ,  $C_{\Delta}$  và  $C_{update}$  là số lần tính toán trung bình của  $\lambda_{i,k}$ ,  $\Delta_{i,k}$  và số lần cập nhật để thực hiện thành công thuật toán ELR. Khi đó, số flop cần thiết của  $C_{SLV}$  là:

$$C_{SLV} = 16N^3 + 16N^2N_r - 2N^2 - 2NN_r + 4C_\lambda + 10C_\Delta + 24NC_{update}.$$
(4.20)

Thay (4.19) và (4.20) vào(4.18) ta xác định được độ phức tạp tính toán của bộ tách MMSE-SLV như sau:

$$C_{MMSE-SLV} = 24N^3 + 32N^2N_r + 20N^2 + 4NN_r + 2N + 1$$
  
+ 4C<sub>\lambda</sub> + 10C<sub>\lambda</sub> + 24NC<sub>update</sub> (flop) (4.21)

#### b) Độ phức tạp của bộ tách MMSE-GGD-SLV:

Dựa vào Bảng 4.2, độ phức tạp của bộ tách sóng MMSE-GGD-SLV được xác định như sau:

$$C_{MMSE-GGD-SLV} = C_{Sort} + C_{Pre} + C_{Sub}, \qquad (4.22)$$

trong đó  $C_{Sort}$  là độ phức tạp của thao tác sắp xếp lại các cột của kênh truyền,  $C_{Pre}$  ký hiệu số flop cần thiết để tạo ra L hệ thống con ứng với Ltầng tách tín hiệu, và  $C_{Sub}$  là độ phức tạp của ước lượng các ký hiệu đã phát trong L hệ thống con. Lưu ý rằng, độ phức tạp cần thiết để sắp xếp các cột của một ma trận kích thước  $m \times n$  là  $\frac{1}{2}(n^2 + 16mn - 7n)$  flop nên ta có:

$$C_{Sort} = \frac{1}{2} \left( N^2 + 16N_r N - 7N \right) \ (flop). \tag{4.23}$$

Các thành phần còn lại trong công thức (4.22) được xác định như sau:

## \*. Tính $C_{Pre}$ :

Thực hiện tương tự như Mục 3.1.4, ta tính được  $C_{Pre}$  dựa vào mối quan hệ sau đây:

$$C_{Pre} = \sum_{k=1}^{L-1} \left[ C_{\mathbf{P}_{k}} + C_{\tilde{\mathbf{G}}_{k}} + C_{\tilde{\mathbf{y}}_{k}} + C_{\mathbf{y}_{k+1}} \right], \qquad (4.24)$$

trong đó  $C_{P_k}$ ,  $C_{C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k}}$ ,  $C_{C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k}}$  và  $C_{\mathbf{y}_{k+1}}$  lần lượt là độ phức tạp của các thao tác tính  $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I}_{N_r} - \mathbf{G}^k \mathbf{G}^{k\dagger})$ ,  $\widetilde{\mathbf{G}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{G}_k$ ,  $\widetilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k$  và  $\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k - \mathbf{G}_k \mathbf{\hat{s}}_k$  như sau:

$$C_{P_k} = 8a^3 + 16a^2N_r - 2a^2 - 2aN_r + 8aN_r^2 - 2N_r^2 + N_r \ (flop) \,, \quad (4.25)$$

$$C_{\widetilde{\mathbf{G}}_k} = 8N_r^2 l_a - 2N_r l_a \ (flop) \,, \tag{4.26}$$

$$C_{\widetilde{\mathbf{y}}_k} = 8N_r^2 - 2N_r \ (flop)\,, \tag{4.27}$$

$$C_{\mathbf{y}_{k+1}} = 8N_r l_a \ (flop) \,.$$
 (4.28)

Ở đây  $l_a = N/L$ ,  $a = N - kl_a$ . Thay (4.25), (4.26), (4.27) và (4.28) vào (4.24) ta thu được:

$$C_{Pre} = (L-1) \left( 8N_r^2 l_a + 6N_r^2 - N_r + 6N_r l_a \right) + \sum_{k=1}^{L-1} \left[ 8a^3 + 16a^2 N_r - 2a^2 - 2aN_r + 8aN_r^2 \right].$$
(4.29)

#### \*. Tính $C_{Sub}$ :

Độ phức tạp tính toán khi ước lượng các ký hiệu tín hiệu phát trong các hệ thống con,  $C_{Sub}$ , được xác định như sau:

$$C_{Sub} = C_{MMSE-SLV}^{(1)} + (L-1)C_{MMSE}^{(k)}, \qquad (4.30)$$

trong đó  $C_{MMSE-SLV}^{(1)}$  là độ phức tạp của tách tín hiệu MMSE-SLV trong hệ thống con đầu tiên và  $C_{MMSE}^{(k)}$ , k = 2, 3...L, là độ phức tạp của tách tín hiệu MMSE truyền thống trong tầng tách tín hiệu thứ k. Từ kết quả tính toán độ phức tạp của bộ tách MMSE-SLV trong (4.21) và của bộ tách MMSE truyền thống trong Bảng 1.2 ta có:

$$C_{MMSE-SLV}^{(1)} = 24l_a^3 + 32l_a^2N_r + 20l_a^2 + 4l_aN_r + 2l_a + 1 + 4C_{\lambda}^{(1)} + 10C_{\Delta}^{(1)} + 24l_aC_{update}^{(1)} (flop), \qquad (4.31)$$

$$C_{MMSE}^{(k)} = 8l_a^3 + 16l_a^2 N_r - 2l_a^2 + 6l_a N_r \ (flop) \,. \tag{4.32}$$

Cuối cùng, thay (4.31) và (4.32) vào (4.30) để xác định  $C_{Sub}$  và sau đó sử dụng mối quan hệ trong công thức (4.22) ta xác định được độ phức tạp của

bộ tách MMSE-GGD-SLV như sau:

$$C_{MMSE-GGD-SLV} = \frac{1}{2} \left( N^2 + 16N_r N - 7N \right) + (L-1) \left[ 8l_a^3 + 16l_a^2 N_r - 2l_a^2 + 6l_a N_r \right] + (L-1) \left( 8N_r^2 l_a + 6N_r^2 - N_r + 6N_r l_a \right) + \sum_{k=1}^{L-1} \left[ 8a^3 + 16a^2 N_r - 2a^2 - 2aN_r + 8N_r^2 a \right] + 24l_a^3 + 32l_a^2 N_r + 20l_a^2 + 4l_a N_r + 2l_a + 1 + 4C_{\lambda}^{(1)} + 10C_{\Delta}^{(1)} + 24l_a C_{update}^{(1)} (flop) .$$
(4.33)

Kết quả tính toán trong công thức (4.33) cho thấy bậc phức tạp tính toán cao nhất của bộ tách MMSE-GGD-SLV là  $\mathcal{O}(N^3)$ , tức là bộ tách tín hiệu này có cùng bậc phức tạp với các bộ tách tín hiệu tuyến tính truyền thống.

Hình 4.5 và 4.6 so sánh độ phức tạp tính toán của các bộ tách MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV với các bộ tách ZF-GGDex, MMSE và BLAST truyền thống. Kết quả so sánh trong Hình 4.5 cho thấy khi  $N_r = N =$ [60 : 20 : 160] thì độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV cao hơn bộ tách MMSE truyền thống nhưng nhỏ hơn rất nhiều so với bộ tách BLAST, thậm chí độ phức tạp của chúng còn thấp hơn ZF-GGDex (L = 4). Khi L càng lớn thì độ phức tạp của bộ tách MMSE-GGD-SLV càng cao và ngược lại. Đặc biệt là bộ tách MMSE-GGD-SLV có độ phức tạp thấp hơn bộ tách MMSE-SLV và tương đương với bộ tách MMSE truyền thống khi số tầng tách tín hiệu bằng 2 (tức L = 2). Lưu ý rằng, độ phức tạp cao hơn của các bộ tách MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV so với MMSE là sự trả giá cho phẩm chất lỗi bít rất cao của chúng. Chính vì thế, số tầng tách tín hiệu L nên được lựa chọn hợp lý để cân bằng giữa



phẩm chất lỗi bít cao và độ phức tạp của hệ thống.

**Hình 4.5:** Độ phức tạp của các bộ tách MMSE, BLAST,ZF-GGDex, MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV khi  $N_r = N = [60:20:160]$ . Bộ tách ZF-GGDex và MMSE-GGD-SLV có L = 2, 4

Hình 4.6 so sánh độ phức tạp tính toán của các bộ tách nêu trên với hai cấu hình hệ thống là  $N_r = 64, N = 48$  và  $N_r = 128, N = 48$  ứng với hệ các hệ số tải  $\beta_1 = 0,75$  và  $\beta_2 = 0.375$ . Kết quả so sánh cho thấy, các bộ tách được đề xuất có độ phức tạp tương đương với bộ tách ZF-GGDex và MMSE truyền thống Khi  $\beta_1 = 0,75$ . Tuy nhiên, khi hệ số tải giảm xuống tới  $\beta_2 = 0,375$  thì độ phức tạp của các bộ tách đề xuất, đặc biệt là của bộ tách MMSE-GGD-SLV với L = 4, cao hơn bộ tách MMSE.



**Hình 4.6:** Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, BLAST, ZF-GGDex, MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV trong 02 cấu hình của hệ thống là  $N_r = 64, N = 48$  và  $N_r = 128, N = 48$ . ZF-GGDex và MMSE-GGD-SLV có L = 2, 4

#### 4.3.4. So sánh phẩm chất lỗi bít

Phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn đề xuất được so sánh với các bộ tách ZF-GD, ZF-GGDex, MMSE và BLAST truyền thống trong Hình 4.7 và 4.8. Các thông số mô phỏng được thiết lập như trong Chương 3.

Hình 4.7 biểu diễn các đường cong BER của các bộ tách tín hiệu nêu trên khi  $N_r = N = 64$ , tín hiệu phát được điều chế 4-QAM vuông và số tầng tách tín hiệu trong ZF-GGDex và MMSE-GGD-SLV là L = 2, 4, 8. Kết quả mô phỏng trong Hình 4.7 cho ta thấy khi SNR đủ lớn thì phẩm chất BER cho bởi các bộ tách tín hiệu MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV tốt hơn nhiều so với bộ tách ZF-GGDex và MMSE truyền thống. Kết quả mô phỏng cũng cho thấy bộ tách MMSE-GGD-SLV cải thiện đáng kể phẩm chất BER so với bộ tách MMSE-SLV và phẩm chất lỗi bít của bộ tách MMSE-GGD-SLV càng tốt khi số tầng tách tín hiệu L được chọn càng lớn. Cụ thể là: tại BER=10<sup>-4</sup>, khoảng cách giữa các đường cong BER của bộ tách MMSE-SLV và MMSE là khoảng 9, 2 dB trong khi đó bộ tách MMSE-GGD-SLV cho phẩm chất BER tốt hơn của bộ tách MMSE truyền thống lần lượt khoảng 13, 2, 13, 9 và 14, 2 dB tương ứng với L = 2, 4, 8. Lưu ý rằng, bộ tách BLAST có phẩm chất lỗi bít tốt hơn các bộ tách tín hiệu được đề xuất nhưng nó có độ phức tạp tính toán rất cao nên nó không thích hợp với các hệ thống Massive MIMO có kích thước rất lớn.



**Hình 4.7:** Phẩm chất BER của các bộ tách ZF, MMSE, BLAST, ZF-GD, ZF-GGDex, MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV khi  $N_r = 64, K = 16, N_T = 4, 4$ -QAM. Bộ tách ZF-GGDex và MMSE-GGD-SLV có L = 2, 4, 8

Tiếp theo, phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu MMSE, MMSE-SLV,



**Hình 4.8:** Phẩm chất BER của các bộ tách ZF, MMSE, ZF-GD, ZF-GGDex, MMSE-SLV và MMSE-GGD-SLV trong hai cấu hình hệ thống là  $N_r = 64$ ,  $K = 12, N_T = 4$ , và  $N_r = 128, K = 12, N_T = 4$ , 16-QAM. Bộ tách ZF-GGDex và MMSE-GGD-SLV có L = 2, 4

ZF-GD, ZF-GGDex và MMSE-GGD-SLV với các cấu hình hệ thống khác nhau được biểu diễn trong Hình 4.8. Trong hình vẽ này, Nghiên cứu sinh khảo sát hai cấu hình hệ thống khác nhau là  $N_r = 64$ ,  $K = 12, N_T = 4$ , và  $N_r = 128$ ,  $K = 12, N_T = 4$ , (tương đương với hệ số tải của hệ thống là  $\beta_1 = 0,75$  và  $\beta_2 = 0,375$ ); Tín hiệu phát cho cả hai cấu hình hệ thống nêu trên được điều chế 16–QAM. Từ kết quả mô phỏng trong Hình 4.8 ta thấy khi SNR đủ lớn thì phẩm chất BER của các bộ tách được đề xuất tốt hơn của bộ tách ZF-GGDex và MMSE truyền thống. Tại BER=  $10^{-4}$  và  $N_r = 128$  thì bộ tách MMSE-GGD-SLV thu được độ lợi về SNR tốt hơn bộ tách MMSE khoảng 1, 2 và 1, 6 dB tương ứng với L = 2, 4. Độ lợi này tăng và lần lượt đạt giá trị khoảng 4,1 và 5,1 dB khi số ăng ten tại trạm gốc giảm đến  $N_r = 64$ . Kết quả này một lần nữa khẳng định ưu điểm của bộ tách tín hiệu MMSE-GGD-SLV khi nó làm việc trong các hệ thống có số tải cao. Kết quả mô phỏng cũng cho thấy, bộ tách MMSE-SLV không thu được độ lợi SNR lớn so với bộ tách MMSE khi số ăng ten tại trạm gốc tăng từ 64 lên 128. Điều đó có nghĩa là khi hệ số tải của hệ thống có thể so sánh với  $\beta_2 = 0,375$  thì bộ tách MMSE là giải pháp tốt để thay thế cho bộ tách MMSE-SLV.

# **4.4. Xây dựng các bộ tách dựa trên mô hình kết hợp PGD-SLB** 4.4.1. Bộ tách ZF-PGD-SLB

Tương tự như mô hình kết hợp GGD-SLV, kỹ thuật tách tín hiệu có sự hỗ trợ của rút gọn dàn ELR cũng có thể áp dụng cho thuật toán PGD để cải thiện phẩm chất lõi bít của hệ thống. Bởi vì phẩm chất lõi bít của các bộ tách tín hiệu sử dụng thuật toán PGD thường thấp hơn thuật toán GGDex, hơn nữa số hệ thống con trong PGD chỉ là L = 2 nên ta kết hợp thuật toán PGD với SLB (viết tắt là PGD-SLB) nhằm đạt được phẩm chất BER cao nhưng vẫn giữ được độ phức tạp ở mức hợp lý. Khi phương pháp tách tín hiệu ZF truyền thống được áp dụng trên các hệ thống trong PGD-SLB thì bộ tách tín hiệu này được gọi tắt là ZF-PGD-SLB. Bộ tách ZF-PGD-SLB khôi phục các ký hiệu thông tin đã phát như sau:

Trước hết, ta biến đổi phương trình mô tả hệ thống con thứ k, k = 1, 2,trong các công thức (3.33) và (3.34) sang miền LR như sau:

$$\widetilde{\mathbf{y}}_{k} = \widetilde{\mathbf{G}}_{k} \mathbf{s}_{k} + \widetilde{\mathbf{n}}_{k}$$
$$= \widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)} \mathbf{c}_{k} + \widetilde{\mathbf{n}}_{k}, \qquad (4.34)$$

trong đó  $\mathbf{c}_k = \mathbf{T}_k^{-1} \mathbf{s}_k$ ,  $\widetilde{\mathbf{G}}_k^{(LR)} = \widetilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{T}_k$ ,  $\widetilde{\mathbf{G}}_k^{(LR)}$  là ma trận kênh truyền trong miền LR tương ứng với  $\widetilde{\mathbf{G}}_k$ , k = 1, 2 và  $\mathbf{T}_k$  là các ma trận đơn modula. Các ma trận  $\widetilde{\mathbf{G}}_k^{(LR)}$  và  $\mathbf{T}_k$  được xác định bằng cách sử dụng kỹ thuật rút gọn dàn SLB cho các kênh truyền  $\widetilde{\mathbf{G}}_k$ .

Tiếp theo, sử dụng phương pháp tách tín hiệu ZF trong các hệ thống con mới trong miền LR, tức là các hệ thống con biểu diễn bởi công thức (4.34), để ước lượng  $\tilde{\mathbf{c}}_k$  như sau:

$$\widetilde{\mathbf{c}}_{k} = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)H}\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)}\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)H}\widetilde{\mathbf{y}}_{k}$$
(4.35)

Sau đó, thực hiện quyết định cứng  $\tilde{\mathbf{c}}_k$  tương tự như trong (4.17) ta thu được  $\hat{\mathbf{c}}_k$ . Cuối cùng ta sử dụng  $\hat{\mathbf{c}}_k$  để tính lại  $\hat{\mathbf{s}}_k$  như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k} = \mathcal{Q}\left(\mathbf{T}_{k}\hat{\mathbf{c}}_{k}\right). \tag{4.36}$$

Ma trận hiệp phương sai lỗi,  $\boldsymbol{\Phi}_{k}^{(LR)}$ , và sai số ước lượng trung bình bình phương khi ước lượng mỗi ký hiệu, MSE, trong miền LR được xác định lần lượt bởi các công thức (4.37) và (4.38) dưới đây.

$$\mathbf{\Phi}_{k}^{ZF-PGD-SLB} = \mathbb{E}\left[\left(\mathbf{c}_{k} - \widetilde{\mathbf{c}}_{k}\right)\left(\mathbf{c}_{k} - \widetilde{\mathbf{c}}_{k}\right)^{H}\right] = \left(\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)H}\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)}\right)^{-1} \quad (4.37)$$

$$MSE^{ZF-PGD-SLB} = \frac{1}{l_a} trace \left(\widetilde{\mathbf{G}}_k^{(LR)H} \widetilde{\mathbf{G}}_k^{(LR)}\right)^{-1}$$
(4.38)

Lưu ý rằng lỗi ước lượng cho bởi bộ tách ZF-PGD-SLB chủ yếu gây ra do ước lượng  $\tilde{\mathbf{c}}_k$  không chính xác. Do đó, chúng ta có coi lỗi ước lượng  $\tilde{\mathbf{c}}_k$ trong (4.38) cũng là lỗi khôi phục  $\hat{\mathbf{s}}_k$ . Hình 4.9 mô tả hàm ECDF của MSE trong 10<sup>3</sup> lần thay đổi kênh truyền của các bộ tách tín hiệu ZF, ZF-PGD và ZF-PGD-SLB. Kết quả trong Hình 4.9 cho thấy dưới sự hỗ trợ của kỹ thuật rút gọn dàn SLB thì phẩm chất tách tín hiệu ở các hệ thống con 1 và 2 của bộ tách ZF-PGD-SLB tốt hơn trong các bộ tách sóng ZF-PGD và ZF truyền thống. Kết quả là bộ tách ZF-PGD-SLB cho phẩm chất lỗi bít tốt hơn ZF-PGD và ZF truyền thống.



**Hình 4.9:** ECDF của MSE cho bởi các bộ tách tín hiệu ZF, ZF-PGD và ZF-PGD-SLB trong 10<sup>3</sup>lần thay đổi kênh truyền, Kênh truyền được thiết lập bởi  $p_{u/\sigma^2} = 27dB, d_0 = 100m, 100m \le d_i \le 990m, \sigma_{Shadow}^2 = 8dB, 4QAM$  và  $\gamma = 3.5$ 

#### 4.4.2. Bộ tách QRD-PGD-SLB

Khi kỹ thuật triệt nhiễu nối tiếp được áp dụng lên mỗi hệ thống con miền LR trong (4.34) thay cho tách sóng ZF truyền thống thì ta tạo ra một bộ tách tín hiệu mới gọi là QRD-PGD-SLB như sau:

Trước hết, ta áp dụng phân rã QR lên các ma trận kênh truyền con miền LR, tức là  $\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)}$ , k = 1, 2, trong (4.34), ta có:

$$\widetilde{\mathbf{G}}_{k}^{(LR)} = \mathbf{Q}_{k}^{(LR)} \mathbf{R}_{k}^{(LR)}, \qquad (4.39)$$

trong đó  $\mathbf{Q}_{k}^{(LR)}$  và  $\mathbf{R}_{k}^{(LR)}$  lần lượt là các ma trận đơn nhất và ma trận tam giác trên. Tiếp đó, nhân hai vế của phương trình (4.34) với  $\mathbf{Q}_{k}^{(LR)H}$  ta được:

$$\mathbf{v}_{k}^{(LR)} = \mathbf{Q}_{k}^{(LR)H} \widetilde{\mathbf{y}}_{k} = \mathbf{R}_{k}^{(LR)} \mathbf{c}_{k} + \mathbf{Q}_{k}^{(LR)H} \widetilde{\mathbf{n}}_{k}.$$
 (4.40)

Gọi  $r_{k_{i,j}}^{(LR)}$  là phần tử thuộc hàng thứ *i*, cột thứ *j* của ma trận tam giác trên  $\mathbf{R}_{k_{i,j}}^{(LR)}$ ,  $c_{k_i}$  và  $v_{k_i}^{(LR)}$  lần lượt là là phần tử thứ *i* của  $\mathbf{c}_k$  và  $\mathbf{v}_k^{(LR)}$ . Áp dụng kỹ thuật tách tín hiệu triệt nhiễu nối tiếp ta xác định được phần tử cuối cùng của  $\hat{\mathbf{c}}_k$  (tức là  $\hat{c}_{k_{l_a}}$ ) như sau:

$$\hat{c}_{k_{l_a}} = \frac{1}{\alpha} \left( \left\lceil \alpha \widetilde{c}_{k_{l_a}} + \eta \mathbf{t}_{l_a} \mathbf{1}_{l_a} \right\rfloor - \eta \mathbf{t}_{l_a} \mathbf{1}_{l_a} \right), \tag{4.41}$$

trong đó  $\tilde{c}_{k_{l_a}} = \frac{v_{k_{l_a}}^{(LR)}}{r_{k_{l_a,l_a}}^{(LR)}}$  và  $\mathbf{t}_{l_a}$  là hàng thứ  $l_a$  của ma trận  $\mathbf{T}_k^{-1}$ . Sau khi  $\hat{c}_{k_L}$ đã được xác định thì ký hiệu thứ  $(l_a - 1)$  của  $\hat{\mathbf{c}}_k$  sẽ được ước lượng bằng cách triệt tiêu ảnh hưởng của nhiễu gây ra bởi  $\hat{c}_{k_{l_a}}$ . Quá trình này lặp lại cho đến khi toàn bộ các phần tử của  $\hat{\mathbf{c}}_k$  được xác định. Ký hiệu thứ i  $(\hat{c}_{k_i},$  $i = 1, 2, ...l_a - 1)$  của  $\hat{\mathbf{c}}_k$  sau khi triệt ảnh hưởng của  $(l_a - i)$  ký hiệu đã tách trước nó được xác định như sau:

$$\hat{c}_{k_i} = \frac{1}{\alpha} \left( \left\lceil \alpha \widetilde{c}_{k_i} + \eta \mathbf{t}_i \mathbf{1}_{l_a} \right\rfloor - \eta \mathbf{t}_i \mathbf{1}_{l_a} \right), \qquad (4.42)$$

với  $\tilde{c}_{k_i} = \left( v_{k_i}^{(LR)} - \sum_{j=i+1}^{l_a} r_{k_{i,j}}^{(LR)} \hat{c}_{k_j} \right) \left( r_{k_{i,i}}^{(LR)} \right)^{-1}$ .

#### 4.4.3. Phân tích độ phức tạp

Dựa vào tiến trình tách tín hiệu trong các bộ tách ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB ta thấy độ phức tạp tính toán của chúng chỉ khác các bộ tách tín hiệu ZF-PGD và QRD-PGD trong Chương 3 ở ba thao tác sau đây: (1) chuyển các hệ thống con trong thuật toán PGD sang miền LR, (2) thực hiện quyết định cứng  $\tilde{\mathbf{c}}_k$  trong (4.35) và (3) sử dụng  $\hat{\mathbf{c}}_k$  để tính lại  $\hat{\mathbf{s}}_k$  như trong công thức (4.36). Bên cạnh đó, kích thước của hệ thống con là không thay đổi khi chuyển sang miền LR. Vì thế, độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB được tính dựa vào biểu thức sau:

$$C_{subD-PGD-SLB} = C_{subD-PGD} + 2C_{SLB}^{(k)} + 2C_{Sli}^{(k)} + 2C_{conv}^{(k)}, \qquad (4.43)$$

trong đó  $C_{subD-PGD-SLB}$  là độ phức tạp của bộ tách ZF-PGD-SLB /QRD-PGD-SLB,  $C_{subD-PGD}$  là độ phức tạp của bộ tách ZF-PGD/QRD-PGD trong Chương 3;  $C_{SLB}^{(k)}$  là số flop cần thiết để chuyển các hệ thống con sang miền LR;  $C_{Sli}^{(k)}$  và  $C_{conv}^{(k)}$  lần lượt là độ phức tạp của thao tác quyết định cứng  $\tilde{\mathbf{c}}_k$ trong (4.35) và tính  $\hat{\mathbf{s}}_k$  trong(4.36). Lưu ý rằng, độ phức tạp tính toán của thuật toán SLB và SLV chỉ khác nhau ở số lần cập nhật trung bình,  $C_{\lambda}$  và  $C_{\Delta}$ , do đó sử dụng kết quả tính toán trong (4.20) ta có:

$$C_{SLB}^{(k)} = 16l_a^3 + 16al_a^2 - 2l_a^2 - 2bl_a + 4C_\lambda + 10C_\Delta + 24LC_{update}$$
  
=  $2N^3 + 4bN^2 - \frac{1}{2}N^2 - bN + 4C_\lambda + 10C_\Delta + 12NC_{update} \ (flop) .$   
(4.44)

Dựa vào (4.35) và (4.36), các phần tử còn lại trong công thức (4.43) được xác định như sau:

$$C_{Sli}^{(k)} = 2l_a^2 + 4l_a = \frac{N^2}{2} + 2N \ (flop) \,. \tag{4.45}$$

$$C_{conv}^{(k)} = 3l_a^2 - l_a = \frac{3}{4}N^2 - \frac{N}{2} \ (flop) \tag{4.46}$$

Cuối cùng, thay  $C_{subD-PGD}$ ,  $C_{SLB}^{(k)}$ ,  $C_{Sli}^{(k)}$  và  $C_{conv}^{(k)}$  vào (4.43) ta xác định được độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu ZF-PGD-SLB và QRD-

PGD-SLB (flop) là:

$$C_{ZF-PGD-SLB} = 8N^{3} + 8N^{2}N_{r} + 16bN^{2} + \frac{1}{4}N^{2} + 8b^{2}N$$
  
$$- 2NN_{r} + 8bNN_{r} - 4bN_{r} + 20bN - 2b$$
  
$$+ \frac{7}{2}N + 8C_{\lambda} + 20C_{\triangle} + 24NC_{update} \ (flop) , \qquad (4.47)$$
  
$$C_{QRD-PGD-SLB} = 6N^{3} + 8N^{2}N_{r} + 11bN^{2} + \frac{9}{4}N^{2} + 8b^{2}N$$

$$+\frac{19}{2}N - 2NN_r + 8bNN_r - 4bN_r + 26bN -2b + 8C_{\lambda} + 20C_{\Delta} + 24NC_{update} \ (flop), \qquad (4.48)$$

trong đó  $b = N_r + N$ ,  $N = KN_T$ ;  $C_{\lambda}$ ,  $C_{\Delta}$  và  $C_{update}$  được xác định thông qua mô phỏng.



Hình 4.10: Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, BLAST, QRD-PGD, ZF-PGD, MMSE-GGD-SLV, ZF-SLB, QRD-PGD-SLB và ZF-PGD-SLB khi $N_r=N=[60:\ 20:\ 160]$ 

Như vậy, dù sử dụng kỹ thuật rút gọn dàn SLB thì bộ tác<br/>h $\operatorname{ZF-PGD-SLB}$ 

và QRD-PGD-SLB vẫn có độ phức tạp khá thấp. Từ công thức (4.47) và (4.48) ta thấy bậc phức tạp cao nhất của các bộ tách tín hiệu này chỉ là  $\mathcal{O}(N^3)$ , tức chúng có cùng bậc phức tạp tính toán với các bộ tách tín hiệu tuyến tính.



**Hình 4.11:** Độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, BLAST, QRD-PGD,ZF-PGD,MMSE-GGD-SLV, ZF-SLB, QRD-PGD-SLB và ZF-PGD-SLB với 02 cấu hình hệ thống là  $N_r = 120$ , N = 32, 96.

Tiếp theo, độ phức tạp tính toán của các bộ tách tín hiệu đề xuất này được so sánh với các bộ tách tín hiệu MMSE, QRD, BLAST, QRD-PGD, ZF-SLB và MMSE-GGD-SLV như trong Hình 4.10 và Hình 4.11. Quan sát Hình 4.10 và Hình 4.11 ta thấy các bộ tách tín hiệu ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB có độ phức tạp tính toán cao hơn các bộ tách MMSE, QRD, QRD-PGD, ZF-PGD, ZF-SLB và MMSE-GGD-SLV nhưng thấp hơn rất nhiều so với bộ tách BLAST. Lưu ý rằng, độ phức tạp tính toán tăng cao của ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB so với QRD-PGD và ZF-PGD là cái giá để đạt được phẩm chất lỗi bít cao như kết quả mô phỏng dưới đây.

#### 4.4.4. So sánh phẩm chất lỗi bít

Hình 4.12 và Hình 4.13 là kết quả mô phỏng phẩm chất BER cho bởi các bộ tách tín hiệu nêu trên trong hai cấu hình của hệ thống là:  $N_r = 64$ , K = 16,  $N_T = 4$  và  $N_r = 128$ , K = 32,  $N_T = 4$  ăng ten. Trong chương trình mô phỏng, tín hiệu phát được điều chế 4-QAM và kênh truyền được thiết lập giống như trong Chương 3.



**Hình 4.12:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, BLAST, ZF-PGD, QRD-PGD, ZF-SLB, MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB khi  $N_r = N = 64, 4$ -QAM

Kết quả mô phỏng trong cả hai hình vẽ trên cho ta thấy khi có sự hỗ trợ của rút gọn dàn SLB thì các bộ tách tín hiệu ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB cho phẩm chất BER tốt hơn ZF-SLB và các bộ bộ tách tín hiệu ZF-PGD và



**Hình 4.13:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, BLAST, ZF-PGD, QRD-PGD, ZF-SLB, MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB khi  $N_r = N = 128, 4$ -QAM

QRD-PGD đề xuất trong Chương 3. Cụ thể là: Tại  $BER = 10^{-4}$  và  $N_r = 64$ , K = 16,  $N_T = 4$ , bộ tách ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB thu được độ lợi SNR so với bộ tách MMSE khoảng 11, 9 dB và 13, 4 dB. Độ lợi SNR này giảm xuống còn khoảng 9, 02 dB và 10, 82 dB khi  $N_r = 128$ , K = 32,  $N_T = 4$ . Điều đó có nghĩa là trong các hệ thống toàn tải thì độ lợi về SNR so với bộ tách MMSE truyền thống của bộ tách ZF-PGD-SLB/QRD-PGD-SLB giảm khi số ăng ten trang bị tại trạm gốc tăng. Nguyên nhân của hiện tượng này là bởi khi số ăng ten tại trạm gốc càng lớn thì các cột của ma trận kênh truyền càng trực giao với nhau từng đôi. Điều đó làm cho phẩm chất tách tín hiệu MMSE càng tốt. Ngoài ra, khi kênh truyền là trực giao hoàn hảo thì các thuật toán LR cũng không thể tìm được ma trận kênh truyền mới trực giao hơn. Tuy nhiên, phẩm chất BER cho bởi các bộ tách tín hiệu ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB vẫn tốt hơn rất nhiều so với các bộ tách MMSE truyền thống bởi vì hai nguyên nhân sau đây: (1)hệ số tải của các hệ thống con nhỏ hơn nhiều so với hệ thống nguyên bản và (2) thực tế ma trận kênh truyền là không trực giao hoàn hảo khi số lượng ăng ten trang bị tại BS là hữu hạn và do vậy thuật toán rút gọn dàn SLB luôn tìm được ma trận kênh truyền mới trực giao tốt hơn. Kết quả mô phỏng trong Hình 4.12 và Hình 4.13 cũng cho ta thấy phẩm chất BER của các bộ tách đề xuất cũng gần như tương đồng với bộ tách MMSE-GGD-SLV trong Mục 4.3.



**Hình 4.14:** Phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu tuyến tính, QRD, BLAST, ZF-PGD, QRD-PGD, ZF-SLB, MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB khi  $N_r = 120, K = 8, 24, N_T = 4, 64$ -QAM

Tiếp theo, phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu kể trên được so sánh với nhau trong Hình 4.14 khi tín hiệu phát được điều chế 64-QAM và hệ số

tải của hệ thống thay đổi. Chương trình mô phỏng khảo sát hai cấu hình khác nhau của hệ thống là  $N_r = 120$ , K = 8,  $N_T = 4$  và  $N_r = 120$ , K = 32,  $N_T = 4$ , tương ứng với các hệ số tải  $\beta_1 = 0, 26$  và  $\beta_2 = 0, 8$ . Quan sát kết quả trong Hình 4.14 ta thấy khi tại BER=  $10^{-4}$  và hệ số tải là  $\beta_2 = 0.8$ thì phẩm chất BER của các bộ tách ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB tốt hơn ZF-SLB lần lượt khoảng 0, 3 dB và 1, 2 dB nhưng lại kém hơn bộ tách MMSE-GGD-SLV khoảng 2 dB và 3 dB. Tuy nhiên, khi hệ số tải giảm xuống là  $\beta_1 = 0, 26$  thì phẩm chất BER của các bộ tách QRD-PGD-SLB và ZF-PGD-SLB chỉ phù hợp để ứng dụng cho các hệ thống có hệ số tải  $\beta > 0, 26$ . Lưu ý rằng phẩm chất BER của các bộ tách đề xuất kém hơn MMSE-GGD-SLV là cái giá phải trả để giảm độ trễ trong tách tín hiệu nhờ quá trình khôi phục tín hiệu trong các hệ thống con song song.

# 4.5. Kết luận

Chương 4 trình bày các thuật toán rút gọn dàn hiệu quả có tên gọi là SLB và SLV. Dựa trên các thuật toán này, Luận án đề xuất các mô hình tách tín hiệu kết hợp giữa SLV/SLB với các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm GGD và PGD nhằm cải thiện phẩm chất BER của hệ thống. Dựa trên các mô hình kết hợp này, Luận án xây dựng 3 bộ tách tín hiệu mới được đặt tên là MMSE-GGD-SLV, ZF-PGD-SLB và QRD-PGD-SLB. Kết quả mô phỏng và phân tích độ phức tạp cho thấy, các bộ tách tín hiệu được đề xuất trong Chương này đảm bảo tốt sự cân bằng giữa độ phức tạp thấp và phẩm chất lỗi bít cao nên chúng phù hợp để ứng dụng trong hệ thống Massvie MIMO.

# KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG NGHIÊN CỨU TƯƠNG LAI

Luận án tập trung nghiên cứu và đề xuất các thuật toán tách tín hiệu đường lên cho hệ thống Massive MIMO. Dựa trên các thuật toán được đề xuất, Luận án tiếp tục xây dựng các bộ tách tín hiệu mới có sự cân bằng tốt giữa độ phức tạp và phẩm chất lỗi bít nên phù hợp để ứng dụng trong các hệ thống Masive MIMO. Những đóng góp của Luận án và đề xuất một số hướng nghiên cứu tiếp theo được trình bày dưới đây.

#### A. Một số kết quả đạt được của luận án

- Đề xuất thuật toán tách tín hiệu theo nhóm (GD) và thuật toán tách tín hiệu lặp (IGD) cho các hệ thống Massive MIMO với kênh truyền pha-đinh phạm vi hẹp. Dựa trên thuật toán GD và IGD, nghiên cứu sinh đề xuất 6 bộ tách tín hiệu mới được đặt tên lần lượt là ZF-GD, MMSE-GD, BLAST-GD, ZF-IGD, MMSE-IGD và BLAST-IGD. Nội dung những đóng góp này được thể hiện trong các công trình công bố số 1 và 2.
- 2. Khái quát hóa thuật toán tách tín hiệu theo nhóm cho hệ thống Massive MIMO có kênh truyền chịu ảnh hưởng của cả pha-đinh phạm vi hẹp và pha-đinh phạm vi rộng. Tiếp theo Luận án đề xuất 2 bộ tách tín hiệu hiệu quả có tên gọi là ZF-GGDex và SQRD-GGDex. Trên cơ sở phân tích phẩm chất lỗi bít, Luận án đề xuất hai bộ tách tín hiệu ZF-Presorted GGDex và SQRD-Presorted GGDex. Các kết quả này được thể hiện trong công trình công bố số 3.
- 3. Xây dựng thuật toán tách tín hiệu theo nhóm song song (PGD) bằng

cách chia hệ thống Massive MIMO có hệ số tải cao thành hai hệ thống con song song với hệ số tải nhỏ hơn. Trên cơ sở đó, nghiên cứu sinh đề xuất 3 bộ tách tín hiệu là ZF-PGD, QRD-PGD và SQRD-PGD. Kết quả này được thể hiện trong các công trình công bố số 4.

4. Đề xuất sử dụng hai kỹ thuật rút gọn giàn cho tách tín hiệu trong hệ thống Massive MIMO gồm: kỹ thuật tối giản véc tơ ngắn nhất (SLV: Shortest Longest vector) và kỹ thuật tối giản cơ sở dài nhất (SLB: Shortest Longest Basis. Các kỹ thuật này sau đó được đề xuất kết hợp với các thuật toán tách tín hiệu theo nhóm tổng quát và tách tín hiệu theo nhóm song song nhằm loại bỏ ảnh hưởng của tạp âm và qua đó làm tăng phẩm chất tách tín hiệu tại trạm gốc. Các kết quả này được thể hiện trong các công trình công bố số 5 và 6.

#### B. Hướng phát triển tiếp theo

Một số vấn đề nghiên cứu cần tiếp tục giải quyết như sau:

- Đánh giá phẩm chất lỗi bít của các bộ tách tín hiệu đề xuất khi trạng thái kênh truyền được ước lượng không hoàn hảo hoặc khi có sự tương hỗ giữa các ăng ten tại các người dùng/trạm gốc.
- 2. Chứng minh phẩm chất BER của các bộ tách tín hiệu được đề xuất bằng toán học xác suất thống kê và lý thuyết về ma trận ngẫu nhiên.
- 3. Phân tích hiệu quả sử dụng năng lượng của các bộ tách tín hiệu đề xuất cho các hệ thống Massive MIMO thân thiện với môi trường.
- 4. Thực thi các bộ tách tín hiệu đề xuất trên phần cứng, đồng thời đánh giá độ trễ trong xử lý tín hiệu của từng bộ tách.

### 120

## PHŲ LŲC

Phụ lục A: Xây dựng công thức ma trận trọng số của bộ tách MMSE có sự hỗ trợ của rút gọn dàn

Viết lại phương trình mô tả đường lên của hệ thống Massive MIMO trong miền LR như sau:

$$y = Ux + n$$
  
= UTT<sup>-1</sup>x + n  
= U<sup>(LR)</sup>c + n, (A.1)

Ma trận trọng số của bộ tách MMSE trong miền LR được xác định nhờ tiêu chuẩn trực giao như sau [72]:

$$\mathbf{W} = \mathbb{E}\left[\mathbf{c}\mathbf{y}^{H}\right] \left(\mathbb{E}\left[\mathbf{y}\mathbf{y}^{H}\right]\right)^{-1}.$$
 (A.2)

Ta có:

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{c}\mathbf{c}^{H}\right] = \mathbb{E}\left[\left(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}\right)\left(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}\right)^{H}\right]$$
$$= \mathbf{T}^{-1}\mathbb{E}\left[\mathbf{x}\mathbf{x}^{H}\right]\left(\mathbf{T}^{-1}\right)^{H} = E_{s}\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{T}^{-1}\right)^{H}$$
(A.3)

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{n}\mathbf{n}^{H}\right] = \mathbf{I}_{N_{r}} \tag{A.4}$$

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{n}\mathbf{c}^{H}\right] = \mathbb{E}\left[\mathbf{c}\mathbf{n}^{H}\right] = 0 \tag{A.5}$$

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{c}\mathbf{y}^{H}\right] = \mathbb{E}\left[\mathbf{c}\left(\mathbf{U}^{(LR)}\mathbf{c} + \mathbf{n}\right)^{H}\right]$$
$$= \mathbb{E}\left[\mathbf{c}\mathbf{c}^{H}\mathbf{U}^{(LR)^{H}}\right] + \mathbb{E}\left[\mathbf{n}^{H}\right] = E_{s}\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{T}^{-1}\right)^{H}\mathbf{U}^{(LR)^{H}} \qquad (A.6)$$

$$\mathbb{E} \left[ \mathbf{y} \mathbf{y}^{H} \right] = \mathbb{E} \left[ \left( \mathbf{U}^{(LR)} \mathbf{c} + \mathbf{n} \right) \left( \mathbf{U}^{(LR)} \mathbf{c} + \mathbf{n} \right)^{H} \right]$$
$$= \mathbb{E} \left[ \left( \mathbf{U}^{(LR)} \mathbf{c} + \mathbf{n} \right) \left( \mathbf{c}^{H} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} + \mathbf{n}^{H} \right) \right]$$
$$= \mathbf{U}^{(LR)} \mathbb{E} \left[ \mathbf{c} \mathbf{c}^{H} \right] \mathbf{U}^{(LR)^{H}} + \mathbb{E} \left[ \mathbf{n} \mathbf{n}^{H} \right]$$
$$= E_{s} \mathbf{U}^{(LR)} \mathbf{T}^{-1} \left( \mathbf{T}^{-1} \right)^{H} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} + \mathbf{I}_{N_{r}}$$
(A.7)

Thay (A.6) và (A.7) vào (A.2) ta có:

$$\mathbf{W} = \mathbb{E} \left[ \mathbf{c} \mathbf{y}^{H} \right] \left( \mathbb{E} \left[ \mathbf{y} \mathbf{y}^{H} \right] \right)^{-1}$$

$$= \left( E_{s} \mathbf{T}^{-1} \left( \mathbf{T}^{-1} \right)^{H} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \right) \left( E_{s} \mathbf{U}^{(LR)} \mathbf{T}^{-1} \left( \mathbf{T}^{-1} \right)^{H} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} + \mathbf{I}_{N_{r}} \right)^{-1}$$

$$= \left( \left( \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \right) \left( \mathbf{U}^{(LR)} \left( \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} + \frac{1}{E_{s}} \mathbf{I}_{N_{r}} \right)^{-1}$$
(A.8)

Viết lại công thức (A.8) dưới dạng

$$\mathbf{W} = \left( \left( \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \right) \left( \left( E_{s} \mathbf{I}_{N_{r}} \right)^{-1} + \mathbf{U}^{(LR)} \left( \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \right)^{-1},$$
(A.9)

sau đó áp dụng luật biến đổi  $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{R}^{-1}+\mathbf{Y}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X})^{-1} = (\mathbf{A}+\mathbf{X}\mathbf{R}\mathbf{Y})^{-1}\mathbf{X}\mathbf{R}$ [72,73] ta có:

$$\mathbf{W} = \left( \left( \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right) + \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \left( E_{s} \mathbf{I}_{N_{r}} \right) \mathbf{U}^{(LR)} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \left( E_{s} \mathbf{I}_{N_{r}} \right)$$
$$= \left( \frac{1}{E_{s}} \left( \mathbf{T}^{H} \mathbf{T} \right) + \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \mathbf{I}_{N_{r}} \mathbf{U}^{(LR)} \right)^{-1} \mathbf{U}^{(LR)^{H}} \mathbf{I}_{N_{r}} \qquad (A.10)$$

hay

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{U}^{(LR)^{H}}\mathbf{U}^{(LR)} + \frac{1}{E_{s}}\mathbf{T}^{H}\mathbf{T}\right)^{-1}\mathbf{U}^{(LR)^{H}}.$$
 (A.11)

#### Phụ lục B: Thuật toán rút gọn dàn ELR

Mục tiêu của thuật toán ELR là tìm ma trận đơn  $\mathbf{T}$  để các phần tử thuộc đường chéo chính của ma trận hiệp phương sai lỗi của bộ tách ZF truyền thống,  $\Phi = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1}$ , được tối thiểu hóa. Để làm được như vậy, thuật toán ELR bắt đầu với việc gán  $\mathbf{T} = \mathbf{I}_N$  và định nghĩa  $\mathbf{T}' = (\mathbf{T}^{-1})^H$ . Sau đó, quá trình tối thiểu hóa được lặp lại cho đến khi phần tử giá trị lớn nhất hoặc toàn bộ các phần tử thuộc đường chéo chính của  $\Phi$  được tối giản. Tại mỗi vòng lặp, thuật toán tìm ra một cặp chỉ số (i, j) và cập nhật  $\mathbf{T}'$  theo luật sau:

$$\mathbf{T}'(:, j) = \mathbf{T}'(:, j) + \lambda_{ij}\mathbf{T}'(:, i)$$
(B.1)

Khi cập nhật  $\mathbf{T}'(:, j)$  như trên thì chỉ hàng thứ j và cột thứ j của  $\Phi$  thay đổi như sau:

$$\Phi(:, j) = \Phi(:, j) + \lambda_{ij}\Phi(:, i)$$
(B.2)

$$\Phi(j, :) = \Phi(j, :) + \lambda_{ij}^* \Phi(i, :)$$
(B.3)

Do đó, phần tử thứ j thuộc đường chéo chính của  $\Phi$  được xác định bởi:

$$\Phi(j, j) = \Phi(j, :) \Phi(:, j)$$
  
=  $\Phi(j, j) + |\lambda_{ij}|^2 \Phi(i, i) + \lambda_{ij}^* \Phi(i, j) + \lambda_{ij} \Phi(j, i).$  (B.4)

Lưu ý rằng,  $\Phi(j, j)$  và  $\Phi(i, i)$  là các số thực dương và  $\Phi(j, i) = \Phi(i, j)^*$ nên  $\Phi(j, j)$  trở thành:

$$\Phi(j, j) = \Phi(j, j) + \left(\Re \{\lambda_{ij}\}^2 + \Im \{\lambda_{ij}\}^2\right) \Phi(i, i)$$
$$+ 2\left(\Re \{\lambda_{ij}\}\Re \{\Phi(i, j)\} + \Im \{\lambda_{ij}\}\Im \{\Phi(i, j)\}\right). \quad (B.5)$$

Đặt

$$\Delta_{ij} = -\left(\Re\left\{\lambda_{ij}\right\}^2 + \Im\left\{\lambda_{ij}\right\}^2\right) \Phi\left(i, i\right) - 2\left(\Re\left\{\lambda_{ij}\right\}\Re\left\{\Phi\left(i, j\right)\right\} + \Im\left\{\lambda_{ij}\right\}\Im\left\{\Phi\left(i, j\right)\right\}\right)$$
(B.6)

và lưu ý rằng  $\Phi(j, j)$  phải giảm sau mỗi lần cập nhật. Do đó,  $\Delta_{ij} \ge 0$  và phải là giá trị lớn nhất. Tới đây ta cần tìm  $\lambda_{ij}$  sao cho  $\Delta_{ik} \ge 0$  và là lớn nhất bằng cách tính riêng  $\Re \{\lambda_{ij}\}$  và  $\Im \{\lambda_{ij}\}$  như sau:

$$\frac{d\left(\triangle_{ij}\right)}{d\left(\Re\left\{\lambda_{ij}\right\}\right)} = 0 \tag{B.7}$$

và

$$\frac{d\left(\Delta_{ij}\right)}{d\left(\Im\left\{\lambda_{ij}\right\}\right)} = 0. \tag{B.8}$$

Giải các phương trình trên ta được:

$$\Re \{\lambda_{ij}\} = -\frac{\Re \{\Phi(i, j)\}}{\Phi(i, i)}$$
(B.9)

$$\Im \{\lambda_{ij}\} = -\frac{\Im \{\Phi(i, j)\}}{\Phi(i, i)}$$
(B.10)

Quá trình rút gọn yêu cầu  $\Re \{\lambda_{ij}\}$  và  $\Im \{\lambda_{ij}\}$  phải nhận các giá trị nguyên nên cả phần thực và phần ảo của  $\lambda_{ij}$  phải được làm tròn đến giá trị nguyên gần nhất như sau:

$$\lambda_{ij} = -\left[\frac{\mathbf{\Phi}\left(i,\,j\right)}{\mathbf{\Phi}\left(i,\,i\right)}\right] \tag{B.11}$$

Thuật toán ELR gồm hai phiên bản đó là tối thiểu véc tơ dài nhất (SLV) và tối thiểu cơ sở dài nhất (SLB). Trong mỗi vòng lặp của cả hai phiên bản này thì  $\Delta_{ij}$  lớn nhất được chọn để rút gọn. Cụ thể như sau:

#### Thuật toán SLV:

• Chọn phần tử <br/>  $\Phi\left(j,\,j\right)$ lớn nhất
- Chọn chỉ số i sao cho  $\triangle_{ij} = max_{i \neq j} \triangle_{ij}$
- Thuật toán kết thúc khi phần tử  $\Phi(j, j)$  lớn nhất không thể rút gọn được nữa, tức là  $\Delta_{ij} = 0, \forall i$ .

### Thuật toán SLB:

- Chọn phần tử <br/>  $\Phi\left(j,\,j\right)$ lớn nhất có thể rút gọn.
- Chọn chỉ số i sao cho  $\triangle_{ij} = max_{i \neq j} \triangle_{ij}$
- Thuật toán kết thúc khi tất cả các phần tử thuộc đường chéo chính của  $\Phi$  (tức  $\Phi(j, j)$ ) không thể rút gọn được nữa, tức là  $\Delta_{ij} = 0, \forall i, j$ .

## Phụ lục C: Tổng kết các bộ tách tín hiệu đã đề xuất

Trên cơ sở các thuật toán tách tín hiệu mới được đề xuất, luận án đã xây dựng tổng cộng 16 bộ tách tín hiệu hiệu quả có sự cân bằng tốt giữa phầm chất lỗi bít cao và độ phức tạp thấp. Các bộ tách tín hiệu đề xuất trong luận án cung cấp nhiều sự lựa chọn khác nhau tùy thuộc vào kích thước hệ thống và yêu cầu về độ phức tạp cũng như phẩm chất tách tín hiệu. Dưới đây là bảng tổng hợp của tất cả các bộ tách tín hiệu đề xuất trong luận án.

TT	Bộ tách	Độ phức tạp	Phẩm chất BER	khuyến cáo sử dụng
01	BLAST-GD	Thấp hơn BLAST tại $l_a = \lceil N/2 \rceil$ nhưng vẫn rất cao ( $\mathcal{O}(N^4)$ )	Kém hơn BLAST khoảng 1.2 $dB$ khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Hệ thống kích thước nhỏ và TB với $\beta < 1, l_a = \lceil N/2 \rceil$
02	BLAST-IGD	Thấp hơn BLAST tại $l_a = \lceil N/2 \rceil$ nhưng vẫn rất cao ( $\mathcal{O}(N^4)$ )	Tốt hơn BLAST khoảng 1.4 dB khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Hệ thống kích thước nhỏ và TB với $\beta < 1, l_a = \lceil N/2 \rceil$
03	ZF-GD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ và thấp hơn MMSE khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Tốt hơn ZF khoảng $0.9  dB$ khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Hệ thống kích thước lớn với $\beta < 1,  l_a = \lceil N/2 \rceil$
04	MMSE-GD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ và thấp hơn MMSE khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Tương đương với phẩm chất của MMSE	Hệ thống kích thước lớn với $\beta < 1,  l_a = \lceil N/2 \rceil$
05	ZF-IGD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ và xấp xỉ với MMSE khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Tốt hơn bộ tách MMSE khoảng $1.2  dB,  \forall l_a$	Hệ thống kích thước lớn với $\beta < 1, l_a = \lceil N/2 \rceil$
06	MMSE-IGD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ và xấp xỉ với MMSE khi $l_a = \lceil N/2 \rceil$	Tốt hơn bộ tách MMSE khoảng 2 $dB$ , $\forall l_a$	Hệ thống kích thước lớn với $\beta < 1,  l_a = \lceil N/2 \rceil$
07	ZF-GGDex	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ , tăng theo số hệ thống con thấp nhất khi $L = 2$	Tốt hơn MMSE khoảng 2.2, 6.4 và 6.2  dB khi $L = 2, 4, 8.$	Hệ thống kích thước lớn với $L \leq 4$ và $\beta$ cao.

Bảng C1: Tổng hợp độ phức tạp, phẩm chất BER và trường hợp vận dụng của các bộ tách đề xuất.

TT	Bộ tách	Độ phức tạp	Phẩm chất BER	khuyến cáo sd
08	SQRD-GGDex	Xấp xỉ ZF-GGDex	Tốt hơn MMSE khoảng 16 $dB$ khi $L = 2$ .	Hệ thống kích thước lớn với $L = 2$ và $\beta$ cao.
09	ZF-Presorted GGDex	Xấp xỉ ZF-GGDex	Tốt hơn MMSE khoảng 15, 18 và 19  dB khi $L = 2, 4, 8.$	Hệ thống kích thước lớn với $L \leq 4$ và $\beta$ cao.
10	SQRD-Presorted GGDex	Xấp xỉ ZF-GGDex	Tương đương BLAST với mọi giá trị của $L$ .	Hệ thống kích thước lớn với $L = 2$ và $\beta$ cao.
11	ZF-PGD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ nhưng cao hơn MMSE và ZF-GGDex $(L = 2)$	Tương đương với phẩm chất BER của ZF-GGDex $(L = 2)$	Hệ thống kích thước lớn $\beta = 1$ , yêu cầu trễ nhỏ
12	QRD-PGD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ nhưng cao hơn các bộ tách MMSE và ZF-GGDex $(L = 2)$	Tốt hơn MMSE khoảng $8 dB$ tại BER= $10^{-4}$	Hệ thống kích thước lớn $\beta = 1$ , yêu cầu trễ nhỏ
13	SQRD-PGD	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ nhưng vẫn cao hơn MMSE, ZF-GGDex $(L=2)$	Tương đương với phẩm chất BER của SQRD-GGDex $(L = 2)$	Hệ thống kích thước lớn $\beta = 1$ và yêu cầu trễ nhỏ
14	MMSE-GGD- SLV	Thấp $(\mathcal{O}(N^3)),$ tăng khi $L$ tăng. Thấp hơn MMSE-SLV và ZF-GGDex $(L = 4)$ khi số tầng tách sóng $L \leq 4.$	Tốt hơn MMSE-SLV và ZF-GGDex. Với $L = 2, 4,$ tốt hơn MMSE khoảng 13.2, 13.9 $dB$ khi $\beta = 1$ 4.1, 5.9 $dB$ khi $\beta = 0.75$ 1.2, 1.6 $dB$ khi $\beta = 0.375$	Hệ thống kích thước lớn với $\beta \ge 0.75$ và $L \le 4$
15	ZF-PGD-SLB	Thấp $(\mathcal{O}(N^3))$ nhưng cao hơn các bộ tách ZF-PGD, QRD-PGD và ZF-GGDex $(L = 2)$	Tương đương MMSE- GGD-SLV $(L = 2)$ và tốt hơn MMSE hơn 9 dB khi $\beta = 1$ ; Kém hơn MMSE- GGD-SLV $(L = 2)$ khi $\beta < 1$ .	Hệ thống kích thước lớn $\beta > 0.3$ và yêu cầu trễ nhỏ
16	QRD-PGD-SLB	Tương đương với ZF-PGD-SLB	Tương đương MMSE- GGD-SLV $(L = 2)$ và tốt hơn MMSE hơn 10 $dB$ khi $\beta = 1$ ; Kém hơn MMSE- GGD-SLV $(L = 2)$ khi $\beta < 1$	Hệ thống kích thước lớn $\beta > 0.3$ và yêu cầu trễ nhỏ

Phụ lục D: Chứng minh  $l = \lceil K/2 \rceil$  là giá trị tối ưu để các bộ tách tín hiệu đề xuất có độ phức tạp thấp nhất

Trong Hình 2.1 tồn tại các giá trị tối ưu chính là các điểm mà độ phức tạp của các bộ tách tín hiệu là thấp nhất. Các giá trị tối ưu này có thể được xác định rõ ràng bởi biến đổi toán học qua 02 bước sau:

- **Bước 1**: Lấy đạo hàm hàm phức tạp của mỗi bộ tách tín hiệu trong Bảng 2.4 theo  $l_a$ .

- Bước 2: Đặt đạo hàm tìm được ở bước 1 bằng 0, sau đó giải phương trình để tìm được giá trị ứng với độ phức tạp của bộ tách tín hiệu là thấp nhất.

Xét bộ tách tín hiệu ZF-GD với độ phức tạp xác định trong Bảng 2.4 được viết lại dưới dạng sau:

$$f_{ZF-PGD} = 8l_a^3 + 16l_a^2N_r - 2l_a^2 - 2l_aN_r + 8l_aN_r^2 + 8N_r^2(N - l_a) + 6N_r^2 - N_r$$
$$+ 12N_r(N - l_a) + (N - l_a)^3 + 16(N - l_a)^2N_r - 2(N - l_a)^2 - 2(N - l_a)$$
(D.1)

- Bước 1: Lấy đạo hàm của  $f_{ZF-PGD}$  theo  $l_a$  ta có:

$$\frac{df_{ZF-PGD}(l_a)}{dl_a} = 24l_a^2 + 32l_aN_r - 4l_a - 2N_r + 8N_r^2 - 8N_r^2 - 24N_r$$
$$- 24(N - l_a)^2 - 32(N - l_a)N_r + 4(N - l_a) + 2 \quad (D.2)$$

hay

$$\frac{df_{ZF-PGD}\left(l_{a}\right)}{dl_{a}} = 112l_{a}N_{r} - 8l_{a} - 26N_{r} - 24N^{2} - 32NN_{r} + 4N + 2 \quad (D.3)$$

- Bước 2: Đặt  $\frac{df_{ZF-PGD}(l_a)}{dl_a} = 0$  ta được:

$$112l_aN_r - 8l_a - 26N_r - 24N^2 - 32NN_r + 4N + 2 = 0$$
 (D.4)

Suy ra

$$l_a = \frac{26N_r + 24N^2 + 32NN_r - 4N - 2}{112N - 8}$$
(D.5)

Khi  $N_r \approx N$  thì phương trình (D.5) trở thành:

$$l_a \approx \frac{56N^2 + 22N - 2}{112N - 8} \tag{D.6}$$

Lưu ý rằng, trong hệ thống Massive MIMO số ăng ten thu/phát là rất lớn (hàng trăm, thậm chí hàng ngàn ăng ten) nên  $56N^2 \gg 22N - 2$  và  $112N \gg 8$ . Do vậy, ta có thể bỏ qua thành phần 22N - 2 ở tử số và 8 ở mẫu số của công thức (D.6). Thêm vào đó chỉ nhận các giá trị nguyên dương nên từ công thức (D.6) ta có:

$$l_a \approx \left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil \iff l \approx \left\lceil \frac{K}{2} \right\rceil$$
 (D.7)

Bằng cách thực hiện tương tự hai bước trên cho tất cả các bộ tách tín hiệu được đề xuất ta tìm được giá trị tối ưu của là  $l \approx \left\lceil \frac{K}{2} \right\rceil$ .

# DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BÔ

#### A. Các công trình sử dụng trong luận án

- T.B. Nguyen, T.D. Nguyen, M.T. Le, and V.D. Ngo, "Efficiency zeroforcing detectors based on group detection for Massive MIMO systems," in Advanced Technologies for Communications (ATC), 2017 International Conference on. IEEE, 2017, pp.48-53. DOI: 10.1109/ATC.2017.816 7640 (Scopus).
- T.B. Nguyen, M.T. Le, V.D. Ngo, T.D. Nguyen, and H.D. Han, "Efficient detectors based on group detection for Massive MIMO systems," REV Journal on Electronics and Communications, vol. 7, no. 3-4,pp.65-73, 2017. DOI: http://dx.doi.org/10.21553/rev-jec.167
- T.B. Nguyen, M.T. Le, V.D. Ngo and V.G Nguyen, "Generalized Group Detection Algorithm for Massive MIMO systems," Journal of Science and Technique - Le Quy Don technical university, vol. 198, no. 5, pp. 108-122, 2019.
- T.B. Nguyen, M.T. Le, V.D. Ngo and V.G Nguyen, "Parallel group detection Approach for Massive MIMO systems," in Advanced Technologies for Communications (ATC), 2018 International Conference on. IEEE, 2018, pp. 160-165. DOI: 10.1109/ATC.2018.8587606 (Scopus).
- 5. **T.B. Nguyen**, M.T. Le and V.D. Ngo, "Low complexity Lattice Reduction aided detectors for high load Massive MIMO systems," Wireless Per-

sonal communication, 2019. DOI: https://doi.org/10.1007/s11277-019-06653-y (ISI).

6. T.B. Nguyen, M.-T. Le, and V.-D. Ngo, "Signal detection based on parallel group detection algorithm for high-load massive mimo systems," Wireless Communications and Mobile Computing, vol. 2019, 2019. DOI: https://doi.org/10.1155/2019/5609740 (ISI)

### B. Các công trình đã công bố khác

 V.K. Dinh, M.T. Le, V.D. Ngo and T.B. Nguyen, "A new Transmit antenna selection Algorithm for Precoding in Massive MIMO system," in International Conference on Communications and Electronics (ICCE), 2018 International Conference on. IEEE, 2018, pp. 406-410.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- H. Q. Ngo, Massive MIMO: Fundamentals and system designs. Linköping University Electronic Press, 2015, vol. 1642.
- [2] W. OBILE, "Ericsson mobility report," 2019.
- [3] T. L. Marzetta, E. G. Larsson, H. Yang, and H. Q. Ngo, Fundamentals of Massive MIMO. Cambridge University Press, 2016.
- [4] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna gaussian channels," *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, 1999.
- [5] E. G. Larsson and P. Stoica, Space-time block coding for wireless communications. Cambridge university press, 2008.
- [6] J.-C. Guey, M. P. Fitz, M. R. Bell, and W.-Y. Kuo, "Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over rayleigh fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 4, pp. 527–537, 1999.
- S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on selected areas in communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, 1998.
- [8] X. Gao, *Massive MIMO in real propagation environments*. Department of Electrical and Information Technology, Lund University, 2016.

- [9] E. G. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. L. Marzetta, "Massive mimo for next generation wireless systems," *IEEE communications magazine*, vol. 52, no. 2, pp. 186–195, 2014.
- [10] D. Tse and P. Viswanath, Fundamentals of wireless communication. Cambridge university press, 2005.
- [11] J. Winters, "Optimum combining in digital mobile radio with cochannel interference," *IEEE journal on selected areas in communications*, vol. 2, no. 4, pp. 528–539, 1984.
- [12] —, "Optimum combining for indoor radio systems with multiple users," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 35, no. 11, pp. 1222–1230, 1987.
- [13] S. C. Swales, M. A. Beach, D. J. Edwards, and J. P. McGeehan, "The performance enhancement of multibeam adaptive base-station antennas for cellular land mobile radio systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 39, no. 1, pp. 56–67, 1990.
- [14] R. H. Roy and B. Ottersten, "Spatial division multiple access wireless communication systems," 1992.
- [15] B. D. Van Veen and K. M. Buckley, "Beamforming: A versatile approach to spatial filtering," *IEEE assp magazine*, vol. 5, no. 2, pp. 4–24, 1988.
- [16] S. Anderson, M. Millnert, M. Viberg, and B. Wahlberg, "An adaptive array for mobile communication systems," *IEEE transactions on Vehicular technology*, vol. 40, no. 1, pp. 230–236, 1991.

- [17] A. J. Paulraj and T. Kailath, "Increasing capacity in wireless broadcast systems using distributed transmission/directional reception (dtdr)," Sep. 6 1994, uS Patent 5,345,599.
- [18] G. Caire and S. Shamai, "On the achievable throughput of a multiantenna gaussian broadcast channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 7, pp. 1691–1706, 2003.
- [19] P. Viswanath and D. N. C. Tse, "Sum capacity of the vector gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 8, pp. 1912–1921, 2003.
- [20] A. Goldsmith, S. A. Jafar, N. Jindal, and S. Vishwanath, "Capacity limits of mimo channels," *IEEE Journal on selected areas in Communications*, vol. 21, no. 5, pp. 684–702, 2003.
- [21] S. Vishwanath, N. Jindal, and A. Goldsmith, "Duality, achievable rates, and sum-rate capacity of gaussian mimo broadcast channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2658–2668, 2003.
- [22] D. Gesbert, M. Kountouris, R. W. Heath Jr, C.-B. Chae, and T. Salzer, "Shifting the mimo paradigm," *IEEE signal processing magazine*, vol. 24, no. 5, pp. 36–46, 2007.
- [23] J. Hoydis, S. Ten Brink, and M. Debbah, "Massive mimo: How many antennas do we need?" in 2011 49th Annual Allerton conference on communication, control, and computing (Allerton). IEEE, 2011, pp. 545–550.
- [24] —, "Massive mimo in the ul/dl of cellular networks: How many antennas do we need?" *IEEE Journal on selected Areas in Communications*, vol. 31, no. 2, pp. 160–171, 2013.

- [25] T. L. Marzetta *et al.*, "Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 9, no. 11, p. 3590, 2010.
- [26] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "Aspects of favorable propagation in massive mimo," in 2014 22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO). IEEE, 2014, pp. 76–80.
- [27] L. Lu, G. Y. Li, A. L. Swindlehurst, A. Ashikhmin, and R. Zhang, "An overview of massive mimo: Benefits and challenges," *IEEE journal of selected topics in signal processing*, vol. 8, no. 5, pp. 742–758, 2014.
- [28] C. Shepard, J. Ding, R. E. Guerra, and L. Zhong, "Understanding real many-antenna mu-mimo channels," in 2016 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Nov 2016, pp. 461–467.
- [29] E. Björnson, L. Sanguinetti, H. Wymeersch, J. Hoydis, and T. L. Marzetta, "Massive mimo is a reality—what is next?: Five promising research directions for antenna arrays," *Digital Signal Processing*, 2019.
- [30] L. Sanguinetti, E. Björnson, and J. Hoydis, "Towards massive mimo 2.0: Understanding spatial correlation, interference suppression, and pilot contamination," arXiv preprint arXiv:1904.03406, 2019.
- [31] E. Björnson, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "Massive mimo: Ten myths and one critical question," *IEEE Communications Magazine*, vol. 54, no. 2, pp. 114–123, 2016.
- [32] Y. Jiang, M. K. Varanasi, and J. Li, "Performance analysis of zf and mmse equalizers for mimo systems: An in-depth study of the high snr

regime," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 57, no. 4, pp. 2008–2026, 2011.

- [33] T. Kailath, H. Vikalo, and B. Hassibi, "Mimo receive algorithms," Space-Time Wireless Systems: From Array Processing to MIMO Communications, vol. 3, p. 2, 2005.
- [34] X. Ma and W. Zhang, "Performance analysis for mimo systems with lattice-reduction aided linear equalization," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 56, no. 2, 2008.
- [35] D. Wubben, R. Bohnke, V. Kuhn, and K.-D. Kammeyer, "Mmse extension of v-blast based on sorted qr decomposition," in *Vehicular technology* conference, 2003. VTC 2003-Fall. 2003 IEEE 58th, vol. 1. IEEE, 2003, pp. 508–512.
- [36] D. Wübben, J. Rinas, R. Böhnke, V. Kühn, and K. Kammeyer, "Efficient algorithm for detecting layered space-time codes," *order*, vol. 1, p. 1, 2002.
- [37] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-blast: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in 1998 URSI international symposium on signals, systems, and electronics. Conference proceedings (Cat. No. 98EX167). IEEE, 1998, pp. 295–300.
- [38] T.-D. Nguyen, X.-N. Tran, T.-M. Do, V.-D. Ngo, and M.-T. Le, "Lowcomplexity detectors for high-rate spatial modulation," in 2014 International Conference on Advanced Technologies for Communications (ATC 2014). IEEE, 2014, pp. 652–656.

- [39] X. N. Tran, H. C. Ho, T. Fujino, and Y. Karasawa, "Performance comparison of detection methods for combined stbc and sm systems," *IEICE* transactions on communications, vol. 91, no. 6, pp. 1734–1742, 2008.
- [40] T.-P. Nguyen, "Research on spatial modulation for high rate radio communications," Ph.D. dissertation, Le Quy Don Technical University, 2016.
- [41] T.-D. Nguyen, "Research and development on high-rate sm-mimo systems," Ph.D. dissertation, Le Quy Don Technical University, 2017.
- [42] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix computations*. JHU Press, 2012, vol. 3.
- [43] M.-T. Le, T.-D. Nguyen, X.-N. Tran, and V.-D. Ngo, "On the combination of double space time transmit diversity with spatial modulation," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 17, no. 1, pp. 170– 181, 2018.
- [44] K. Zu and R. C. De Lamare, "Low-complexity lattice reduction-aided regularized block diagonalization for mu-mimo systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 16, no. 6, pp. 925–928, 2012.
- [45] T.-B. Nguyen, T.-D. Nguyen, M.-T. Le, and V.-D. Ngo, "Efficiency zeroforcing detectors based on group detection for massive mimo systems," in Advanced Technologies for Communications (ATC), 2017 International Conference on. IEEE, 2017, pp. 48–53.
- [46] T.-B. Nguyen, M.-T. Le, V.-D. Ngo, T.-D. Nguyen, and H.-D. Han, "Efficient detectors based on group detection for massive mimo systems," *REV Journal on Electronics and Communications*, vol. 7, no. 3-4, 2018.

- [47] R. T. Kobayashi, F. Ciriaco, and T. Abrão, "Efficient near-optimum detectors for large mimo systems under correlated channels," Wireless Personal Communications, vol. 83, no. 2, pp. 1287–1311, 2015.
- [48] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "The multicell multiuser mimo uplink with very large antenna arrays and a finite-dimensional channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, no. 6, pp. 2350–2361, 2013.
- [49] —, "Energy and spectral efficiency of very large multiuser mimo systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, no. 4, pp. 1436– 1449, 2013.
- [50] X. Zhu and R. D. Murch, "Performance analysis of maximum likelihood detection in a mimo antenna system," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 2, pp. 187–191, 2002.
- [51] Z. Yang, C. Liu, and J. He, "A new approach for fast generalized sphere decoding in mimo systems," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 12, no. 1, pp. 41–44, 2004.
- [52] L. G. Barbero and J. S. Thompson, "Fixing the complexity of the sphere decoder for mimo detection," *IEEE Transactions on Wireless communications*, vol. 7, no. 6, pp. 2131–2142, 2008.
- [53] Z. Guo and P. Nilsson, "Algorithm and implementation of the k-best sphere decoding for mimo detection," *IEEE Journal on selected areas in communications*, vol. 24, no. 3, pp. 491–503, 2006.
- [54] A. Chockalingam and B. S. Rajan, *Large MIMO systems*. Cambridge University Press, 2014.

- [55] R. T. Kobayashi and T. Abrão, "Ordered mmse-sic via sorted qr decomposition in ill conditioned large-scale mimo channels," *Telecommunication systems*, vol. 63, no. 2, pp. 335–346, 2016.
- [56] J. W. Choi and B. Shim, "New approach for massive mimo detection using sparse error recovery," in *Global Communications Conference (GLOBE-COM)*, 2014 IEEE. IEEE, 2014, pp. 3754–3759.
- [57] A. Alexandre Jr and R. Sampaio-Neto, "A random-list based las algorithm for near-optimal detection in large-scale uplink multiuser mimo systems," in Smart Antennas (WSA 2015); Proceedings of the 19th International ITG Workshop on. VDE, 2015, pp. 1–5.
- [58] T. Liu, J. Tong, Q. Guo, J. Xi, Y. Yu, and Z. Xiao, "Energy efficiency of uplink massive mimo systems with successive interference cancellation," *IEEE Communications Letters*, vol. 21, no. 3, pp. 668–671, 2017.
- [59] D. A. Basnayaka and H. Haas, "Spatial modulation for massive mimo," in *Communications (ICC)*, 2015 IEEE International Conference on. IEEE, 2015, pp. 1945–1950.
- [60] T. L. Narasimhan, P. Raviteja, and A. Chockalingam, "Generalized spatial modulation in large-scale multiuser mimo systems," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 14, no. 7, pp. 3764–3779, 2015.
- [61] T. L. Narasimhan and A. Chockalingam, "Chemp receiver for large-scale multiuser mimo systems using spatial modulation," in *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2014 Proceedings of the 22nd European.* IEEE, 2014, pp. 86–90.

- [62] A. H. Alqahtani, A. I. Sulyman, and A. Alsanie, "Rateless space time block code for massive mimo systems," *International Journal of Antennas* and Propagation, vol. 2014, 2014.
- [63] B. Hassibi, "A fast square-root implementation for blast," in Signals, Systems and Computers, 2000. Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on, vol. 2. IEEE, 2000, pp. 1255–1259.
- [64] L. Bai and J. Choi, Low complexity MIMO detection. Springer Science & Business Media, 2012.
- [65] D. Wubben, R. Bohnke, J. Rinas, V. Kuhn, and K.-D. Kammeyer, "Efficient algorithm for decoding layered space-time codes," *Electronics letters*, vol. 37, no. 22, pp. 1348–1350, 2001.
- [66] Q. Zhou and X. Ma, "Element-based lattice reduction algorithms for large mimo detection," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 31, no. 2, pp. 274–286, 2013.
- [67] A. K. Lenstra, H. W. Lenstra, and L. Lovász, "Factoring polynomials with rational coefficients," *Mathematische Annalen*, vol. 261, no. 4, pp. 515–534, 1982.
- [68] Y. H. Gan, C. Ling, and W. H. Mow, "Complex lattice reduction algorithm for low-complexity full-diversity mimo detection," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 7, pp. 2701–2710, 2009.
- [69] M. Seysen, "Simultaneous reduction of a lattice basis and its reciprocal basis," *Combinatorica*, vol. 13, no. 3, pp. 363–376, 1993.

- [70] W. Zhang, F. Arnold, and X. Ma, "An analysis of seysen's lattice reduction algorithm," *Signal Processing*, vol. 88, no. 10, pp. 2573–2577, 2008.
- [71] W. Zhang, X. Ma, and A. Swami, "Designing low-complexity detectors based on seysen's algorithm," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 9, no. 10, pp. 3301–3311, 2010.
- [72] L. M. Tuan, "Design of efficient decoders for wireless mimo systems," Ph.D. dissertation, School of Engineering, Information and Communications University, 2006.
- [73] T. K. Moon and W. C. Sterling, Mathematical Methods and Algorithms for signal processing. Prentice Hall, 2000.